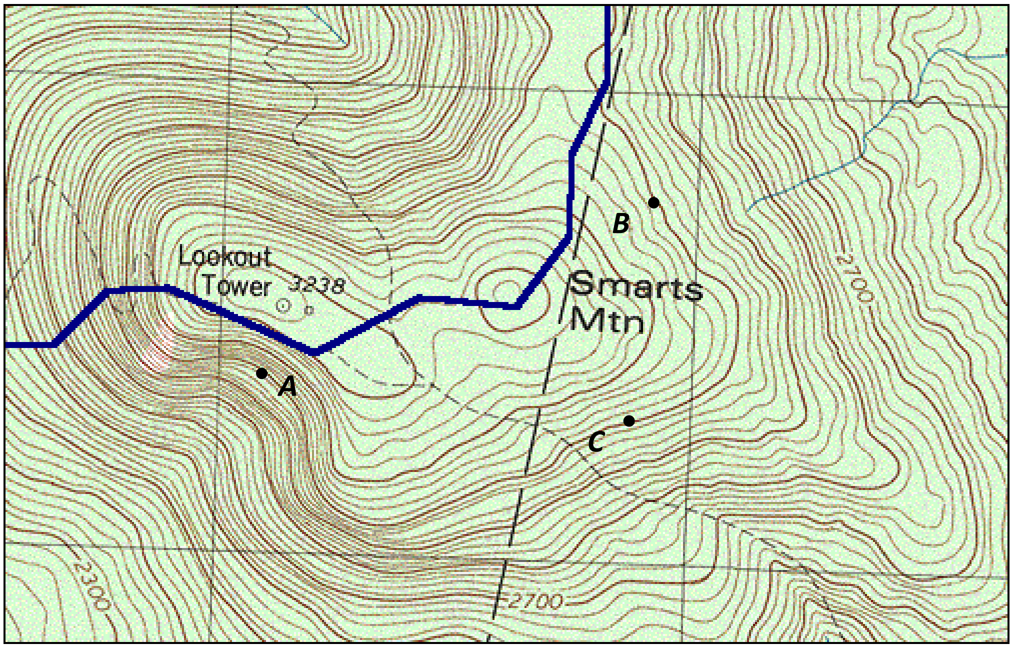
FORÇAS CONSERVATIVAS & DIAGRAMAS DE EQUIPOTENCIAIS

I. Mapas topográficos e curvas equipotenciais (curvas de nível)

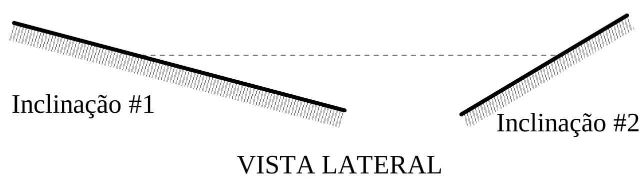
Você e seu melhor amigo planejam uma travessia ao longo da Rota dos Apalaches na Montanha Branca de New Hampshire. Um mapa topográfico de uma parte desta rota é mostrado abaixo. As curvas suaves indicam locais de igual elevação, medida em pés acima do nível do mar. (*Note:* As linhas mais escuras marcam a elevação em intervalos de 100 pés, e as curvas de nível de 2,300 e 2,700 pés estão rotuladas.)



A. Três locais, *A, B,* e *C,* estão marcados, os três na *mesma elevação* de 3,000 pés acima do nível do mar.

Ponha estes três locais em ordem crescente da inclinação em cada um. Explique como você pode usar as curvas de nível mostradas no mapa para justificar sua resposta.

(*Dica:* Considere as inclinações mostradas na vista lateral à direita. Em qual das inclinações as curvas de nível estariam mais próximas entre si?)



B. Suponha que em cada um dos três locais *(A, B,* e *C)* um enorme pedregulho é deslocado do equilíbrio e começa a se mover. (Suponha que os três sejam "pedregulhos de livro de física," todos idênticos entre si.)

Em cada um destes locais, desenhe um vetor que represente a <u>força resultante</u> sobre o pedregulho depois que ele começa a se deslocar. Explique como você pode usar as curvas de nível como ajuda na determinação das *direções, sentidos* e *intensidades relativas (módulos)* destes vetores.

C. Considere o movimento de cada pedregulho do ponto de partida (a partir do repouso, a uma elevação de 3,000 pés) até o momento em que atinge a elevação de 2,500 pés.

1. Qual pedregulho *(A, B,* ou *C)* você acha que vai alcançar a elevação de 2,500 pés primeiro? Justifique.

2. Ignorando todos os efeitos do atrito, coloque os pedregulhos em ordem crescente de energia cinética ao alcançarem a elevação (cota) de 2,500 pés. Explique seu raciocínio.

✓ **PARE AQUI** e verifique seus resultados com o instrutor antes de prosseguir para a próxima seção.

