MECÂNICA GERAL - 2/2017

LISTA 11

1. Suponha que queiramos enviar uma espaçonave ao planeta Netuno usando a órbita de transferência de Hohmann discutida no tutorial 8. A nave inicia sua viagem numa órbita próxima à da Terra (circular de raio igual a 1 UA, ou unidade astronômica, ao redor do Sol) e deve terminar sua viagem numa órbita circular próxima à de Netuno (circular de raio 30 UA, ao redor do Sol). Use a 3^a lei de Kepler para mostrar que a órbita de transferência se completará em aproximadamente 31 anos terrestres. (Na prática podemos conseguir um resultado melhor se usarmos uma órbita que possibilite que a espaçonave use o "efeito estilingue" ao passar pela órbita de Júpiter.)

2. Reveja o problema do pêndulo suspenso do teto de uma vagão acelerado feito em aula e considere a seguinte situação: Um balão de hélio é ancorado por um fio de massa desprezível ao chão de um vagão que acelera para a direita com aceleração $\vec{A}$. Determine a inclinação do fio na situação de equilíbrio. (Sugestão: um balão de hélio flutua graças à força de empuxo, que é o resultado de um gradiente da pressão atmosférica. Qual a relação entre as direções e sentidos do campo gravitacional e da força de empuxo?)

3. (a) Considere a força de maré sobre um objeto de massa m na posição do ponto P da figura contida nas notas de aula. Escreva d como $(d_0 - R_T) = d_0(1 - R_T/d_0)$ e use a aproximação binomial $(1-\epsilon)^{-2} \approx 1 + 2\epsilon$ para mostrar que $\vec{F}_{maré} \approx -(2GM_L m R_T/d_0^3)\hat{x}$. Determine direção e sentido desta força e faça uma comparação numérica entre ela e a força gravitacional $m\vec{g}$ feita pela Terra.
(b) Faça os mesmos cálculos para a força de maré no ponto R. Compare, em módulo, direção e sentido, esta força com a obtida no item (a).

4. Um balde de base circular cheio de água é posto para girar em torno de um eixo vertical com velocidade angular $\vec{\Omega}$. Mostre que na situação de equilíbrio (em relação ao balde) a superfície da água é um parabolóide de revolução. Isto quer dizer que a figura plana obtida quando se corta esta superfície por um plano vertical contendo o eixo de rotação uma parbola. (Use coordenadas cilíndricas e lembre-se que a superfície da água é uma equipotencial sob a ação combinada das forças gravitacional e centrífuga, o que implica em que a superfcie seja localmente ortogonal à resultante das foras gravitacional e centrífuga.)

5. Considere um objeto que se move sem atrito sobre uma mesa horizontal que gira em torno de um eixo vertical com velocidade angular $\vec{\Omega}$.
(a) Escreva as equações de movimento para as coordenadas x e y do objeto no referencial da mesa. (Inclua as forças centrífuga e de Coriolis, mas ignore a rotação da Terra.)
(b) Resolva as duas equações com a ajuda dos números complexos, como mostrado em aula. Escreva a solução geral.
(c) No instante $t = 0$ o objeto está na posição $\vec{r}_0 = x_0\hat{x}$ com velocidade $\vec{v}_0 = v_{x0}\hat{x} + v_{y0}\hat{y}$ (medidas no referencial da mesa). Mostre que, num instante genérico t,

$$x(t) = (x_0 + v_{x0}t)\, cos(\Omega t) + (v_{y0} + \Omega x_0)\, t\, sen(\Omega t)$$

e

$$y(t) = -(x_0 + v_{x0}t)\, sen(\Omega t) + (v_{y0} + \Omega x_0)\, t\, cos(\Omega t).$$

(d) Descreva e esboce o comportamento do objeto para valores grandes de t. (Sugestão: Quando t

é grande, os termos proporcionais a t dominam - exceto quando seus coeficientes são nulos, o que não é o caso aqui. Por isso, podemos escrever a solução na forma $x(t) = t(B_1 cos\Omega t + B_2 sen\Omega t)$ e uma expressão similar para $y(t)$. Agora combine o seno e o cosseno num único cosseno - ou seno, no caso de $y(t)$. Agora deve ficar mais fácil reconhecer que a trajetória é um tipo de espiral - mostre isso!)