

Teoria de perturbações independentes do tempo [GOTTS/IAN.3.7]

• Logo na mecânica clássica, há poucos problemas exatamente solúveis na MQ. Precisamos de parâmetros p/ obter soluções aproximadas em MQ. Há vários deles:

- Teoria de perturbações independente do tempo;
- Teoria de perturbações dependente do tempo;
- cálculo variacional;

- elementos finitos, cálculo numérico, cálculo de primeiros princípios etc.

• Aqui vamos abordar de forma breve a teoria de perturbações indep. de t.

• Problema: ~~qual~~ ~~é~~ ~~o~~ ~~problema~~ que resolver (= achar auto-estados e autovalores de H)

uma Hamiltoniana $H = H_0 + \lambda H_1$, onde H_0 é esta substituída,

H_0 e H_1 têm elementos de matriz da mesma ordem de grandeza, e λ

é um termo $(\lambda \ll 1)$

• Intuitivamente, sabemos que a eq. característica (que nos dá os autovalores) ~~muda~~ ~~de~~ ~~forma~~ ~~contínua~~ ~~com~~ ~~os~~ ~~parâmetros~~ ~~de~~ ~~H~~. Isso justifica que, em geral, os autovalores ~~de~~ ~~H~~ ~~vão~~ ~~próximos~~ ~~aos~~ ~~de~~ ~~H_0~~ ,

e ~~nova~~ ~~teoria~~ ~~é~~ ~~essa~~ ~~em~~ ~~início~~ ~~quantitativamente~~.

• Aqui vamos supor que H_0, H_1 são não-degeneradas \Rightarrow degenerações complicam um pouco o tratamento perturbativo.

- Sejam os auto-estados e autovalores de H_0 (Hamiltoniana não-perturbada).

$$H_0 |n^0\rangle = E_n^0 |n^0\rangle$$

Queremos encontrar os auto-estados e autovalores de H :

Ⓘ $H |n\rangle = E_n |n\rangle$ ← Em princípio poderíamos diagonalizar, mas geralmente a dimensão do sistema torna isso impraticável.

- Se que quando $\lambda \rightarrow 0$:

$$\Rightarrow \begin{cases} |n\rangle \rightarrow |n^0\rangle \\ E_n \rightarrow E_n^0 \end{cases}$$

e sempre pode expandir os auto-estados perturbados (de H) na base de H_0 ($|n^0\rangle$):

Ⓜ $|n\rangle = c_n |n^0\rangle + \sum_{j \neq n} d_j |j^0\rangle$, com $|c_n|^2 + \sum_{j \neq n} |d_j|^2 = 1$.

- A teoria de perturbações ~~aproxima~~ aproxima E_n , c_n e d_j como séries de potências de λ . Para isso, substitua Ⓜ em Ⓘ:

$$\overbrace{(H_0 + \lambda H_1)}^H (c_n |n^0\rangle + \sum_{j \neq n} d_j |j^0\rangle) = E_n (c_n |n^0\rangle + \sum_{j \neq n} d_j |j^0\rangle)$$

$$= c_n \underbrace{H_0 |n^0\rangle}_{E_0 |n^0\rangle} + \lambda c_n H_1 |n^0\rangle + \sum_{j \neq n} d_j \underbrace{H_0 |j^0\rangle}_{E_j^0 |j^0\rangle} + \lambda \sum_{j \neq n} d_j H_1 |j^0\rangle$$

$$= \cancel{c_n E_n |n^0\rangle} + \sum_{j \neq n} E_n d_j |j^0\rangle \quad [\cdot \langle K^0 |] \quad K \neq n$$

$$\Rightarrow \lambda c_n \langle K^0 | H_1 | n^0 \rangle + d_K E_K^0 + \lambda \sum_{j \neq n} d_j \langle K^0 | H_1 | j^0 \rangle$$

$$= E_n d_K$$

$$\Rightarrow \lambda c_n \langle K^0 | H_1 | n^0 \rangle + d_K (E_K - E_n) + \lambda \sum_{j \neq n} d_j \langle K^0 | H_1 | j^0 \rangle = 0$$

• Quando $\lambda \rightarrow 0 \Rightarrow d_K \rightarrow 0 \Rightarrow$ último termo, de ordem λ^2 :

$$\Rightarrow d_K = \frac{\lambda c_n \langle K^0 | H_1 | n^0 \rangle}{(E_K^0 - E_n^0)} + O(\lambda^2) \quad \text{(III)}$$

• Como $d_K = O(\lambda)$ (\uparrow), $|c_n|^2 + \sum_{j \neq n} |d_j|^2 = 1$ implica em $c_n = 1 - O(\lambda^2)$, e

até 2º ordem em λ posso substituir c_n por 1 em (III).

