Mecânica Clássica

Questões Conceituais – Capítulo 7

Quais dos problemas abaixo TEM que ser resolvido usando o cálculo variacional?

1. Encontrar o período de pequenas oscilações de uma partícula que desliza (sem atrito) no interior de uma superfície esférica.
2. Dado um valor fixo de uma área, encontrar a superfície com esta área cujo volume interior é máximo.
3. Encontrar a trajetória entre dois pontos que seja percorrida no menor tempo possível por uma partícula deslizando sem atrito.
4. Encontrar a trajetória de um projétil que produz alcance máximo na ausência de resistência do ar.

A. Nenhum
B. Apenas um
C. Exatamente dois
D. Exatamente tres
E. Todos os quatro

Um problema de cálculo variacional consiste em analisar o funcional dado pela equação

$$J[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} f\,[y(x); y'(x); x]\,dx$$

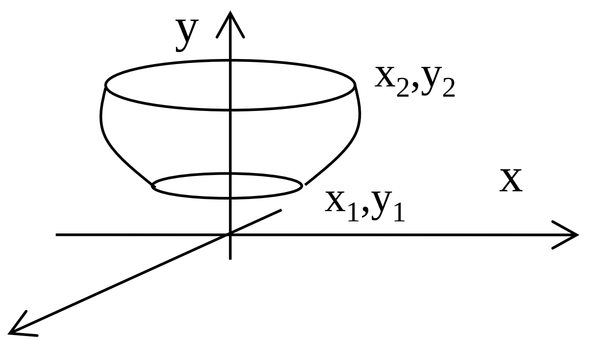
Quando resolvemos a equação de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\frac{\partial f}{\partial y'} = 0$$

o que é que encontramos?

A. O valor mínimo de J[y(x)].
B. A função y(x) que torna J[y(x)] mínimo.
C. A função f[y(x);y’(x);,x] que torna J[y(x)] mínimo.
D. Todas as respostas acima.
E. Nenhuma das respostas acima.

Películas (filmes) finos de sabão formam **superfícies mínimas** (de área mínima). Suponha que uma superfície seja descrita por uma curva indo de (x_1,y_1) a (x_2,y_2) girada em torno do eixo y. Qual a expressão correta para o cálculo da área desta superfície?



A. $A = 2\pi \int_{x_1}^{x_2} y' \sqrt{1 + x^2}\, dx$

B. $A = \pi \int_{x_1}^{x_2} y'^2 \sqrt{1 + x^2}\, dx$

C. $A = 2\pi \int_{x_1}^{x_2} y \sqrt{1 + y'^2}\, dx$

D. $A = \pi \int_{x_1}^{x_2} x^2 \sqrt{1 + y'^2}\, dx$

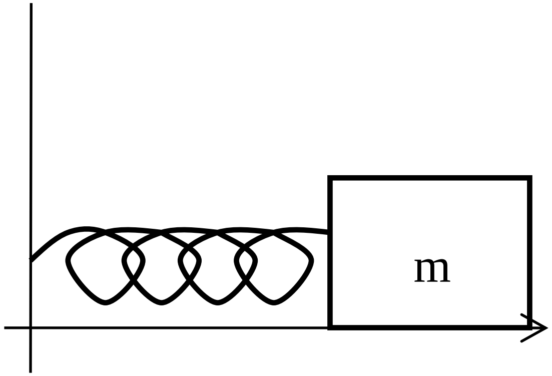
E. $A = 2\pi \int_{x_1}^{x_2} x \sqrt{1 + y'^2}\, dx$

Quais destes problemas TEM que ser resolvidos usando-se o cálculo variacional com vínculos?

1. Encontrar o menor caminho entre dois pontos sobre a superfície de um cilindro.
2. Dado um valor fixo de uma área, encontrar a superfície com esta área com volume interior máximo.
3. Encontrar o caminho entre dois pontos que torna mínimo o tempo que leva uma partícula para deslizar (sem atrito) entre os dois pontos.
4. Encontrr a curva entre dois pontos que torna mínima a área da superfície de revolução formada ao se girar esta curva em torno de um eixo.

A. Nenhum
B. Apenas um
C. Apenas dois
D. Apenas três
E. Todos eles

Qual é a lagrangiana do sistema formado por uma partícula (massa m) presa a uma mola (constante elástica k)?



