

# MECÂNICA GERAL - 2/2017

## LISTA 3

1. Neste exercício você vai lidar com as origens físicas distintas das forças de arrasto linear e quadrático.

A origem da força de arrasto linear numa esfera em movimento no interior de um fluido é a viscosidade deste fluido. De acordo com a lei de Stokes, o arrasto viscoso sobre a esfera é

$$f_{lin} = 3\pi\eta Dv$$

onde  $\eta$  é a viscosidade do fluido,  $D$  é o diâmetro da esfera, e  $v$  sua velocidade, sendo portanto da forma  $f_{lin} = bv$ , com  $b = \beta D$  e onde  $\beta$  depende das características do fluido.

(a) Dado que a viscosidade do ar nas CNTP é  $\eta = 1,7 \times 10^{-5} N s/m^2$ , determine o valor de  $\beta$ .

A origem da força de arrasto quadrática sobre um projétil que se desloca no interior de um fluido é a inércia do fluido que o projétil tem que deslocar para se mover.

(b) Suponha que o projétil tenha uma área de seção reta  $A$  (normal a sua velocidade) e uma velocidade  $v$ , e que a densidade do fluido seja  $\rho$ . Mostre que a taxa com que o projétil tem que deslocar o fluido para se mover (isto é, a massa de fluido que tem que ser deslocada por unidade de tempo) é  $\rho Av$ .

(c) Fazendo a hipótese simplificadora de que todo o fluido empurrado pelo projétil é acelerado até a mesma velocidade  $v$  com que o projétil se move, mostre que a força de arrasto resultante sobre o projétil é  $\rho Av^2$ . (Apesar desta hipótese não ser muito plausível, é de se esperar que a força de arrasto real tenha a forma  $f_{quad} = \kappa \rho Av^2$ , onde  $\kappa < 1$  e depende da forma do projétil, sendo pequeno para um de forma “aerodinâmica” e maior para um objeto de extremidade rombuda. Isto é, de fato, verdade, e o fator  $\kappa$  para uma esfera é, na realidade,  $\kappa = 1/4$ .)

(d) A expressão acima tem, como previsto, a forma  $f_{quad} = cv^2$ , com  $c = \gamma D^2$  e  $\gamma$  dependente das características do fluido e do projétil. Dado que a densidade do ar nas CNTP é  $\rho = 1,29 kg/m^3$  obtenha o valor de  $\gamma$  para uma esfera.

2. Na questão anterior você obteve as expressões das forças de arrasto linear e quadrática sobre uma esfera que se move em um fluido.

(a) Mostre que a razão entre estas duas forças pode ser escrita como  $f_{quad}/f_{lin} = R/48$ , onde o número adimensional de Reynolds  $R$  é

$$R = \frac{Dv\rho}{\eta}$$

onde  $D$  é o diâmetro da esfera,  $v$  sua velocidade, e  $\rho$  e  $\eta$  são a densidade e a viscosidade do fluido. (O fator numérico 48 é específico da forma esférica). O número de Reynolds é claramente uma medida da importância relativa dos dois tipos de força de arrasto. Quando  $R$  é muito grande, o arrasto quadrático é dominante e o linear pode ser desprezado, e vice-versa quando  $R$  é muito pequeno.

(b) Determine o número de Reynolds para uma esfera metálica, de diâmetro  $2mm$ , que se move a  $5cm/s$  através de glicerina, que tem densidade  $1,3g/cm^3$  e viscosidade  $12N s/m^2$  nas CNTP.

3. Suponha que um projétil sujeito a uma força de arrasto linear seja lançado verticalmente para baixo com velocidade inicial  $v_{y0}$  maior que a velocidade terminal  $v_{ter}$ . Descreva como sua velocidade

varia com o tempo, e faça um gráfico de  $v_y$  em função do tempo  $t$  para o caso em que  $v_{y0} = 2 v_{ter}$ . O que mudaria neste gráfico se  $v_{y0}$  fosse menor que  $v_{ter}$ ?

4. Um projétil de massa  $m$  tem velocidade  $v_0$  no instante  $t = 0$  e se move sobre um plano horizontal sem atrito em um meio onde a força de arrasto é  $F(v) = -c v^{3/2}$ . Use o método de separação de variáveis para obter  $v$  como função do tempo  $t$  e dos demais parâmetros dados. Em que instante o projétil alcança o repouso?