

# MECÂNICA GERAL - 2/2017

## LISTA 5

1. Considere um foguete que se move em uma trajetória reta, sujeito à ação de uma força externa agindo na direção desta trajetória.

(a) Escreva a equação de movimento para este foguete. (não se espante, é fácil mesmo!)

(b) Considere agora o caso particular (de grande interesse!) no qual o foguete decola verticalmente a partir do repouso, sujeito a uma campo gravitacional  $g$  constante. Diga porque eu posso chamar  $g$  desta forma, fazendo analogia com o campo elétrico. Escreva a equação de movimento neste caso. Suponha que o foguete ejeta massa (combustível) a uma taxa constante  $\dot{m} = -k$ , onde  $k$  é uma constante positiva, e que a velocidade de ejeção dos gases em relação ao foguete é fixa e igual a  $v_e$ . Encontre a função  $v(t)$ .

(c) O foguete que transporta os ônibus espaciais americanos tem as seguintes características: sua massa inicial é  $2 \times 10^6$  kg, sua massa dois minutos após a decolagem é  $1 \times 10^6$  kg, a velocidade média de ejeção de combustível é aproximadamente  $3 \times 10^3$  m/s e a velocidade inicial é, claro, nula. Usando estes dados e sua solução do item anterior determine a velocidade do foguete dois minutos após o lançamento, supondo que sua trajetória seja vertical, o que é aproximadamente verdade, e que  $g$  não mude significativamente durante esta parte de seu trajeto. Compare com o resultado obtido na ausência de campo gravitacional.

(d) Descreva qualitativamente o que aconteceria, a partir do instante de lançamento, ao foguete se tivesse sido projetado de modo que a força de impulsão fosse menor que o valor inicial de seu peso.

(e) Use sua solução do item (b) e mostre que a altura do foguete como função do tempo pode ser escrita na forma ( $m_0$  é a massa inicial do foguete)

$$y(t) = v_e t - 1/2 g t^2 - \frac{m v_e}{k} \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)$$

Use os dados do item (c) e determine a altura do foguete dois minutos após o lançamento.

2. Para ilustrar o uso de foguetes com múltiplos estágios, considere o seguinte:

(a) A massa de combustível que um foguete carrega é  $0.6m_0$ , onde  $m_0$  é sua massa total inicial. Qual é a velocidade final deste foguete depois de acelerar a partir do repouso no espaço livre (na ausência, portanto, de forças externas) se ele queima todo seu combustível em um único estágio? Expresse sua resposta em termos de  $v_e$ .

(b) Suponha agora que ele queima o combustível em dois estágios, da seguinte maneira: no primeiro, queima a massa de  $0.3m_0$ . Em seguida, ejeta o tanque de combustível do primeiro estágio, cuja massa é  $0.1m_0$ , e só então queima o combustível restante ( $0.3m_0$ ). Determine a velocidade final neste caso, supondo o mesmo valor constante para  $v_e$  em todos os casos, e compare os dois resultados.

3. Uma partícula de massa  $M$  e com velocidade inicial  $v_0$  fica, a partir de um certo instante e durante um intervalo de tempo  $T$ , sujeita a uma força constante  $F = P/T$ . Findo este intervalo de tempo, a força volta a se anular.

(a) Determine  $v(t)$  e  $x(t)$ .

(b) Mostre que quando  $T \rightarrow 0$  (isto é, no limite em que a força se torna impulsiva) o movimento desta partícula pode ser aproximado por um movimento com velocidade constante até sofrer uma

mudança abrupta da velocidade, de módulo  $P/M$ , no instante em que a força (impulsiva) atua, e outra vez constante a partir deste instante. Escreva as funções  $v(t)$  e  $x(t)$  neste limite.

4. Três partículas de mesma massa  $m$  estão conectadas por três barras idênticas de massa desprezível formando um triângulo equilátero de aresta  $d$ . O conjunto está apoiado sobre uma mesa horizontal sem atrito. Uma quarta partícula idêntica às três primeiras se move com velocidade  $v$  de direção paralela a uma das arestas deste triângulo e colide frontal e inelasticamente com a partícula situada no vértice oposto a esta aresta. Após a colisão, determine:

- (a) a velocidade do centro de massa do conjunto formado pelas quatro partículas.
- (b) a velocidade angular de rotação do sistema relativa ao centro de massa.