MECÂNICA GERAL - 1/2017

LISTA 4

1. Neste exercício você vai lidar com as origens físicas distintas das forças de arrasto linear e quadrático.

A origem da força de arrasto linear numa esfera em movimento no interior de um fluido é a viscosidade deste fluido. De acordo com a lei de Stokes, o arrasto viscoso sobre a esfera é

$$f_{lin} = 3\,\pi\,\eta\,D\,v$$

onde η é a viscosidade do fluido, D é o diâmetro da esfera, e v sua velocidade, sendo portanto da forma $f_{lin} = b\,v$, com $b = \beta\,D$ e onde β depende das características do fluido.
(a) Dado que a viscosidade do ar nas CNTP é $\eta = 1,7 \times 10^{-5} N\,s/m^2$, determine o valor de β.

A origem da força de arrasto quadrática sobre um projétil que se desloca no interior de um fluido é a inércia do fluido que o projétil tem que deslocar para se mover.
(b) Suponha que o projétil tenha uma área de seção reta A (normal a sua velocidade) e uma velocidade v, e que a densidade do fluido seja ρ. Mostre que a taxa com que o projétil tem que deslocar o fluido para se mover (isto é, a massa de fluido que tem que ser deslocada po unidade de tempo) é $\rho\,A\,v$.
(c) Fazendo a hipótese simplificadora de que todo o fluido encontrado pelo projétil é acelerado até a mesma velocidade v deste, mostre que a força de arrasto resultante sobre o projétil é $\rho\,A\,v^2$. (Apesar desta hipótese não ser muito plausível, é de se esperar que a força de arrasto real tenha a forma $f_{quad} = \kappa\,\rho\,A\,v^2$, onde $\kappa < 1$ e depende da forma do projétil, sendo pequeno para um de forma "aerodinâmica" e maior para um objeto de extremidade rombuda. Isto é, de fato, verdade, e o fator κ para uma esfera é, na realidade, $\kappa = 1/4$.)
(d) A expressão acima tem, como previsto, a forma $f_{quad} = c\,v^2$, com $c = \gamma\,D^2$ e γ dependente das características do fluido e do projétil. Dado que a densidade do ar nas CNTP é $\rho = 1,29 kg/m^3$ obtenha o valor de γ para uma esfera.

2. Na questão anterior você obteve as expressões das forças de arrasto linear e quadrática sobre uma esfera que se move em um fluido.
(a) Mostre que a razão entre estas duas forças pode ser escrita como $f_{quad}/f_{lin} = R/48$, onde o número adimensional de Reynolds R é

$$R = \frac{D\,v\,\rho}{\eta}$$

onde D é o diâmetro da esfera, v sua velocidade, e ρ e η são a densidade e a viscosidade do fluido. (O fator numérico 48 é específico da forma esférica). O número de Reynolds é claramente uma medida da importância relativa dos dois tipos de força de arrasto. Quando R é muito grande, o arrasto quadrático é dominante e o linear pode ser desprezado, e vice-versa quando R é muito pequeno.
(b) Determine o número de Reynolds para uma esfera metálica, de diâmetro $2mm$, que se move a $5cm/s$ através de glicerina, que tem densidade $1,3g/cm^3$ e viscosidade $12N\,s/m^2$ nas CNTP.

3. Considere a citação seguinte, extraída do livro *Diálogos sôbre duas novas ciências*, de Galileu: *Aristóteles diz que "uma bola de ferro de* 100 *libras* (aproximadamente $50kg$) *que caia de uma altura de* 100 *cúbitos* (aproximadamente $67m$) *chegará ao chão antes que uma bola de uma libra tenha caído um único cúbito." Eu digo que elas chegarão ao chão (praticamente) ao mesmo tempo.*

Você vai ver, se fizer a experiência, que, quando a bola maior chegar ao chão, a menor estará a uma distância dela menor que duas larguras de dedos.
Nós sabemos que a afirmação atribuída a Aristóteles está totalmente errada, mas será que a de Galileu procede?
(a) Sabendo que a densidade do ferro é $8g/cm^3$, determine a velocidade terminal das duas bolas de ferro.
(b) Encontre o tempo que a bola maior leva para chegar ao chão, e a posição da bola menor neste mesmo instante. Qual a distância entre elas? Galileu tem razão ou não?

4. Uma partícula carregada de massa m e carga q positiva entra, com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$ arbitrária, numa região do espaço onde sofre a ação combinada de um campo elétrico e de um campo magnético, $\vec{E}$ e $\vec{B}$, ambos uniformes e ortogonais entre si. A força resultante sôbre a partícula é $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$.
(a) Escreva a equação de movimento da partícula e separe-a nas 3 componentes cartesianas (escolha os eixos adequadamente!).
(b) Esta montagem pode servir como um seletor de velocidades. Mostre que existe uma velocidade inicial $\vec{v}_0$ para a qual a partícula atravessa esta região sem alterar sua trajetória.
(c) Resolva as equações de movimento e encontre as componentes da velocidade da partícula como função do tempo.
(d) Mostre que, se a componente da velocidade inicial da partícula na direção do campo magnético for nula, existe um referencial inercial em movimento em relação ao laboratório a partir do qual o movimento da partícula é visto como circular uniforme. Use este fato para identificar a forma da trajetória no referencial do laboratório neste caso particular.

5. Neste exercício você vai relembrar propriedades de algumas funções hiperbólicas, definidas para qualquer z, real ou complexo, na forma

$$cosh(z) = \frac{e^z + e^{-z}}{2}, \;\; senh(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{2}, \;\; tgh(z) = \frac{senh(z)}{cosh(z)}$$

(a) Esboce o gráfico destas funções .
(b) Mostre que $cosh(z) = cos(iz)$, e estabeleça relações similares para as outras duas.
(c) Quais são as derivadas destas funções hiperbólicas?
(d) Mostre que $cosh^2(z) - senh^2(z) = 1$.