MECÂNICA GERAL - 2/2019

LISTA 4

1. Uma partícula carregada de massa m e carga q positiva entra, com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$ arbitrária, numa região do espaço onde sofre a ação combinada de um campo elétrico e de um campo magnético, $\vec{E}$ e $\vec{B}$, ambos uniformes e ortogonais entre si. A força resultante sôbre a partícula é $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$.

(a) Escreva a equação de movimento da partícula e separe-a nas 3 componentes cartesianas (escolha os eixos adequadamente!).

(b) Esta montagem pode servir como um seletor de velocidades. Mostre que existe uma velocidade inicial $\vec{v}_0$ para a qual a partícula atravessa esta região sem alterar sua trajetória.

(c) Resolva as equações de movimento e encontre as componentes da velocidade da partícula como função do tempo.

(d) *Desafio:* Mostre que, se a componente da velocidade inicial da partícula na direção do campo magnético for nula, existe um referencial inercial em movimento em relação ao laboratório a partir do qual o movimento da partícula é visto como circular uniforme. Use este fato para identificar a forma da trajetória no referencial do laboratório neste caso particular.

2. Considere um foguete que se move em uma trajetória reta, sujeito à ação de uma força externa agindo na direção desta trajetória.

(a) Escreva a equação de movimento para este foguete. (não se espante, é fácil mesmo!)

(b) Considere agora o caso particular (de grande interêsse!) no qual o foguete decola verticalmente a partir do repouso, sujeito a uma campo gravitacional g constante. (*Desafio:* Porque eu posso chamar g desta forma? Use uma analogia com o campo elétrico para responder). Escreva a equação de movimento neste caso. Suponha que o foguete ejeta massa (combustível) a uma taxa constante $\dot{m} = -k$, onde k é uma constante positiva, e que a velocidade de ejeção dos gases em relação ao foguete é fixa e igual a v_e. Encontre a função $v(t)$.

(c) Use sua solução do item (b) e mostre que a altura do foguete como função do tempo pode ser escrita na forma (m_0 é a massa inicial do foguete)

$$y(t) = v_e t - 1/2gt^2 - \frac{mv_e}{k} ln(\frac{m_0}{m})$$

Use os dados do item (c) e determine a altura do foguete dois minutos após o lançamento.

3. Para ilustrar o uso de foguetes com múltiplos estágios, considere o seguinte:

(a) A massa de combustível que um foguete carrega é $0.6m_0$, onde m_0 é sua massa total inicial. Qual é a velocidade final deste foguete depois de acelerar a partir do repouso no espaço livre (na ausência, portanto, de forças externas) se ele queima todo seu combustível em um único estágio? Expresse sua resposta em termos de v_e.

(b) Suponha agora que ele queima o combustível em dois estágios, da seguinte maneira: no primeiro, queima a massa de $0.3m_0$. Em seguida, ejeta o tanque de combustível do primeiro estágio, cuja massa é $0.1m_0$, e só então queima o combustível restante ($0.3m_0$). Determine a velocidade final neste caso, supondo o mesmo valor constante para v_e em todos os casos, e compare os dois resultados.

4. Dois irmãos gêmeos, cada um com massa m, estão em pé numa das extremidade de uma plataforma ferroviária móvel (um vagão sem paredes), de massa M, em repouso, e que pode deslizar sem atrito sôbre os trilhos. Cada um dos irmãos pode correr até a outra extremidade da plataforma e dela saltar com uma velocidade u fixa em relação ao vagão.

(a) Use a conservação do momento (linear) para determinar a velocidade com que o vagão recua se os dois irmãos correm e saltam ao mesmo tempo.

(b) Qual será esta velocidade se o segundo irmão só começa a correr depois que o primeiro tiver saltado? Qual dos dois procedimentos dá ao vagão maior velocidade final? (Dica: u é a velocidade em relação ao vagão com que cada irmão salta de sua extremidade; tem o mesmo valor para cada irmão nos itens (a) e (b).)

5. Considere um planeta que orbita um sol (uma estrela) fixo. Escolha o plano xy como o plano da órbita, com o sol na origem, e use as coordenadas polares (r, ϕ) para indicar (rotular) a posição do planeta. Mostre que o momento angular do planeta em relação a esta origem tem módulo $l = mr^2\omega$, onde $\omega = \dot{\phi}$ é a velocidade angular com que o planeta orbita seu sol.

6. Considere um disco sólido uniforme de massa M e raio R que rola sem deslizar descendo uma rampa que faz um ângulo θ com a horizontal. P é o ponto de contato entre o disco e a rampa - que chamamos de *centro instantâneo de rotação* .

(a) Desenhe um diagrama de corpo livre, que mostre todas as forças que agem sobre o disco.

(b) Determine a aceleração do movimento de translação do disco aplicando a equação $\dot{\vec{L}} = \vec{\tau}_{ext}$ à rotação instantânea em torno de P. (Lembre-se que $L = I\omega$ e que o momento de inércia para rotações em torno de um ponto da circunferência do disco é $\frac{3}{2}MR^2$. A condição de não deslizamento deve ser expressa pela equação $v = R\omega$, onde v é a velocidade de translação do disco, e que implica em que $\dot{v} = R\dot{\omega}$).

(c) Chegue ao mesmo resultado aplicando a equação $\dot{\vec{L}} = \vec{\tau}_{ext}$ à rotação do disco em torno do seu centro de massa. (Neste caso você vai ter que lidar com um novo valor desconhecido, que é o módulo da força de atrito. Você pode eliminá-la usando a segunda lei de Newton ao movimento de translação do centro de massa do disco. O momento de inércia para rotações em torno do centro de massa é $\frac{1}{2}MR^2$.