• ~~(III)~~ Em 1ª aproximação, também posso substituir E_n por E_n^0 em (III).

$$\Rightarrow d_K = \lambda \frac{\langle K^0 | H_1 | n^0 \rangle}{E_K^0 - E_n^0}$$

$$\Rightarrow |m\rangle = |n^0\rangle + \lambda \sum_{j \neq n} \frac{\langle j^0 | H_1 | n^0 \rangle}{(E_j^0 - E_n^0)} |j^0\rangle + O(\lambda^2)$$

← Expansão de $|m\rangle$ = auto-estados perturbados.

Note que p/ valer, preciso que

$$\left| \frac{\lambda \langle k^0 | H_1 | n^0 \rangle}{(E_k^0 - E_n^0)} \right| \ll 1$$

ou seja, se $\langle k^0 | H_1 | n^0 \rangle$ não crescer à medida que $E_k^0 - E_n^0$ cresce, a "influência" dos estados k com a diferença de energia em relação aos estados que estamos calculando.

Energias dos estados perturbados

$$\begin{aligned}
 & \langle n | H | n \rangle = E_n | n \rangle \quad [\langle k^0 |] \quad k \neq n \quad \Rightarrow \langle k^0 | H_0 + \lambda H_1 - E_n | n \rangle = 0 \\
 & \Rightarrow c_n \langle k^0 | H_0 | n^0 \rangle + \lambda c_n \langle k^0 | H_1 | n^0 \rangle - c_n E_n \langle k^0 | n^0 \rangle \\
 & + \sum_{j \neq n} d_j \langle k^0 | H_0 | j^0 \rangle + \sum_{j \neq n} d_j \lambda \langle k^0 | H_1 | j^0 \rangle - \sum_{j \neq n} d_j E_n \langle k^0 | j^0 \rangle \\
 & \Rightarrow \lambda c_n \langle k^0 | H_1 | n^0 \rangle + \lambda E_k^0 - \lambda E_n + \sum_{j \neq n} \lambda d_j \langle k^0 | H_1 | j^0 \rangle = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \langle n | H | n \rangle = E_n | n \rangle \quad [\langle n^0 |] \quad \langle n^0 | H_0 + \lambda H_1 - E_n | n \rangle = 0 \\
 & \Rightarrow \langle n^0 | H_0 | n^0 \rangle c_n + \lambda c_n \langle n^0 | H_1 | n^0 \rangle - c_n E_n \langle n^0 | n^0 \rangle \\
 & + \sum_{j \neq n} d_j \langle n^0 | H_0 | j^0 \rangle + \lambda \sum_{j \neq n} d_j \langle n^0 | H_1 | j^0 \rangle - E_n \sum_{j \neq n} d_j \langle n^0 | j^0 \rangle = 0 \\
 & \Rightarrow \left[c_n [E_n^0 - E_n + \lambda \langle n^0 | H_1 | n^0 \rangle] + \lambda \sum_{j \neq n} d_j \langle n^0 | H_1 | j^0 \rangle \right] = 0
 \end{aligned}$$

Normalmente fazemos $c_n = 1$ e usamos $d_j = \frac{\langle j^0 | H_1 | n^0 \rangle}{(E_j^0 - E_n^0)}$ obtido perturbativamente.

$$\Rightarrow E_n = E_n^0 + \lambda \langle n | H_1 | n \rangle + \lambda^2 \sum_{j \neq n} \frac{|\langle j | H_1 | n \rangle|^2}{E_n^0 - E_j^0} + O(\lambda^3)$$

Energias ~~da~~ da Hamiltoniana perturbada até 2º ordem.

• A 1ª ordem na energia é o valor esperado da perturbação p/ o estado não-perturbado.

• Admitimos que a teoria de perturbação nos dá bons resultados p/

"A feição" — na verdade ~~na~~ a convergência da série pode ser bem

problemática, mas não discutiremos isso aqui.

Teoria de perturbações - exemplos: [SAR. 5.1]

(A) ~~Atomo~~ ~~de~~ ~~um~~ ~~elétron~~ ~~em~~ ~~um~~ ~~campo~~ ~~elétrico~~ ~~uniforme~~ ~~na~~ ~~direção~~ ~~z~~. Epíto Stark quadrático.

