MECÂNICA GERAL - 2/2019

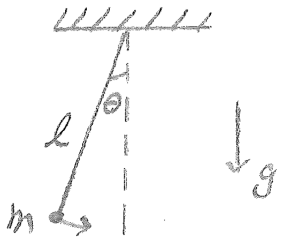
Prova 2

1. Considere a força dada em função das coordenadas cartesianas pela equação

$$\vec{\mathbf{F}} = k(axyz^2\ \hat{\mathbf{x}} + x^2z^2\ \hat{\mathbf{y}} + bx^2yz\ \hat{\mathbf{z}}).$$

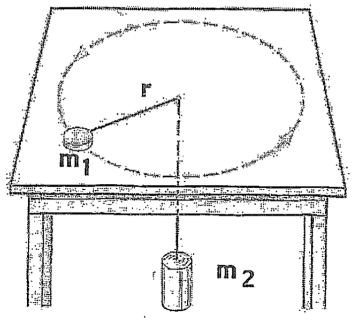
(a) Determine quais devem ser os valores de a e b para que esta força seja conservativa.
(b) Para estes valores de a e b, determine **por integração direta** qual é a forma funcional da energia potencial associada a esta força.

2. Um pêndulo simples é constituído por uma barra rígida de massa desprezível e comprimento l à qual está ligada uma massa puntiforme m como mostra a figura. O pêndulo se move com amplitude pequena o suficiente para que sua equação de movimento seja linear e está sujeito a uma força de arrasto $\vec{F} = -\alpha m\sqrt{gl}\dot{\theta}\hat{\theta}$ onde α é uma constante positiva adimensional.



(a) Escreva a equação de movimento deste pêndulo.
(b) Determine a faixa de valores que α deve assumir para que o movimento do pêndulo seja amortecido (i) fracamente, (ii) criticamente e (iii) fortemente.
(c) Suponha que o pêndulo passe a estar sujeito a uma força externa da forma $F_0 sen(\omega t)\hat{\theta}$. Obtenha a solução estacionária neste caso.
(d) Considere que ω é variado até que se encontre a situação de ressonância. Determine a amplitude das oscilações estacionárias quando esta situação for alcançada.

3. Um disco de massa m_1 se move sobre uma mesa com atrito desprezível. Ele está ligado a outro objeto de massa m_2 por uma corda inextensível e de massa desprezível, de comprimento d, que passa através de um orifício no tampo da mesa, como mostra a figura. O objeto de massa m_2 só pode se mover na vertical.



(a) Escreva as equações de vínculo que devem ser satisfeitas pelas coordenadas cartesianas necessárias para descrever este sistema.
(b) Quantos graus de liberdade tem este sistema? Justifique com clareza sua resposta.
(c) Escolha um conjunto adequado de coordenadas generalizadas e escreva as equações que permitem obter as coordenadas cartesianas em função destas coordenadas generalizadas escolhidas.
(d) Escreva a lagrangiana deste sistema.
(e) Use a formulação lagrangiana para provar que este sistema obedece a uma lei de conservação . Escreva esta lei.
(f) Obtenha a equação de movimento

$$(m_1 + m_2)\ddot{r} = \frac{l^2}{m_1 r^3} - m_2 g$$

que deve ser satisfeita pela coordenada r mostrada na figura, onde l é uma constante. Relacione esta constante com o resultado de seu item (e).