

Tutorial: Referenciais em Rotação

0. Conexão entre referenciais e forças inerciais

As questões para discussão coletiva estão marcadas com *.

****Esta página contém uma breve revisão do conteúdo discutido em aula****

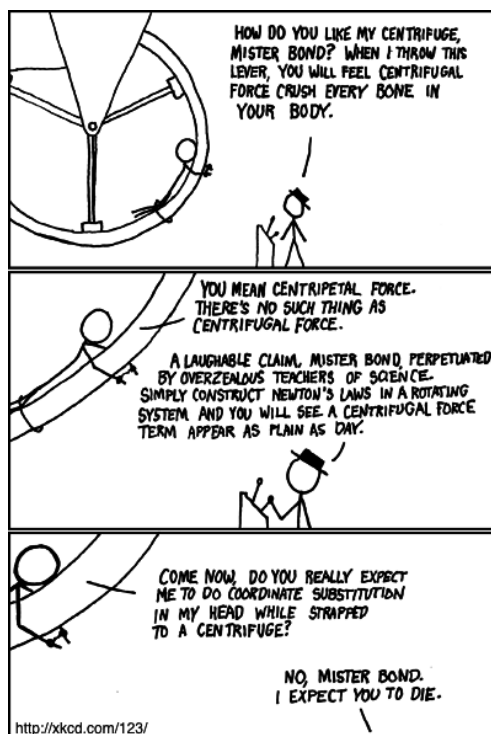
Quando estudamos movimentos que podem ser descritos em relação a um sistema de referência em *rotação*, como o movimento de um objeto que se move sobre a plataforma de um carrossel, podemos aplicar as leis de Newton no *referencial do solo*, suposto inercial (o que uma pessoa parada em relação ao chão do lado do carrossel observa), ou no *referencial em rotação* (o que uma pessoa em pé dentro do carrossel observa.)

Se escolhermos uma origem comum aos dois referenciais mencionados num mesmo ponto, e se o referencial em rotação tem seu movimento descrito pelo vetor velocidade angular $\vec{\Omega}$, segue-se que a velocidade do objeto em movimento relativa ao referencial do solo (coordenadas (x', y', z')) está relacionada com a velocidade medida no referencial em rotação (coordenadas (x, y, z)) pela equação

$$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{\Omega} \times \vec{r}. \quad (1)$$

Quando usamos as leis de Newton no *referencial em rotação*, temos que incluir pelo menos uma das três *forças inerciais* que podem aparecer como resultado da rotação do referencial:

$$\begin{cases} \vec{F}_{cf} = m(\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{\Omega} & \text{(força centrífuga)} \\ \vec{F}_{cor} = 2m\vec{v}' \times \vec{\Omega} & \text{(força de Coriolis)} \\ \vec{F}_{Euler} = m\vec{r} \times \dot{\vec{\Omega}} & \text{(força de Euler)} \end{cases} \quad (2)$$

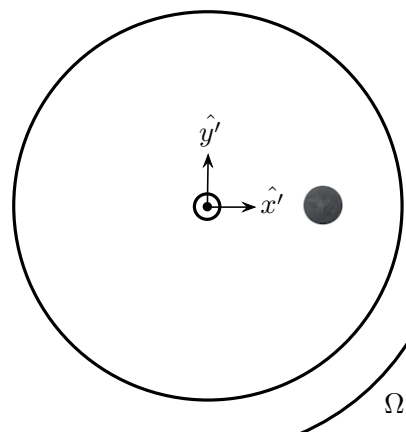


I. Consistência entre os referenciais

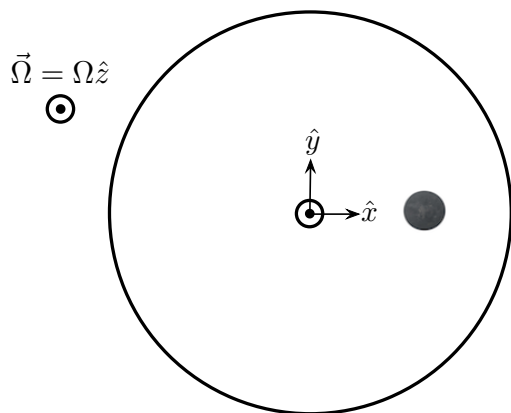
Vamos ignorar no que se segue a força gravitacional e a normal, já que estamos interessados apenas no movimento no plano da plataforma.

Uma plataforma horizontal, **com atrito desprezível**, gira no sentido *trigonométrico* a uma taxa constante Ω relativamente ao referencial do solo. Em nosso primeiro exemplo, um disco de massa m é colocado **em repouso em relação ao referencial do solo** na posição $R\hat{x}'$, onde nossa origem foi escolhida no centro da plataforma. No referencial do solo, o disco permanece em repouso enquanto a plataforma gira (já que não há forças agindo com relação a este referencial!)

Top view *in ground (inertial) frame*



Top view *in platform (rotating) frame*



A. Considere agora o ponto de vista de um observador em repouso em relação ao referencial *em rotação*. Como ele vai ver o movimento do disco? Esboce a trajetória do disco vista do referencial em rotação no diagrama. (Dica: se eu usar uma régua para medir a distância entre o disco e o centro da plataforma no referencial do solo, e fizer o mesmo no referencial em rotação, vou encontrar valores diferentes ou iguais?)

B. O disco parte do repouso no referencial inercial (do solo), por isso $\vec{v}' = 0$. Qual é sua velocidade inicial \vec{v} no referencial *em rotação*?

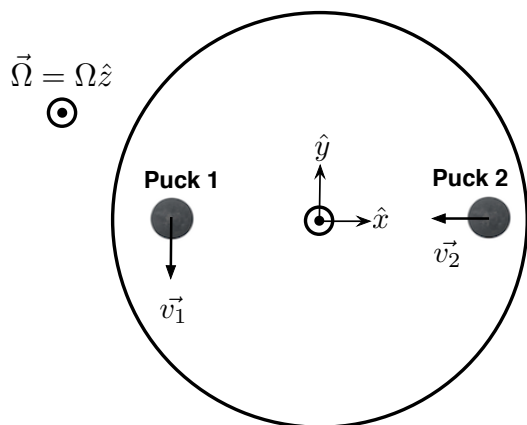
***C*.** Usando a velocidade inicial \vec{v} que você acaba de encontrar, calcule o *módulo* e a *direção/sentido* das forças centrífuga e de Coriolis que agem sobre o disco na sua posição inicial $\vec{r} = R\hat{x}$. Qual é a força resultante? Esta resposta é consistente com a força necessária para que o disco se mova na trajetória que você esboçou no item B? Justifique sua resposta.

PARE AQUI e confira suas respostas antes de prosseguir!

II. Movimento em relação à plataforma em rotação

Considere agora dois discos com velocidades iniciais \vec{v}_1, \vec{v}_2 como medidas no referencial *em rotação*.

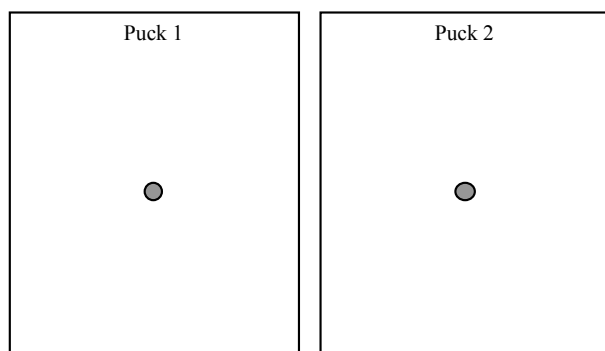
Top view *in platform (rotating) frame*



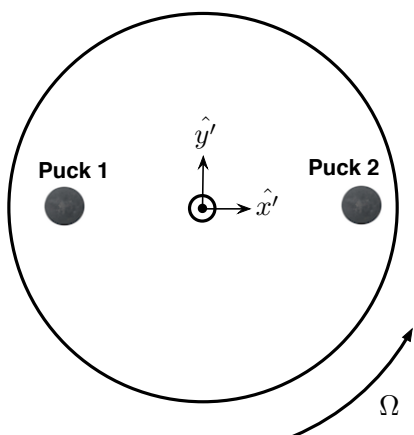
B. O disco 2, que se move inicialmente na direção de $-\hat{x}$ como visto do referencial da plataforma, conseguirá alcançar o centro geométrico da plataforma - nossa origem? Use seu diagrama de corpo livre do item A para justificar sua resposta. **No diagrama acima**, esboce a trajetória (qualitativamente correta!) seguida por cada disco como vista do referencial *em rotação*.

A. Para o instante mostrado no diagrama visto de cima (*à esquerda*), desenhe diagramas de corpo livre separados **nos espaços abaixo** para os dois discos, incluindo todas as forças inerciais não nulas. (Outra vez, estamos representando as forças na vista de cima, por isso não vão aparecer as forças gravitacional e normal, e continuamos com atrito desprezível.)

