

# MECÂNICA GERAL - 1/2019

## Prova 2

1. Considere a força dada em função das coordenadas cartesianas pela equação

$$\vec{F} = k(2xyz^2 \hat{x} + x^2z^2 \hat{y} + ax^2yz \hat{z}).$$

- Determine qual deve ser o valor de  $a$  para que esta força seja conservativa.
- Para este valor de  $a$ , determine **por integração direta** qual é a forma funcional da energia potencial associada a esta força.
- Verifique por diferenciação que a energia potencial obtida está correta.

2. Uma partícula de massa  $m$  se move numa região onde está sujeita a uma interação conservativa associada à energia potencial ( $x$  em m,  $U$  em J)

$$U(x) = 3x^2 - x^3$$

- Construa *cuidadosamente* o gráfico de  $U(x)$  com o máximo de informação possível.
- Qual o valor limite para a energia total que permite um comportamento oscilatório desta partícula?
- Qual a frequência angular de pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio estável?

3. Um oscilador criticamente amortecido tem frequência natural  $\omega_0$  e entra em movimento com  $x(0) = 0$  e  $\dot{x}(0) = v_0, v_0 > 0$ .

- Determine  $x(t)$ .
- Esboce um gráfico de  $x$  como função de  $t$ .

4. Um carrinho de massa  $m$  se move sobre trilhos no interior de um carro maior a cuja parede está preso por uma mola de constante elástica  $k$ . Na posição relaxada da mola, os centros geométricos dos dois carros têm posições coincidentes sobre um eixo horizontal. Use o símbolo  $x$  para indicar a distância do carrinho a sua posição de equilíbrio e o símbolo  $X$  para a distância do carro maior até uma referência fixa no solo - veja a figura abaixo. O carro maior é agora obrigado a oscilar de modo que  $X = A \cos \omega t$ , onde  $A$  e  $\omega$  são constantes e  $t$  mede a passagem do tempo.

- Escreva a lagrangiana para o movimento do carrinho menor.
- Mostre que sua equação de movimento tem a forma

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = B \cos \omega t,$$

onde  $\omega_0$  é a frequência natural ( $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ) e  $B$  é uma constante. Determine  $B$  em função dos parâmetros dados.

