

# MECÂNICA GERAL - 1/2018

## LISTA 12

1. Suponha que queiramos enviar uma espaçonave ao planeta Netuno usando a órbita de transferência de Hohmann discutida no tutorial 8. A nave inicia sua viagem numa órbita próxima à da Terra (circular de raio igual a 1 UA, ou unidade astronômica, ao redor do Sol) e deve terminar sua viagem numa órbita circular próxima à de Netuno (circular de raio 30 UA, ao redor do Sol). Use a 3ª lei de Kepler para mostrar que a órbita de transferência se completará em aproximadamente 31 anos terrestres.

2. Reveja o problema do pêndulo suspenso do teto de uma vagão acelerado resolvido numa vídeo aula e considere a seguinte situação: Um balão de hélio é ancorado por um fio de massa desprezível ao chão de um vagão que acelera para a direita com aceleração  $\vec{A}$ . Determine a inclinação do fio na situação de equilíbrio. (Sugestão: um balão de hélio flutua graças à força de empuxo, que é o resultado de um gradiente da pressão atmosférica. Qual a relação entre as direções e sentidos do campo gravitacional e da força de empuxo?)

3. (a) Considere a força de maré sobre um objeto de massa  $m$  na posição do ponto P da figura contida nas notas de aula. Escreva  $d$  como  $(d_0 - R_T) = d_0(1 - R_T/d_0)$  e use a aproximação binomial  $(1 - \epsilon)^{-2} \approx 1 + 2\epsilon$  para mostrar que  $\vec{F}_{\text{maré}} \approx -(2GM_L m R_T / d_0^3) \hat{x}$ . Determine direção e sentido desta força e faça uma comparação numérica entre ela e a força gravitacional  $m\vec{g}$  feita pela Terra. (b) Faça os mesmos cálculos para a força de maré no ponto R. Compare, em módulo, direção e sentido, esta força com a obtida no item (a).

4. Um balde de base circular cheio de água é posto para girar em torno de um eixo vertical com velocidade angular  $\vec{\Omega}$ . Mostre que na situação de equilíbrio (em relação ao balde) a superfície da água é um parabolóide de revolução. Isto quer dizer que a figura plana obtida quando se corta esta superfície por um plano vertical contendo o eixo de rotação é uma parábola. (Use coordenadas cilíndricas e lembre-se que a superfície da água é uma equipotencial sob a ação combinada das forças gravitacional e centrífuga, o que implica em que a superfície seja localmente ortogonal à resultante das forças gravitacional e centrífuga.)

5. Considere um objeto que se move sem atrito sobre uma mesa horizontal que gira em torno de um eixo vertical com velocidade angular  $\vec{\Omega}$ .

(a) Escreva as equações de movimento para as coordenadas  $x$  e  $y$  do objeto no referencial da mesa. (Inclua as forças centrífuga e de Coriolis, mas ignore a rotação da Terra.)

(b) Resolva as duas equações com a ajuda dos números complexos, como mostrado em aula. Escreva a solução geral.

(c) No instante  $t = 0$  o objeto está na posição  $\vec{r}_0 = x_0 \hat{x}$  com velocidade  $\vec{v}_0 = v_{x0} \hat{x} + v_{y0} \hat{y}$  (medidas no referencial da mesa). Mostre que, num instante genérico  $t$ ,

$$x(t) = (x_0 + v_{x0}t) \cos(\Omega t) + (v_{y0} + \Omega x_0) t \sin(\Omega t)$$

e

$$y(t) = -(x_0 + v_{x0}t) \sin(\Omega t) + (v_{y0} + \Omega x_0) t \cos(\Omega t).$$

(d) Descreva e esboce o comportamento do objeto para valores grandes de  $t$ . (Sugestão: Quando  $t$  é grande, os termos proporcionais a  $t$  dominam - exceto quando seus coeficientes são nulos, o que

não é o caso aqui. Por isso, podemos escrever a solução na forma  $x(t) = t(B_1 \cos \Omega t + B_2 \sin \Omega t)$  e uma expressão similar para  $y(t)$ . Agora combine o seno e o cosseno num único cosseno - ou seno, no caso de  $y(t)$ . Agora deve ficar mais fácil reconhecer que a trajetória é um tipo de espiral - mostre isso!)