

MECÂNICA GERAL - 1/2018

LISTA 4

1. Uma partícula carregada de massa m e carga q positiva entra, com uma velocidade inicial \vec{v}_0 arbitrária, numa região do espaço onde sofre a ação combinada de um campo elétrico e de um campo magnético, \vec{E} e \vec{B} , ambos uniformes e ortogonais entre si. A força resultante sobre a partícula é $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$.

(a) Escreva a equação de movimento da partícula e separe-a nas 3 componentes cartesianas (escolha os eixos adequadamente!).

(b) Esta montagem pode servir como um seletor de velocidades. Mostre que existe uma velocidade inicial \vec{v}_0 para a qual a partícula atravessa esta região sem alterar sua trajetória.

(c) Resolva as equações de movimento e encontre as componentes da velocidade da partícula como função do tempo.

(d) Mostre que, se a componente da velocidade inicial da partícula na direção do campo magnético for nula, existe um referencial inercial em movimento em relação ao laboratório a partir do qual o movimento da partícula é visto como circular uniforme. Use este fato para identificar a forma da trajetória no referencial do laboratório neste caso particular.

2. Neste exercício você vai relembrar propriedades de algumas funções hiperbólicas, definidas para qualquer z , real ou complexo, na forma

$$\cosh(z) = \frac{e^z + e^{-z}}{2}, \quad \sinh(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{2}, \quad \operatorname{tgh}(z) = \frac{\sinh(z)}{\cosh(z)}$$

(a) Esboce o gráfico destas funções ; use a página www.desmos.com para fazer gráficos mais bonitos!

(b) Mostre que $\cosh(z) = \cos(iz)$, e estabeleça relações similares para as outras duas.

(c) Quais são as derivadas destas funções hiperbólicas?

(d) Mostre que $\cosh^2(z) - \sinh^2(z) = 1$.

3. Dois irmãos gêmeos, cada um com massa m , estão em pé numa das extremidade de uma plataforma ferroviária móvel (um vagão sem paredes), de massa M , em repouso, e que pode deslizar sem atrito sobre os trilhos. Cada um dos irmãos pode correr até a outra extremidade da plataforma e dela saltar com uma velocidade u fixa em relação ao vagão.

(a) Use a conservação do momento (linear) para determinar a velocidade com que o vagão recua se os dois irmãos correm e saltam ao mesmo tempo.

(b) Qual será esta velocidade se o segundo irmão só começa a correr depois que o primeiro tiver saltado? Qual dos dois procedimentos dá ao vagão maior velocidade final? (Dica: u é a velocidade em relação ao vagão com que cada irmão salta de sua extremidade; tem o mesmo valor para cada irmão nos itens (a) e (b).)