MECÂNICA GERAL - 1/2017

LISTA 12

1. A demonstração feita em aula da equação de movimento no referencial em rotação supôs que a velocidade angular deste referencial $\vec{\Omega}$ era constante. Mostre que, se $\dot{\vec{\Omega}} \neq 0$, será necessária a introdução de outra força inercial, algumas vezes chamada de *força azimutal*, igual a $m\vec{r} \times \dot{\vec{\Omega}}$.

2. Considere um objeto que se move sem atrito sobre uma mesa horizontal que gira em torno de um eixo vertical com velocidade angular $\vec{\Omega}$.
(a) Escreva as equações de movimento para as coordenadas x e y do objeto no referencial da mesa. (Inclua as forças centrífuga e de Coriolis, mas ignore a rotação da Terra.)
(b) Resolva as duas equações com a ajuda dos números complexos, como mostrado em aula. Escreva a solução geral.
(c) No instante $t = 0$ o objeto está na posição $\vec{r}_0 = x_0\hat{x}$ com velocidade $\vec{v}_0 = v_{x0}\hat{x} + v_{y0}\hat{y}$ (medidas no referencial da mesa). Mostre que, num instante genérico t,

$$x(t) = (x_0 + v_{x0}t)\, cos(\Omega t) + (v_{y0} + \Omega x_0)\, t\, sen(\Omega t)$$

e

$$y(t) = -(x_0 + v_{x0}t)\, sen(\Omega t) + (v_{y0} + \Omega x_0)\, t\, cos(\Omega t).$$

(d) Descreva e esboce o comportamento do objeto para valores grandes de t. (Sugestão: Quando t é grande, os termos proporcionais a t dominam - exceto quando seus coeficientes são nulos, o que não é o caso aqui. Por isso, podemos escrever a solução na forma $x(t) = t(B_1 cos\Omega t + B_2 sen\Omega t)$ e uma expressão similar para $y(t)$. Agora combine o seno e o cosseno num único cosseno - ou seno, no caso de $y(t)$. Agora deve ficar mais fácil reconhecer que a trajetória é um tipo de espiral - mostre isso!)

3. Como ilustração do resultado mencionado em aula que a energia cinética de um corpo é a energia cinética de rotação relativa a qualquer ponto que esteja instantâneamente em repouso faça o seguinte: Escreva a energia cinética de um aro uniforme de massa M que rola sem deslizar com velocidade v sobre um piso horizontal como a soma da energia cinética associada ao movimento de seu centro de massa (CM) com a de rotação em torno do CM. Agora escreva a energia de rotação em torno do ponto de contato com o piso (centro instantâneo de rotação) e mostre que os dois resultados são iguais. Você vai ter que relembrar o teorema de Steiner a respeito do cálculo do momento de inércia relativo a eixos paralelos.

4. (a) Duas barras rígidas geometricamente idênticas, de espessura desprezíivel e $0.5m$ de comprimento, mas de massas diferentes, uma com $0,8kg$ e a outra com $2,4kg$, são soldadas de modo a formar uma única barra de $1m$ de comprimento. Considere o momento de inércia desta barra composta relativo a um eixo perpendicular à barra. Determine a localização deste eixo para que o momento de inércia a ele relativo seja o menor possível. Determine o valor do momento de inércia neste caso.

(b) Sobre uma das extremidades de uma barra uniforme apoiada sobre uma mesa horizontal faz-se agir uma força horizontal, perpendicular à barra. A barra está inicialmente em repouso. Seu comprimento é L e sua massa M. Determine o ponto da barra que tem aceleração inicial nula.