MECÂNICA GERAL - 2/2018

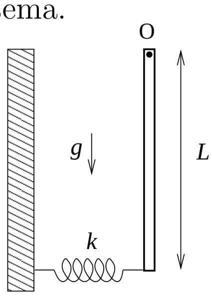
LISTA DE EXERCÍCIOS 7

1. Num certo problema unidimensional, a energia potencial de uma massa m a uma distância x da origem é dada por

$$U(x) = U_0 \left(\frac{x}{R} + \lambda^2 \frac{R}{x} \right)$$

onde $0 < x < \infty$ e U_0, R e λ são constantes positivas.
(a) Esboce uma gráfico de U para $x \in (0, \infty)$.
(b) Encontre a posição de equilíbrio x_0 e mostre tratar-se de uma posição de equilíbrio estável.
(c) Chame de η o deslocamento a partir do equilíbrio e use a expansão de Taylor de $U(x_0 + \eta)$ até segunda ordem para mostrar que, para pequenos valores de η, $U(\eta) = \text{constante} + k\eta^2/2$.
(d) Qual é a frequência angular das pequenas oscilações deste sistema em torno de sua posição de equilíbrio?

2. O sistema mecânico representado na figura abaixo consiste numa haste rígida de massa M e comprimento L que pode girar sem atrito em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura passando pela extremidade superior da haste (ponto O). A extremidade inferior da haste está presa a uma mola de constante elástica k, que se encontra relaxada.
(a) Para pequenos deslocamentos x da extremidade inferior da haste, e levando em conta que o sistema encontra-se num campo gravitacional constante g, use $I\alpha = \tau$ para mostrar que o sistema executa um movimento harmônico simples.
(b) Caracterize de forma precisa o que significa dizer que x é pequeno.
(c) Dado que o momento de inércia da haste em relação ao eixo de rotação é $I = ML^2/3$, determine o período das pequenas oscilações do sistema.



3. A energia potencial de dois átomos numa molécula diatômica pode, em certos casos, ser aproximada pela função de Morse

$$U(r) = A \left[\left(e^{(R-r)/S} - 1 \right)^2 - 1 \right]$$

onde r é a distância entre os dois átomos e A, R, e S são constantes positivas com $S << R$.
(a) Esboce o gráfico de U para r no intervalo $(0, \infty)$.
(b) Encontre a separação no equilíbrio r_0.
(c) Escreva $r = r_0 + x$, de modo que x seja o deslocamento a partir do equilíbrio, e mostre que, para pequenos deslocamentos, U tem a forma aproximada $U = \text{constante} + kx^2/2$. Quem é k, em função dos demais parâmetros?

4. A força sobre uma massa m que se move sobre o eixo x é $F = -F_0 \operatorname{senh}(\alpha x)$, onde F_0 e α são constantes positivas.
(a) Determine a energia potencial $U(x)$ apropriada para este problema unidimensional.

(b) Encontre a posição de equilíbrio x_0 deste sistema.
(c) Encontre uma aproximação para $U(x_0 + x)$ quando x for pequeno e determine a frequência angular das oscilações nesta aproximação.

5. Um oscilador sem amortecimento oscila em torno de sua posição de equilíbrio com amplitude de $0,2m$ e com velocidade cujo módulo máximo é $1,2m/s$. Qual o período de suas oscilações ?

6. Considere o movimento de uma partícula sujeita à forca repulsiva $F = kx$.
(a) Mostre que este é o tipo de movimento esperado numa vizinhança de um ponto de equilíbrio instável.
(b) Encontre a solução geral da equação de movimento da partícula.
(c) Determine $x(t)$ se as condições iniciais são $x(0) = 0$ e $\dot{x}(0) = v_0$.