MECÂNICA GERAL - 2/2017

Teste 2

1. Uma partícula de massa m (em kg) se move sobre o eixo x sob a ação de uma força conservativa à qual está associada a energia potencial $U(x) = U_0[2(\frac{x}{a})^2 - (\frac{x}{a})^4]$ joules (x em metros, a e U_0 positivos).

(a) Determine a força sobre a partícula como função de x.

(b) Encontre as posições de equilíbrio desta partícula e discuta a natureza deste equilíbrio (estável, instável, indiferente)

(c) Esboce o gráfico da função U(x).

(d) Qual a frequência angular de pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio estável?

(e) Qual o valor mínimo do módulo da velocidade que esta partícula deve ter na origem para escapar deste poço atrativo?

2. Considere um pêndulo de comprimento l e massa m que se move num meio oleoso com θ decrescente, como mostra a figura. O óleo retarda o movimento do pêndulo com uma força de arrasto de módulo proporcional à velocidade, $F_a = 2m\sqrt{\frac{g}{l}}(l\dot{\theta})$. Em $t = 0$ o pêndulo parte do repouso com o ângulo $\theta = \theta_0$, com $\theta_0 \ll 1$.

(a) Escolha eixos cartesianos adequados a este problema e escreva a expressão (vetorial) do torque resultante em relação ao ponto de suspensão do pêndulo.

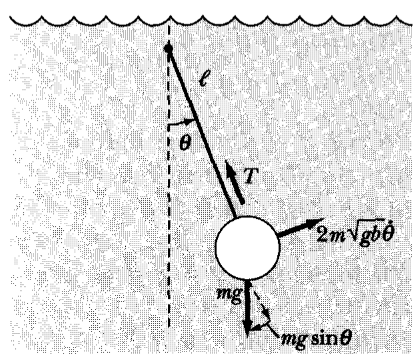
(b) Use o resultado do item (a) para escrever a equação de movimento deste pêndulo.

(c) Obtenha a equação horária para $\theta(t)$ (com a condição inicial dada). (*Dica:* qual o tipo de amortecimento deste pêndulo?)

(d) Obtenha $\dot{\theta}$ como função do tempo t.

(e) Construa o diagrama de fase deste sistema - isto é, desenhe o gráfico de $\dot{\theta}$ como função de θ - tomando $\sqrt{\frac{g}{l}} = 10s^{-1}$ e $\theta_0 = 10^{-2}$ radianos.

2-2-2017-fig 1.png



3. Um pêndulo simples de comprimento l e massa m tem seu ponto de suspensão forçado a se mover horizontalmente com posição descrita por $x(t) = 1/2at^2$, onde a é uma constante positiva.

(a) Use como coordenada generalizada o ângulo θ entre o fio do pêndulo e a vertical e determine a lagrangiana do sistema.

(b) Obtenha a equação de movimento (sem nenhuma aproximação); em seguida, obtenha a posição de equilíbrio deste pêndulo - isto é, o ângulo θ para o qual $\dot{\theta} = 0$ e $\ddot{\theta} = 0$.

(c) Obtenha a frequência para pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio.