MECÂNICA GERAL - 2/2019

LISTA 5

1. Calcule o trabalho realizado pela força bidimensional $\vec{F} = (x^2, 2xy)$ sobre o caminho dado parametricamente por $x = t^3$ e $y = t^2$ ligando a origem ao ponto $P = (1, 1)$.

2. Determine quais da forças abaixo é (são) conservativa(s) - k é uma constante com a dimensão adequada. Para aquela(s) que for(em) conservativa(s), encontre a energia potencial U associada calculando a integral de linha que a define e verifique que $\vec{F} = -\nabla U$.
(a) $\vec{F} = k(x, 2y, 3z)$.
(b) $\vec{F} = k(y, x, 0)$.

3. A força exercida por uma mola (unidimensional) presa por uma de suas extremidades é restauradora e tem módulo $F = kx$, onde x é o deslocamento de sua outra extremidade com relação à posição de equilíbrio e k é uma constante que depende da natureza da mola.
(a) Mostre que esta força é conservativa. Demonstre que ela está associada a uma energia potencial dada por $U = (1/2)kx^2$ se escolhermos o zero da energia potencial na situação em que a mola está completamente relaxada (posição de equilíbrio).
(b) Suponha agora que a mola é suspensa do teto, com uma massa m presa a sua extremidade livre e limitada a se mover apenas na direção vertical. Encontre a distensão (ou elongação) da mola x_0 em sua nova posição de equilíbrio. Mostre que a energia potencial total (elástica mais gravitacional) tem a forma $(1/2)ky^2$ se a coordenada y mede o deslocamento a partir da nova posição de equilíbrio e redefinirmos o zero de energia potencial para este ponto.

4. Uma partícula de massa m se move sobre uma mesa horizontal sem atrito, presa a uma das extremidades de um barbante de massa desprezível. O barbante passa por um orifício na mesa e eu seguro sua outra extremidade em baixo da mesa. Inicialmente a partícula se move em um círculo de raio r_0 com velocidade angular ω_0. Num certo instante eu começo a puxar o barbante até que sobre apenas um comprimento r entre o orifício e a partícula.
(a) Qual será a velocidade angular da partícula ao final deste processo?
(b) Suponha que eu puxe o barbante tão devagar que possamos aproximar a trajetória da partícula por um círculo que vai diminuindo de raio muito devagar. Calcule o trabalho feito por mim puxando o barbante.
(c) Calcule o ganho de energia cinética da partícula neste processo e compare o resultado com o do item (b).

5. Considere uma partícula em equilíbrio no topo de uma esfera fixa de raio R. Depois de um minúsculo empurrão, a partícula começa a deslizar sem atrito sobre a superfície da esfera. Determine que altura (na vertical) a partícula desce até deixar a superfície da esfera. (Sugestão: use a conservação da energia para encontrar a velocidade da partícula como função da sua altura, e a 2^a lei de Newton para encontrar a força normal que a esfera faz sobre a partícula. Qual deve ser o valor desta força normal no instante em que a partícula deixa a superfície da esfera?)

6. Uma massa m se move em uma órbita circular centrada na origem sob a ação de uma força central atrativa com energia potencial $U = kr^n$. Prove que $T = nU/2$, resultado muito útil conhecido como o **teorema do virial**.

7. Considere colisões elásticas entre duas partículas de massas diferentes m_1 e m_2 e demonstre os seguintes resultados clássicos:
(a) Se a colisão for unidimensional, então a velocidade relativa depois da colisão é simétrica (isto é, tem mesmos módulo e direção, mas sentido oposto) à velocidade relativa antes da colisão.
(b) Se a colisão for bidimensional e a partícula de massa m_2 estiver inicialmente em repouso, então o ângulo θ entre as duas velocidades finais satisfaz ás desigualdades: (i) $\theta < \pi/2$ se $m_1 > m_2$; (ii) $\theta > \pi/2$ se $m_1 < m_2$.