MECÂNICA GERAL - 2/2017

LISTA 7

1. Uma partícula de massa m se move sobre uma mesa horizontal sem atrito, presa a uma das extremidades de um barbante de massa desprezível. O barbante passa por um orifício na mesa e eu seguro sua outra extremidade em baixo da mesa. Inicialmente a partícula se move em um círculo de raio r_0 com velocidade angular ω_0. Num certo instante eu começo a puxar o barbante até que sobre apenas um comprimento r entre o orifício e a partícula.
(a) Qual será a velocidade angular da partícula ao final deste processo?
(b) Suponha que eu puxe o barbante tão devagar que possamos aproximar a trajetória da partícula por um círculo que vai diminuindo de raio muito devagar. Calcule o trabalho feito por mim puxando o barbante.
(c) Calcule o ganho de energia cinética da partícula neste processo e compare o resultado com o do item (b).

2. Considere uma partícula em equilíbrio no topo de uma esfera fixa de raio R. Depois de um minúsculo empurrão, a partícula começa a deslizar sem atrito sobre a superfície da esfera. Determine que altura (na vertical) a partícula desce até deixar a superfície da esfera. (Sugestão: use a conservação da energia para encontrar a velocidade da partícula como função da sua altura, e a 2^a lei de Newton para encontrar a força normal que a esfera faz sobre a partícula. Qual deve ser o valor desta força normal no instante em que a partícula deixa a superfície da esfera?)

3. Uma partícula de massa m presa à extremidade de uma mola de constante elástica k está confinada a se mover apenas ao longo do eixo horizontal x sem sofrer a ação de forças dissipativas. No instante $t = 0$ a partícula está em repouso na situação de equilíbrio e é sujeita a um impulso instantâneo para a direita. Ela se move até a posição $x_{max} = A$ e continua a oscilar em tôrno da posição de equilíbrio.
(a) Escreva a equação da conservação de energia deste problema e use-a para encontrar a velocidade da partícula $\dot{x}$ em função de sua posição x e de sua energia total E.
(b) Mostre que $E = 1/2kA^2$ e use este resultado para eliminar E de sua equação para $\dot{x}$. Integre a equação resultante e encontre o tempo necessário para que a partícula se mova de sua posição de equilíbrio em $x = 0$ até uma posição genérica x.
(c) Use o resultado do item anterior para encontrar x em função de t e demonstre que a partícula executa um movimento harmônico simples com período $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

4. Considere a máquina de Atwood discutida nas notas de aula, mas suponha agora que a roldana tem raio R e momento de inércia I.
(a) Escreva a equação para a energia total do sistema E em termos de x e $\dot{x}$. (Lembre que a energia cinética da roldana é $1/2I\omega^2$).
(b) Prove que é possível obtermos a equação de movimento para a coordenada x tomando a derivada da equação $E = constante$ - o que é verdade para qualquer sistema conservativo unidimensional. Obtenha a mesma equação usando diretamente a 2^a lei de Newton para cada uma das massas e para a roldana, e eliminando em seguida as duas tensões desconhecidas.

5. Uma massa m se move em uma órbita circular centrada na origem sob a ação de uma força central atrativa com energia potencial $U = kr^n$. Prove que $T = nU/2$, resultado muito útil conhecido como o **teorema do virial**.

6. Considere colisões elásticas entre duas partículas de massas diferentes m_1 e m_2 e demonstre os seguintes resultados clássicos:
(a) Se a colisão for unidimensional, então a velocidade relativa depois da colisão é simétrica (isto é, tem mesmos módulo e direção, mas sentido oposto) à velocidade relativa antes da colisão.
(b) Se a colisão for bidimensional e a partícula de massa m_2 estiver inicialmente em repouso, então o ângulo θ entre as duas velocidades finais satisfaz ás desigualdades: (i) $\theta < \pi/2$ se $m_1 > m_2$; (ii) $\theta > \pi/2$ se $m_1 < m_2$.