Free-body diagrams *in platform frame*



Top view *in ground (inertial) frame*

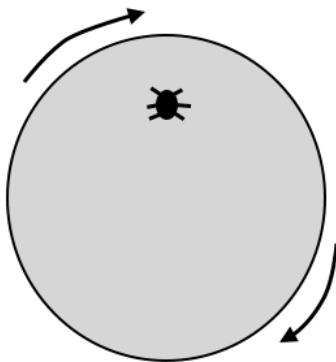


C. Usando a relação $\vec{v}' = \vec{v} + \Omega \times \vec{r}$, represente as velocidades iniciais \vec{v}'_1, \vec{v}'_2 no diagrama para o referencial do solo à direita. Baseie-se nestas velocidades iniciais para esboçar a trajetória (qualitativamente correta!) seguida por cada disco como vista do referencial do solo.

D. [Discussão] Como o que vimos acima mudaria se a plataforma estivesse *acelerando* a uma taxa constante $\dot{\Omega} = -\alpha$ (α positivo - atenção ao sinal!)? Há algum valor de α que permita que o disco 2 *alcance* o centro?

PARE AQUI e confira suas respostas!

III. E se o atrito não for desprezível?



Um inseto se apoia na superfície de outra plataforma que gira no sentido **anti-trigonométrico** ($\vec{\Omega} = -\Omega\hat{z}$.) Ao contrário do que acontecia com os discos, o inseto sofre a ação de uma **força de atrito**, com coeficiente estático μ_S . (Isto significa que não podemos mais ignorar as forças normais! Suponha a presença do campo gravitacional usual \vec{g} apontado para dentro do papel.)

A. O inseto está inicialmente em repouso a uma distância r_0 do centro da plataforma. Represente um diagrama de corpo livre para o inseto *no referencial em rotação*.

Dado que o inseto *não* desliza para fora da plataforma enquanto ela gira, qual o maior valor possível para r_0 , em termos de Ω , μ_S e g ?

B. Agora o inseto começa a andar em direção à borda da plataforma ao longo do seu raio, com uma velocidade constante v_0 (a partir de r_0 .) Represente o diagrama de corpo livre nesta nova situação, como visto pelo referencial em rotação. Neste caso, a partir de que valor de r o inseto começará a deslizar?

C. [Discussão] Como é o diagrama de corpo livre para o inseto no **referencial do chão** para a situação descrita em B? Ele é compatível com o movimento observado no referencial em rotação? A direção e sentido da força de atrito fazem sentido para você? Comente!

PARE AQUI e discuta suas respostas com o instrutor!

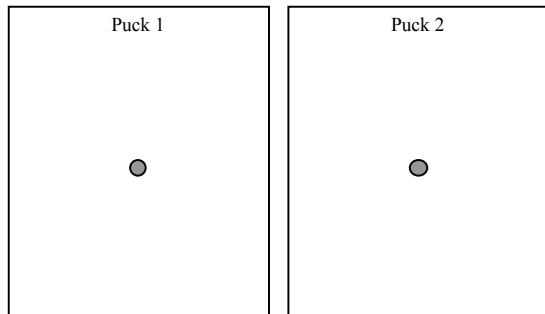
IV. Rotações diferentes, forças diferentes

Na parte II acima examinamos o movimento dos discos sobre uma plataforma que gira no sentido trigonométrico com velocidade angular constante de módulo Ω . Consideraremos abaixo algumas outras situações nas quais o movimento da plataforma seja diferente.

Em cada caso, desenhe diagramas de corpo livre para os discos 1 e 2 *como medidos no referencial em rotação em rotação*. Suponha que as velocidades iniciais dos discos como medidas no referencial em rotação sejam as mesmas que antes, \vec{v}_1 e \vec{v}_2 .

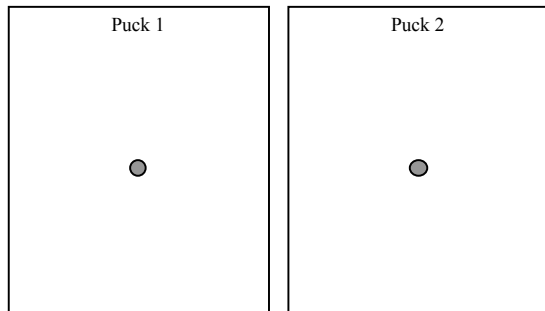
A. A plataforma gira no sentido trigonométrico com velocidade angular constante Ω' que tem módulo *maior* que o de Ω .

Free-body diagrams in platform frame



B. A plataforma gira com velocidade angular constante Ω , mas agora no sentido *anti-trigonométrico*.

Free-body diagrams in platform frame



C. A plataforma gira no sentido trigonométrico mas com velocidade angular de módulo *decente* (não mais constante!).

Free-body diagrams in platform frame