• Atoms com 1 e⁻, no campo elétrico uniforme na direção ẑ.

$$H = \underbrace{\frac{p^2}{2m} + V_0(r)}_{H_0} - \underbrace{e|\vec{E}|z}_{H_1} \quad (e < 0)$$

• Vamos ignorar o spin, e assumir que os auto-est. de H₀ não são degenerados (isso falta p/ n > 1 no caso do át. de Hidrogénio, mas vamos ignorar isso.)

$$\Rightarrow E_n = E_n^0 - e|\vec{E}| \langle n|z|n \rangle + e^2 |\vec{E}|^2 \sum_{j \neq n} \frac{K_{jn} |\langle j|z|n \rangle|^2}{(E_n^0 - E_j^0)} + \dots$$

• Se não houver degenerescência |n> deve ser auto-est. de paridade

$$(por [H_0, \Pi] = 0) \Rightarrow \langle n|z|n \rangle = 0$$

⇒ não temos correção quadrática (e de ordem superior).

(B) Poço □ infinito com função δ no meio.

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x) + \underbrace{\alpha \delta(x - \frac{a}{2})}_{H_1}, \quad V(x) = \begin{cases} \infty & \text{p/ } x < 0, x > a \\ 0 & \text{p/ } 0 \leq x \leq a \end{cases}$$

$$\Psi_n^0(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \leftarrow \text{auto-funções n}^\circ\text{-perturbadas}$$

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2} \leftarrow \text{energias n}^\circ\text{-perturbadas.}$$

$$1^\circ \text{ correção de energia: } \langle n|H_1|n \rangle = \frac{2\alpha}{a} \int_0^a \sin^2\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) dx$$

$$= \frac{2\alpha}{a} \sin^2\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \begin{cases} 0 & \text{se } n \text{ é par} \\ \frac{2\alpha}{a} & \text{se } n \text{ é ímpar.} \end{cases}$$

• (n=par) não tem energia corrigida

⇒ δ só cai no nó de Ψ_n(x).

- (C) OH com constante elástica que muda.

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

• Agora muda $K = m\omega^2$ um pouco : $K' = (1+\epsilon)K \Leftrightarrow \omega' \rightarrow \sqrt{1+\epsilon}\omega$

• Sabemos a sol^ço exata, mas vamos resolver perturbativamente ($\epsilon \ll 1$)

• ~~Al~~ ~~temos~~ ver como funcionam as aproximações sucessivas.

• Como muda o est. fundamental?

$$H = H_0 + \underbrace{\frac{1}{2} \epsilon m \omega^2 x^2}_{\epsilon H_1}, \quad H_1 \equiv \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

$$|0\rangle = |0^0\rangle + \epsilon \sum_{k \neq 0} \frac{\langle k^0 | H_1 | 0^0 \rangle}{(E_0^0 - E_k^0)} + O(\epsilon^2)$$

$$E_0 = \underbrace{\frac{\hbar\omega}{2}}_{E_0^0} + \epsilon \underbrace{\langle 0^0 | H_1 | 0^0 \rangle}_{H_1} + \epsilon^2 \sum_{k \neq 0} \frac{|\langle k^0 | H_1 | 0^0 \rangle|^2}{(E_0^0 - E_k^0)^2} + O(\epsilon^3)$$

• Precisamos dos elementos de matriz da perturba^ço: $\langle k^0 | \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 | 0^0 \rangle$

Escrevendo x^2 em a, a^\dagger , vemos que só 2 elementos

são $\neq 0$) e estes se fáceis de calcular:

$$\langle 0^0 | x^2 | 0^0 \rangle = \frac{\hbar\omega}{4}$$

$$\langle 2^0 | x^2 | 0^0 \rangle = \frac{\hbar\omega}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow |0\rangle = |0^0\rangle + \frac{-\epsilon}{4\sqrt{2}} |2^0\rangle + O(\epsilon^2)$$

