MECÂNICA GERAL - 1/2019

LISTA 8

1. Em um certo problema unidimensional, a energia potencial de uma massa m a uma distância x da origem é dada por

$$U(r) = U_0 \left(\frac{x}{R} + \lambda^2 \frac{R}{x} \right)$$

onde $0 < x < \infty$ e U_0, R e λ são constantes positivas.
(a) Encontre a posição de equilíbrio x_0.
(b) Chame de h a distância a partir do equilíbrio e use a expansão de Taylor de $U(x_0 + h)$ até segunda ordem para mostrar que, para pequenos valores de h, $U(h) = constante + 1/2kh^2$.
(c) Qual a frequência angular de pequenas oscilações deste sistema em torno de sua posição de equilíbrio?

2. A energia potencial de dois átomos em uma molécula diatômica pode, em certos casos, ser aproximada pela função de Morse

$$U(r) = A \left[\left(e^{(R-r)/S} - 1 \right)^2 - 1 \right]$$

onde r é a distância entre os dois átomos e A, R, e S são constantes positivas com $S << R$.
(a) Esboce o gráfico desta função em função de r no intervalo $(0, \infty)$.
(b) Encontre a separação no equilíbrio r_0.
(c) Escreva $r = r_0 + x$, de modo que x seja o deslocamento a partir do equilíbrio, e mostre que, para pequenos deslocamentos, U tem a forma aproximada $U = constante + 1/2kx^2$. Quem é k, em função dos demais parâmetros?

3. A força sobre uma massa m que se move sobre o eixo x é $F = -F_0 senh(\alpha x)$, onde F_0 e α são constantes positivas.
(a) Determine a energia potencial $U(x)$ apropriada para este problema unidimensional.
(b) Encontre a posição de equilíbrio x_0 deste sistema.
(c) Encontre uma aproximação para $U(x_0 + x)$ quando x for pequeno e determine a frequência angular das oscilações nesta aproximação.

4. Um oscilador sem amortecimento oscila em torno de sua posição de equilíbrio com amplitude de $0,2m$ e com velocidade cujo módulo máximo é $1,2m/s$. Qual o período de suas oscilações ?

5. Um oscilador sem amortecimento tem período $\tau_0 = 1s$. Quando sofre um amortecimento fraco, a amplitude de suas oscilações decresce para a metade em um período τ_1. Exprima β em função de ω_0, a frequência angular do oscilador sem amortecimento, e determine τ_1.