II. Força e variações da energia potencial

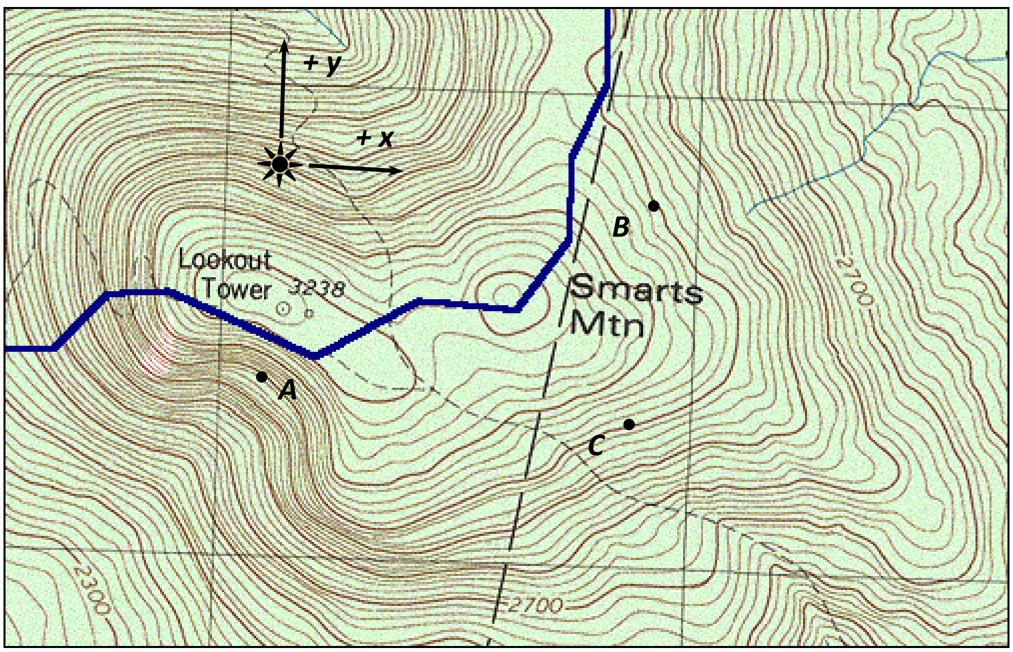
Vamos usar *x* para representar uma coordenada espacial indo do oeste para o leste (com o leste sendo a direção +*x*) e *y* para representar uma coordenada indo do sul para o norte (com o norte sendo a direção +*y*).

A. Explique como as linhas de igual elevação (curvas de nível) em um mapa topográfico podem ser usadas para indicar locais de igual energia potencial gravitacional.

B. Se a função *U(x, y)* representa a energia potencial gravitacional num local caracterizado pelas coordenadas *(x, y),* explique em palavras como você poderia usar o mapa topográfico para determinar o valor de:

- $\frac{\partial U}{\partial x}$ calculado num local dado por (x_o, y_o)
- $\frac{\partial U}{\partial y}$ calculado num local dado por (x_o, y_o)

C. O mapa topográfico da seção I foi reproduzido abaixo. (Note o sistema de coordenadas *x-y* superposto ao mapa.)



1. Para cada um dos locais com rótulo, use as curvas de nível do mapa para responder às questões abaixo:

	Local *A*	Local *B*	Local *C*
1. $\frac{\partial U}{\partial x}$ é *positivo, negativo,* ou *nulo?*			
2. $\frac{\partial U}{\partial y}$ é *positivo, negativo,* ou *nulo?*			
3. Qual é *maior:* $\left\lvert\frac{\partial U}{\partial x}\right\rvert$ ou $\left\lvert\frac{\partial U}{\partial y}\right\rvert$?			

As derivadas parciais ($\partial U/\partial x$ and $\partial U/\partial y$) podem ser pensadas como componentes de um vetor chamado de *gradiente* da (função) energia potencial. Para uma situação na qual a energia potencial è uma função *U(x, y, z)* de todas as três coordenadas cartesianas, o gradiente $\vec{\nabla}U$ da (função) energia potencial pode ser escrito na forma:

$$\vec{\nabla}U(x,y,z) = \frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}$$

(Quando a energia potencial é uma função apenas de *x* e *y,* como foi o caso neste tutorial, nós ignoramos o termo ($\partial U/\partial z$) do $\vec{\nabla}U$.)

2. Baseado em seus resultados da seção 1, desenhe cuidadosamente uma seta no mapa em cada um dos locais *(A, B,* e *C)* para indicar a direção e o sentido do vetor $\vec{\nabla}U$ naquele local.

   As perguntas a seguir resumem os resultados sobre os vetores que você acaba de desenhar:

   - O vetor $\vec{\nabla}U$ aponta no sentido do *aumento* ou da *diminuição* da energia potencial?

   - O vetor $\vec{\nabla}U$ aponta na direção na qual a energia potencial muda *o mínimo possível* ou *o máximo possível* com a mudança da posição?

   - Qual a relação entre a direção de $\vec{\nabla}U$ num ponto e a orientação do contorno da equipotencial que passa por este local?

D. Compare seus resultados da parte II.C acima com o vetor força resultante que você desenhou na seção I.

1. Seus resultados devem sugerir uma relação matemática entre a força resultante $\vec{F}$ e $\vec{\nabla} U$. Que relação é esta? Explique sua resposta.

2. O modulo de uma força (conservativa) num dado local é proporcional à energia potencial naquela posição? Se não for, que outra quantidade tem relação com o módulo desta força? Justifique.

E. As perguntas abaixo ajudam a construir um resumo dos seus resultados: Para determiner a força resultante exercida por um campo conservativo sobre uma partícula numa posição particular (x_o, y_o), que passos você precisa percorrer se:

- for dado um mapa com o contorno das equipotenciais para uma região que inclui (x_o, y_o)?

- for dada a função energia potencial $U(x, y)$ para esta região?

