MECÂNICA GERAL - 2/2018

LISTA DE EXERCÍCIOS 5

1. Calcule o trabalho realizado pela força bidimensional $\mathbf{F} = x^2\hat{\mathbf{x}} + 2xy\hat{\mathbf{y}}$ sobre o caminho dado parametricamente por $x = t^3$ e $y = t^2$ ligando a origem ao ponto $P = (1, 1)$.

2. Determine quais da forças abaixo é (são) conservativa(s), onde k é uma constante com a dimensão adequada. Para aquela(s) que for(em) conservativa(s), encontre a energia potencial U associada e verifique, por diferenciação direta, que $\mathbf{F} = -\boldsymbol{\nabla} U$.
(a) $\mathbf{F} = k(x\hat{\mathbf{x}} + 2y\hat{\mathbf{y}} + 3z\hat{\mathbf{z}})$.
(b) $\mathbf{F} = ky\hat{\mathbf{x}} + kx\hat{\mathbf{y}}$.

3. Considere uma força bidimensional $\mathbf{F}$. (a) Em coordenadas cartesianas temos $\mathbf{F} = F_x\hat{\mathbf{x}} + F_y\hat{\mathbf{y}}$ e $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}}$. Mostre que o trabalho $W = \int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ realizado pela força durante um deslocamento de uma partícula ao longo do caminho $\mathcal{C}$ equivale a

$$W = \int_{\mathcal{C}} (F_x dx + F_y dy).$$

(b) Em coordenadas polares, $\mathbf{F} = F_r\hat{\mathbf{r}} + F_\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$ e $\mathbf{r} = r\hat{\mathbf{r}}$. Obtenha a expressão correspondente para a integral de linha $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ em termos de F_r, F_ϕ, dr e $d\phi$.

4. Uma partícula de massa m se move sobre uma mesa horizontal sem atrito, presa a uma das extremidades de um barbante de massa desprezível. O barbante passa por um orifício na mesa e eu seguro sua outra extremidade em baixo da mesa. Inicialmente a partícula se move num círculo de raio r_0 com velocidade angular ω_0. Num certo instante eu começo a puxar o barbante até que sobre apenas um comprimento r entre o orifício e a partícula.
(a) Qual será a velocidade angular da partícula ao final deste processo?
(b) Suponha que eu puxe o barbante tão devagar que possamos aproximar a trajetória da partícula por um círculo que vai diminuindo de raio muito devagar. Calcule o trabalho feito por mim puxando o barbante.
(c) Calcule o ganho de energia cinética da partícula neste processo e compare o resultado com o do item (b).

5. Uma partícula de massa m se move numa órbita circular centrada na origem sob a ação de uma força central **atrativa** com energia potencial $U = kr^n$, onde a constante n pode ser positiva ou negativa. (a) Qual deve ser o sinal algébrico da constante k? (b) Prove que $T = nU/2$, uma relação muito útil, que é caso particular de um resultado importante conhecido como **teorema do virial**. (c) Como fica o resultado do item (b) no caso da força gravitacional?

6. Considere colisões elásticas entre duas partículas de massas diferentes m_1 e m_2 e demonstre os seguintes resultados clássicos:
(a) Se a colisão for unidimensional, então a velocidade relativa depois da colisão é simétrica (isto é, tem mesmos módulo e direção, mas sentido oposto) à velocidade relativa antes da colisão.
(b) Se a colisão for bidimensional e a partícula de massa m_2 estiver inicialmente em repouso, então o ângulo θ entre as duas velocidades finais satisfaz as desigualdades: (i) $\theta < \pi/2$ se $m_1 > m_2$; (ii) $\theta > \pi/2$ se $m_1 < m_2$.