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2} + \epsilon \frac{\hbar\omega}{4} + \epsilon^2 \frac{(\frac{\hbar\omega}{2\sqrt{2}})^2}{2} + O(\epsilon^3)$$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{\hbar\omega}{2} + \epsilon \frac{\hbar\omega}{4} - \frac{\epsilon^2}{16} \hbar\omega + O(\epsilon^3)$$

$$= \frac{\epsilon \cdot \frac{\hbar\omega}{2}}{E_0^0 - E_2^0} = \frac{\epsilon \hbar\omega}{(\frac{\hbar\omega}{2} - \frac{3}{2}\hbar\omega)2\sqrt{2}} = -\frac{\epsilon}{4\sqrt{2}}$$

• Para comparação, vamos expandir em série a energia exata do est. fundamental de H:

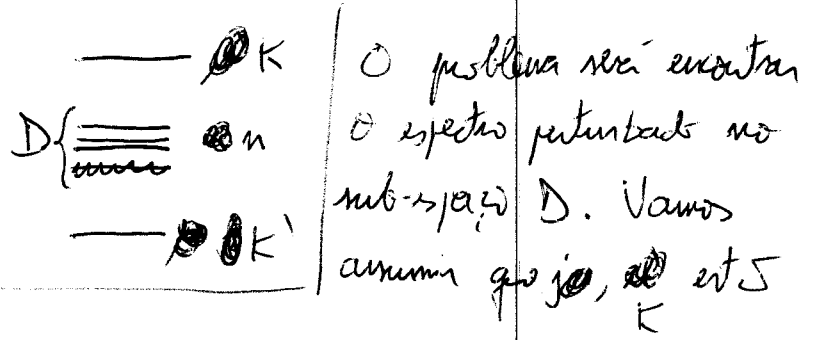
$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2} \sqrt{1 + \epsilon^2} = \frac{\hbar\omega}{2} \left[1 + \frac{\epsilon^2}{2} - \frac{\epsilon^4}{8} + \dots \right]$$

est. fundamental de H:

⇒ Exatamente como encontramos.

Perturbações de estados degenerados [GOTT./YAN 3.7]

- Vimos que as equações de energia/auto-estados dependem de $\frac{1}{E_k^0 - E_n^0}$, o que significa que as fórmulas que encontramos devem ser pouco úteis quando o espectro não-perturbado (H_0) é degenerado ou quase. Nesses casos, vamos precisar usar teoria de perturbações p/ estados degenerados.
- Considere o espectro de H_0 :



longe de D: $|\langle n | H_1 | k \rangle| \ll |E_n - E_k|$ e simetricamente p/ k

- Vamos antes examinar o est. perturbado na base não-perturbada:

$$|m\rangle = \sum_{i \in D} c_i |i^0\rangle + \sum_{i \notin D} d_i |i^0\rangle$$

onde esperamos que c_i 's sejam $O(1)$, e d_i 's $O(d)$.

Eq. de auto-valor p/ H: $(H_0 + \lambda H_1 - E_n) |m\rangle = 0$

$$\Rightarrow (H_0 + \lambda H_1 - E_n) \left(\sum_{i \in D} c_i |i^0\rangle + \sum_{i \notin D} d_i |i^0\rangle \right) = 0$$

$$= \sum_{i \in D} \{ c_i (E_i^0 - E_n + \lambda H_1) |i^0\rangle + \sum_{i \notin D} d_i (E_i^0 - E_n + \lambda H_1) |i^0\rangle \} = 0$$

- Agora vamos projetar a eq. acima num estado $|m^0\rangle \in D$ e $|k^0\rangle \notin D$

$[\cdot \langle m^0 | \in D]:$

$$c_m (E_m^0 - E_n) + \lambda \sum_{i \in D} c_i \langle m^0 | H_1 | i^0 \rangle + \lambda \sum_{i \notin D} d_i \langle m^0 | H_1 | i^0 \rangle = 0 \quad (I)$$

$[\cdot \langle k^0 | \notin D]:$

$$\lambda \sum_{i \in D} c_i \langle k^0 | H_1 | i^0 \rangle + d_k (E_k^0 - E_n) + \lambda \sum_{i \notin D} d_i \langle k^0 | H_1 | i^0 \rangle = 0 \quad (II)$$

No termo $d_k (E_k^0 - E_n)$, podemos substituir

$\propto \lambda^2$, pois $d_i \propto \lambda$.

E_n por qualquer $E_m (m \in D)$, já que os est. em D est. muito próximos, e longe dos estados fora de D .

