

MECÂNICA GERAL - 1/2018

LISTA 9

1. Uma mola de massa desprezível é suspensa do teto. Nesta posição, uma massa é presa a sua extremidade livre e abandonada a partir do repouso. O movimento é criticamente amortecido, e a posição final de repouso da massa está $0,5m$ abaixo da posição de onde ela foi abandonada. Qual a distância a que ela se encontra desta posição final de equilíbrio $1s$ após ser abandonada?

2. Um oscilador super amortecido tem posição inicial (em $t = 0$) x_0 e velocidade inicial v_0 .

(a) Escreva a solução da equação de movimento deste oscilador $x(t)$ para $t > 0$ em termos destas condições iniciais, do parâmetro de amortecimento β e da frequência angular ω_0 das oscilações sem amortecimento.

(b) Esboce o gráfico desta solução quando (i) $x_0 = 0$ e quando (ii) $v_0 = 0$.

(c) Demonstre que o limite de sua resposta ao item (a) quando β vai a 0 é a solução correta do oscilador sem amortecimento.

3. Um sistema massa-mola, de frequência natural ω_0 , é submetido a duas experiências de relaxação semelhantes em meios viscosos diferentes. A experiência consiste em puxar a mola até que tenha uma deformação x_0 e então soltá-la e acompanhar o movimento resultante. Um dos meios (1) promove amortecimento crítico e o outro (2) produz uma força de arrasto com coeficiente duas vezes maior que o primeiro.

(a) Escreva a solução completa do problema nos dois casos.

(b) Analise qualitativamente a razão entre as velocidades atingidas pelo sistema nas duas experiências como função do tempo, $v_1(t)/v_2(t)$ quando $t \rightarrow 0$: ela deve ser maior ou menor que 1 ? Porque?

- Agora você vai determinar quantitativamente o valor desta razão e analisar o resultado para pequenos valores de t . Para isso:

(c) Dê significado consistente à expressão “pequenos valores de t ”.

(d) Monte a razão e tome a aproximação para “pequenos valores de t ” até segunda ordem. Nesta aproximação, esta razão é maior ou menor que 1 ? Compare com sua resposta ao item (b): sua análise qualitativa estava certa? Se não estava, qual o raciocínio que te levou ao erro?

4. Quando um carro passa sobre um piso que tem lombadas a intervalos regulares, estes provocam uma oscilação das rodas presas às molas de sua suspensão. (O que oscila, na verdade, é cada conjunto formado pelo eixo e as duas rodas presas a ele.) Encontre a velocidade que o carro tem que ter para que esta oscilação seja ressonante, a partir das seguintes informações :

(a) Quando seus ocupantes são quatro homens de $80kg$ cada, o corpo do carro abaixa de cerca de dois centímetros. Use esta informação para determinar a constante k de cada uma das quatro molas da suspensão.

(b) Se o conjunto formado por um eixo e suas duas rodas tem massa $50kg$, qual é a frequência natural de oscilação deste conjunto ligado a suas duas molas?

(c) Se a distância entre duas lombadas consecutivas do piso é de $80cm$, a que velocidade aproximadamente estas oscilações serão ressonantes?

5. Um raio de luz vai de um ponto P_1 num meio de índice de refração n_1 até um ponto P_2 num meio de índice de refração n_2 , passando pelo ponto Q (cuja posição exata temos que determinar) na interface plana entre os dois meios. Mostre que o princípio de Fermat implica em que, na

trajetória seguida pelo raio de luz, Q tem que estar num plano perpendicular à interface que contenha os pontos P_1 e P_2 e que esta trajetória obedeça à lei de Snell. (Sugestões: escolha o plano da interface como o plano xz , e escolha o eixo y passando pelo ponto P_1 de modo que suas coordenadas sejam $(0, h_1, 0)$ e que as coordenadas de P_2 , situado no plano xy , sejam $(x_2, -h_2, 0)$. Chame as coordenadas de Q de $(x, 0, z)$. Calcule o tempo que a luz leva para percorrer o trajeto P_1QP_2 e mostre que este tempo é mínimo quando a coordenada z do ponto Q é nula, e o trajeto obedece à lei de Snell.)