A. $\mathcal{L}(x,\dot{x},t)=\frac{1}{2}k\dot{x}^2-\frac{1}{2}mx^2$

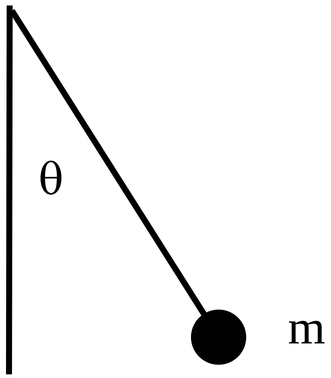
B. $\mathcal{L}(x,\dot{x},t)=m\dot{x}^2-kx^2$

C. $\mathcal{L}(x,\dot{x},t)=m\dot{x}^2+kx^2$

D. $\mathcal{L}(x,\dot{x},t)=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}kx^2$

E. $\mathcal{L}(x,\dot{x},t)=\frac{1}{2}m\dot{x}^2-\frac{1}{2}kx^2$

Qual é a lagrangiana de um pêndulo simples (massa m, comprimento l)? Escolha o zero de energia potencial na posição em que θ é zero.



A. $\mathcal{L}\left(\theta,\dot{\theta},t\right)=\frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2-mg\ell(1-\cos\theta)$

B. $\mathcal{L}\left(\theta,\dot{\theta},t\right)=\frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2+mg\ell(1-\cos\theta)$

C. $\mathcal{L}\left(\theta,\dot{\theta},t\right)=\frac{1}{2}m\dot{\theta}^2+mg\ell(1-\cos\theta)$

D. $\mathcal{L}\left(\theta,\dot{\theta},t\right)=\frac{1}{2}m\dot{\theta}^2-mg\ell(1-\cos\theta)$

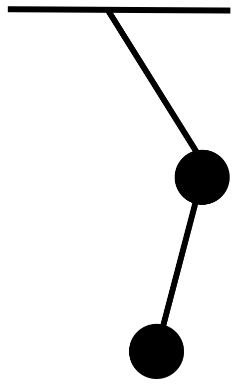
Quais destes vínculos são holonômicos?

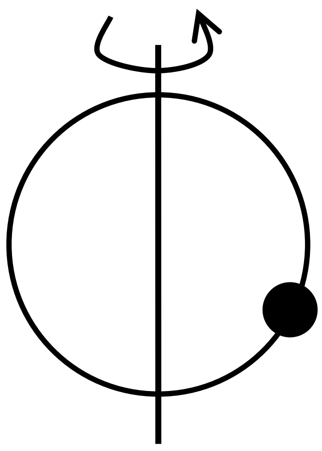
1. Uma partícula obrigada a escorregar sobre a superfície interna de uma esfera.
2. Um cilindro que rola para baixo sobre um plano inclinado.
3. Duas partículas que se movem ligadas por um bastão de comprimento fixo.
4. Um carro que se move em trajeto com velocidade limite.

A. Nenhum
B. Apenas um
C. Apenas dois
D. Apenas três
E. Todos eles

Para quais destes sistemas podemos usar as equações de Lagrange?

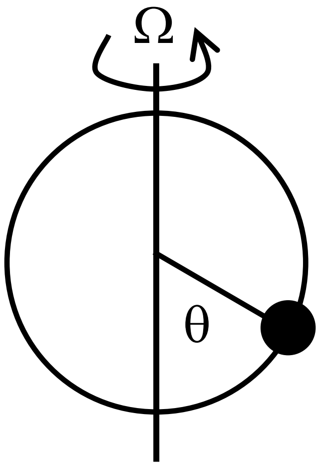
1. Um pêndulo duplo: um pêndulo (massa m, comprimento l) tem um segundo pêndulo (massa m, comprimento l) preso a sua extremidade.
2. Um projétil se move em duas dimensões sob a ação combinada da gravidade e da resistência do ar.
3. Uma miçanga desliza sem atrito atravessada por um fio circular girante.





A. 1 apenas
B. 2 apenas
C. 3 apenas
D. 1 e 2
E. 1 e 3

Uma miçanga de massa m desliza atravessada por um fio circular de raio R. O fio gira em torno de um eixo vertical com velocidade angular W. Qual é a lagrangiana do sistema?



A. $\mathcal{L}\left(\theta,\dot{\theta},t\right)=\frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}mR^2\Omega^2-mgR\cos\theta$

B. $\mathcal{L}\left(\theta,\dot{\theta},t\right)=\frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}mR^2\sin^2\theta\Omega^2-mgR(1-\cos\theta)$

C. $\mathcal{L}\left(\theta,\dot{\theta},t\right)=\frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}mR^2\cos^2\theta\Omega^2-mgR\cos\theta$

D. $\mathcal{L}\left(\theta,\dot{\theta},t\right)=\frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}mR^2\sin^2\theta\Omega^2-mgR(1-\sin\theta)$

E. $\mathcal{L}\left(\theta,\dot{\theta},t\right)=\frac{1}{2}mR^2\left(\dot{\theta}+\Omega\right)^2-mgR(1-\cos\theta)$