Seja \bar{E}_D a energia média dos estados em D . Então (II) nos dá

$$d_k = \frac{1}{\bar{E}_D - E_k^0} \lambda \sum_{i \in D} c_i \langle k^0 | H_1 | i^0 \rangle \quad \text{substitua em (I):}$$

$$\Rightarrow c_m (E_m^0 - E_n) + \sum_{i \in D} c_i \left[\lambda \langle m^0 | H_1 | i^0 \rangle + \lambda^2 \sum_{j \notin D} \frac{\langle m^0 | H_1 | j^0 \rangle \langle j^0 | H_1 | i^0 \rangle}{(E_D - E_j^0)} \right] = 0 \quad (III)$$

$\equiv \langle m^0 | H_{ef} | i^0 \rangle$, definindo uma Hamiltoniana efetiva H_{ef} .

A eq. III é uma equação

de autovalores, onde os autovalores são as componentes da energia $(E_m^0 - E_n)$

~~de autovalores~~ e a matriz é H_{ef} na base $\{|m^0\rangle\}$ H o espaço degenerado

D. Veja:

$$H_{ef} \vec{c} = \Delta E \vec{c} \quad \leftarrow \text{e} \text{ m} \text{ i} \text{ n} \text{ i} \text{ m} \text{ o} \text{ s} \text{ c} \text{ o} \text{ m} \text{ p} \text{ o} \text{ n} \text{ e} \text{ n} \text{ t} \text{ e} \text{ s} \text{ e} \text{ x} \text{ a} \text{ t} \text{ a} \text{ m} \text{ e} \text{ n} \text{ t} \text{ e} \text{ s} \text{ e} \text{ x} \text{ a} \text{ t} \text{ a} \text{ m} \text{ e} \text{ n} \text{ t} \text{ e} \text{ s}$$

a equação acima.

Problemas p/ teoria de perturbacões, caso degenerado

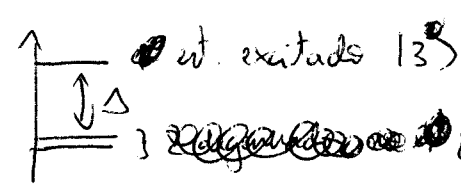
1. Identifique sub-espaço degenerado D e sua base de auto-estados de H_0 . Construa a matriz de perturbacões H_{eff} , que será $g \times g$ no caso de g estados degenerados.
2. Diagonalize H_{eff} . Os auto-valores são as correções de energia, em 1º ordem de teoria de perturbacões.

Na eq. III mantivemos as correções de até 2º ordem em λ , importantes caso a perturbacões tenha elementos de matriz nulos no espaço degenerado D .

Exemplos

(A) Hamiltoniana simples de 3 níveis.

Espectro de H_0 :



$$H_1 = \begin{pmatrix} \langle 1| & \langle 2| & \langle 3| \\ 0 & 0 & \Delta \\ 0 & 0 & \Delta \\ \Delta & \Delta & \Delta \end{pmatrix} \begin{matrix} |1\rangle \\ |2\rangle \\ |3\rangle \end{matrix}$$

Nota: aqui $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$ são a base de H_0 , a hamilt. não-degenerada.

Se $\frac{\Delta U}{\Delta} \ll 1$, o estado $|3\rangle$ não muda pouco, mas haverá quebra na degeneração de $\{|1\rangle, |2\rangle\}$.

Vamos achar H_{eff} . $\langle 1|H_{eff}|1\rangle = \langle 1| \left(\begin{matrix} 0 & 0 & \Delta U \\ 0 & 0 & \Delta U \\ \Delta U & \Delta U & \Delta \end{matrix} \right) |1\rangle = 0$

e o mesmo é válido p/ elementos de 1º ordem:

$\langle 1|H_{eff}|2\rangle, \langle 2|H_{eff}|1\rangle, \langle 2|H_{eff}|2\rangle.$

Vamos então achar os elementos de H_{eff} correspondentes à 2º ordem de teoria de perturbacões.

$$\langle 1|H_{\text{eff}}|1\rangle = \langle 1|H_0|1\rangle + \sum_{j \neq 1,2} \frac{\langle 1|H_0|j\rangle \langle j|H_0|1\rangle}{-\Delta}$$

