MECÂNICA GERAL - 2/2018

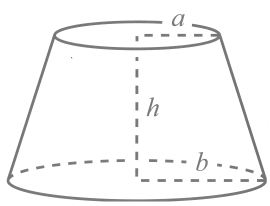
LISTA DE EXERCÍCIOS 1

1. (a) Use análise dimensional para inferir de que modo a velocidade de propagação de ondas mecânicas num fluido deve depender de sua massa específica ρ e de seu módulo de compressão volumétrico (*bulk modulus*) B, que tem dimensão de pressão, ou força por unidade de área ($B = 1/\beta$, onde β é a compressibilidade, que é definida por $\beta = -V^{-1}\partial V/\partial P$, onde V é o volume e P é a pressão).
(b) Use a mesma técnica para deduzir de que maneira a velocidade de propagação de ondas mecânicas transversais numa corda deve depender de sua massa M, de seu comprimento L e da tensão T à qual está submetida.

2. (a) Considere uma estrela pulsante, cuja frequência de vibração ν só pode depender de seu raio R, de sua massa específica ρ, e da constante de gravitação universal G. Use análise dimensional para determinar de que maneira ν depende de R, ρ e G.
(b) Considere agora uma gota d'água vibrante, cuja frequência de vibração ν deve depender de seu raio R, de sua massa específica ρ, e da tensão superficial S. A tensão superficial tem dimensão de força por unidade de comprimento. Que forma funcional deve ter esta dependência?
Repare na diferença entre as quantidades envolvidas nos dois casos. No primeiro, a massa da estrela é grande o suficiente para fazer com que a influência de sua tensão superficial seja desprezível; no segundo, a massa da gota é pequena o suficiente para tornar a força gravitacional — e portanto G — irrelevante.

3. Uma partícula de massa m e velocidade inicial v_0 está sujeita a uma força de arraste (contrária ao movimento) de módulo bv^n, onde b é uma constante positiva.
(a) Para $n = 0$, use análise dimensional para determinar de que maneira o tempo que a partícula leva para parar depende de m, v_0 e b.
(b) Faça o mesmo para a distância que a partícula percorre até parar.
Os resultados dos itens (a) e (b) lhe são familiares?
(c) Como suas respostas aos dois itens acima mudariam para um n positivo qualquer? Verifique se suas novas respostas valem para **qualquer** valor de $n > 0$. Sugestão: pense em como deve ser a dependência dos seus resultados para valores crescentes da velocidade inicial: eles devem crescer, diminuir, ou ser independentes de v_0?
Lembre-se de que a análise dimensional mostra como deve ser a forma funcional do resultado, exceto por eventuais fatores numéricos adimensionais — que podem em alguns casos ser muito importantes!

4. Um tronco de cone tem raio da base b, raio do topo a, e altura h como mostrado na figura. Qual das formas funcionais abaixo pode ser candidata a determinar o volume deste tronco de cone? (Não resolva o problema, considere casos especiais simples e elimine aquelas formas que dão resultado incorreto para esses casos especiais.) Você consegue se decidir por apenas uma delas?



$$\text{(a) } \frac{\pi h}{3}(a^2 + b^2); \quad \text{(b) } \frac{\pi h}{2}(a^2 + b^2); \quad \text{(c) } \frac{\pi h}{3}(a^2 + ab + b^2); \quad \text{(d) } \frac{\pi h}{3}\frac{a^4 + b^4}{a^2 + b^2}$$

5. Considere um projétil de massa m sujeito a uma força de arraste $\mathbf{F} = -m\alpha\mathbf{v}$, onde α é uma constante positiva. Se ele é atirado com uma velocidade inicial de módulo v_0 fazendo um ângulo θ com a horizontal, a altura do projétil em função do tempo é dada por

$$y(t) = \frac{1}{\alpha}(v_0 sen\theta + \frac{g}{\alpha})(1 - e^{-\alpha t}) - \frac{gt}{\alpha}.$$

(a) Verifique que esta equação é dimensionalmente correta.
(b) Mostre que este resultado se reduz à expressão válida para o projétil sem ação do arraste, $y(t) = (v_0 \operatorname{sen}\theta)t - gt^2/2$, para α pequeno. Torne mais preciso o termo "pequeno" usado na frase anterior.