MECÂNICA GERAL - 2/2017

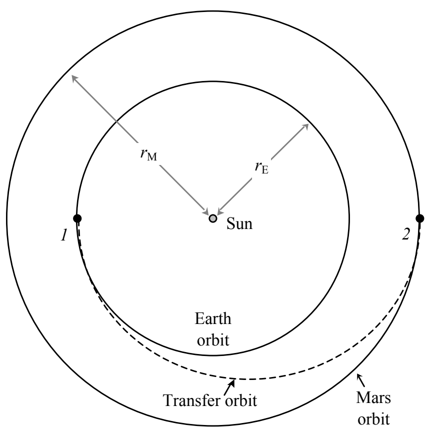
Teste 3

1. Uma partícula de massa m se move sob a ação de uma força central atrativa de módulo $F(r) = C/r^4$, onde C é uma constante positiva, com momento angular l relativo ao centro atrator.

(a) Determine a expressão da energia potencial efetiva deste problema.

(b) Determine o raio da órbita circular possível para esta partícula nas condições do problema. Esta órbita é estável? Porque, ou porque não? Descreva o sentido dado à palavra *estável* neste contexto.

2. No problema de dois corpos sob ação de força central, a equação da órbita de Kepler $r(\phi) = \frac{c}{1+\epsilon\cos\phi}$ implica em relações entre os parâmetros geométricos da órbita e algumas quantidades dinâmicas importantes: $E = -\frac{GMm}{2a}$, $L_z = \mu\sqrt{GMc}$, $\tau^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3$, onde $a = (r_{\min} + r_{\max})/2$ é o semi-eixo maior da órbita.



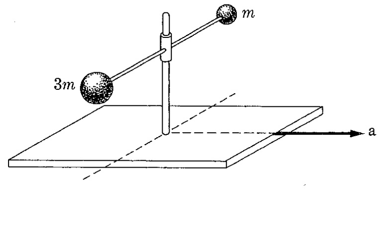
A figura mostra uma órbita de transferência de Hohmann entre as órbitas da Terra e de Marte.

(a) Descreva *qualitativamente* as manobras necessárias para que a sonda espacial entre e saia da órbita de transferência. Em particular, a sonda deve *aumentar sua rapidez* ou *diminuir sua rapidez* no ponto 1? E no ponto 2? Justifique suas respostas **com clareza**

(b) Use as distâncias ao Sol no afélio e no periélio para determinar o fator de escala c e a excentricidade ϵ da órbita de transferência. Use unidades astronômicas (UA) para o fator de escala - o raio orbital da Terra tem 1 UA, por definição. O raio orbital de Marte é aproximadamente 1.5 UA.

(c) Quanto tempo a sonda vai passar na órbita de transferência, em anos terrestres? (Dica: qual a duração de uma órbita elíptica completa ao longo da órbita de transferência?)

3. Uma barra horizontal de comprimento L e de massa desprezível pode girar em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro. As conexões com o eixo mantém a barra sempre na horizontal. Duas pequenas esferas, de massas m e $3m$ respectivamente, são presas às extremidades da barra horizontal. A plataforma que sustenta o eixo vertical e a barra estão inicialmente em repouso. A partir de um certo instante, a plataforma passa a ter movimento com aceleração horizontal constante $\vec{a}$ perpendicular à posição inicial da barra. A figura representa esta situação.

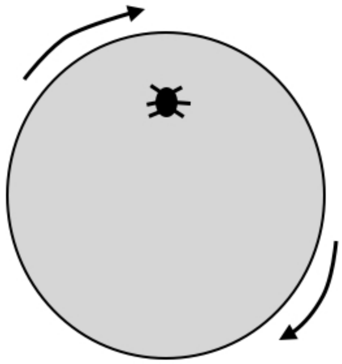


(a) Determine o módulo e a direção das forças inerciais que aparecem atuando sobre as esferas quando o sistema é descrito a partir do referencial que se move solidário à plataforma acelerada.

(b) Qual é, neste referencial, a aceleração angular inicial do movimento da barra (causada pelo movimento imposto à plataforma)?.

(c) Use o ângulo ϕ medido a partir da posição inicial da barra como coordenada para determinar a posição instantânea da barra e encontre a equação de movimento da barra no referencial solidário à plataforma.

4



Um besouro se apoia na superfície de uma plataforma que gira no sentido **anti-trigonométrico** ($\vec{\Omega} = -\Omega\hat{z}$.) O besouro sofre a ação de uma **força de atrito**, com coeficiente estático μ_S. (Isto significa que não podemos mais ignorar as forças normais! O campo gravitacional usual $\vec{g}$ aponta para dentro do papel.)

(a) O besouro está em repouso a uma distância r_0 do centro da plataforma. Represente um diagrama de corpo livre para o besouro *no referencial em rotação*. Dado que o besouro *não* desliza para fora da plataforma enquanto ela gira, qual o maior valor possível para r_0, em termos de Ω, μ_S e g?

(b) Agora o besouro começa a andar em direção à borda da plataforma ao longo do seu raio, com uma velocidade constante v_0 (a partir de $r = r_0$.) Represente o diagrama de corpo livre nesta nova situação, como visto pelo referencial em rotação. Neste caso, a partir de que valor de r o besouro começará a deslizar?

5. Uma esfera é posta para **deslizar sem rolar** sobre uma superfície horizontal com atrito. Sua velocidade de translação inicial é V_0 e seu momento de inércia em relação ao centro de massa é $\frac{2}{5}MR^2$, onde M e R são respectivamente a massa e o raio da esfera.

(a) Use como origem um ponto fixo sobre a superfície horizontal e determine o momento angular total inicial da esfera com relação a esta origem em função dos dados do problema. Determine o torque total exercido sobre a esfera com relação a esta mesma origem. O que pode ser dito sobre o momento angular total em relação a esta origem à luz deste cálculo?

(b) A partir de um certo instante, a esfera passa a rolar sem deslizar sobre a superfície horizontal. Determine uma expressão para o momento angular total da esfera para este instante em função da velocidade de seu centro de massa neste instante. Use o resultado do item anterior a respeito da variação do momento angular total para determinar o módulo desta velocidade em função dos dados do problema.