↑
energia, j=3

$$= \frac{|\langle 1|H_0|3\rangle|^2}{-\Delta}$$

$$\langle 1|H_0|3\rangle = (1\ 0\ 0) \begin{pmatrix} 0 & \Delta M & 0 \\ 0 & \Delta M & 0 \\ \Delta M & \Delta M & \Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \Delta M$$

$$\Rightarrow \langle 1|H_{\text{eff}}|1\rangle = \frac{-\Delta^2 M^2}{\Delta}$$

$$\langle 1|H_{\text{eff}}|2\rangle = \langle 1|H_0|2\rangle + \frac{\langle 1|H_0|3\rangle \langle 3|H_0|2\rangle}{-\Delta}$$

$$\langle 3|H_0|2\rangle = (0\ 0\ 1) \begin{pmatrix} 0 & \Delta M & 0 \\ 0 & \Delta M & 0 \\ \Delta M & \Delta M & \Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \Delta M \Rightarrow \langle 1|H_{\text{eff}}|2\rangle = \frac{-\Delta^2 M^2}{\Delta}$$

e calcula matriz que $\langle 2|H_{\text{eff}}|2\rangle = -\frac{\Delta^2 M^2}{\Delta}$ e $\langle 2|H_{\text{eff}}|1\rangle = \langle 1|H_{\text{eff}}|2\rangle$ (H_{eff} é Hermitiana)

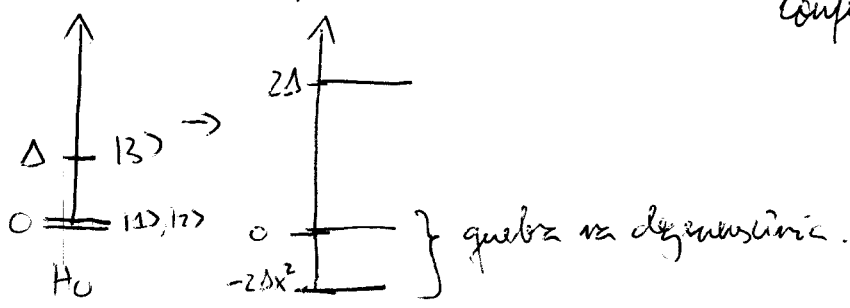
$$\Rightarrow H_{\text{eff}} = -\frac{\Delta^2 M^2}{\Delta} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = -\Delta x^2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

com $x \equiv \frac{\Delta M}{\Delta}$

• Começo nos energias dos estados: autovalores de H_{eff} = {0, -2Δx²}
 $\langle 1|2\rangle$

• Começo nos energias de |3>: Δ + 2Δx² (um teor de pert. p/ o caso não-degenerado até 2º ordem p/ contínuo).

• Mudanças no espectro:



ⓑ Efeito Stark linear

• Efeito de campo elétrico \vec{E} uniforme sobre estados excitados do átomo de Hidrogênio.

• H_0 = Hamiltoniana com potencial de Coulomb, sem spin.

$E = E_m$, $0 \leq l < n$. No caso $n=2$ temos

1 est. $l=0$ ($2s$)

3 est. $l=1$ ($2p$) $m = \pm 1, 0$

todos com mesma energia

$E_2 = -\frac{e^2}{8a_0}$ (nível Bohr)

• Campo $\vec{E} = E \hat{z}$ introduz perturbação $H_1 = -e z |\vec{E}|$

• Antes de calcular os elementos de matriz de V , note que:

- V só tem elementos de matriz $\neq 0$ entre est. de paridade diferente (entre $l=1$ e $l=0$ no novo caso).

- Usando o teorema de Wigner-Eckart para vetores, sabemos que $\Delta m = 0$.

\Rightarrow os únicos elementos de matriz $\neq 0$ são entre $(l=0, m=0)$ e $(l=1, m=0)$.

$$\Rightarrow H_1 = \begin{pmatrix} & l=0, m=0 & l=1, m=0 & l=1, m=1 & l=1, m=-1 \\ & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix}$$

$\text{I} = \langle l=0, m=0 | H_1 | l=1, m=0 \rangle$

$\text{II} = \langle l=1, m=0 | H_1 | l=0, m=0 \rangle = \text{I}^*$

• O único elemento de matriz $\neq 0$ calculado com Hamiltonianos esféricos

$-e|\vec{E}| \langle l=0, m=0 | z | l=1, m=0 \rangle = 3e a_0 |\vec{E}|$

- Repare que a sub-matriz parece $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ \Rightarrow isso ajuda a encontrar os autovalores de $H_1 =$ conexão de energia em 1º ordem.

$$\Delta E = \pm 3ea_0 |\vec{E}|$$

- Como as conexões de energia são lineares com \vec{E} , este efeito é chamado de efeito Stark linear:

