MECÂNICA GERAL - 1/2018

LISTA 5

1. Considere um foguete que se move em uma trajetória reta, sujeito à ação de uma força externa agindo na direção desta trajetória.

(a) Escreva a equação de movimento para este foguete. (não se espante, é fácil mesmo!)

(b) Considere agora o caso particular (de grande interêsse!) no qual o foguete decola verticalmente a partir do repouso, sujeito a uma campo gravitacional g constante. Diga porque eu posso chamar g desta forma, fazendo analogia com o campo elétrico. Escreva a equação de movimento neste caso. Suponha que o foguete ejeta massa (combustível) a uma taxa constante $\dot{m} = -k$, onde k é uma constante positiva, e que a velocidade de ejeção dos gases em relação ao foguete é fixa e igual a v_e. Encontre a função $v(t)$.

(c) O foguete que transporta os ônibus espaciais americanos tem as seguintes características: sua massa inicial é 2×10^6 kg, sua massa dois minutos após a decolagem é 1×10^6 kg, a velocidade média de ejeção de combustível é aproximadamente 3×10^3 m/s e a velocidade inicial é, claro, nula. Usando estes dados e sua solução do item anterior determine a velocidade do foguete dois minutos após o lançamento, supondo que sua trajetória seja vertical, o que é aproximadamente verdade, e que g não mude significativamente durante esta parte de seu trajeto. Compare com o resultado obtido na ausência de campo gravitacional.

(d) Descreva qualitativamente o que aconteceria, a partir do instante de lançamento, ao foguete se tivesse sido projetado de modo que a força de impulsão fosse menor que o valor inicial de seu peso.

(e) Use sua solução do item (b) e mostre que a altura do foguete como função do tempo pode ser escrita na forma (m_0 é a massa inicial do foguete)

$$y(t) = v_e t - 1/2 g t^2 - \frac{m v_e}{k} ln(\frac{m_0}{m})$$

Use os dados do item (c) e determine a altura do foguete dois minutos após o lançamento.

2. Para ilustrar o uso de foguetes com múltiplos estágios, considere o seguinte:

(a) A massa de combustível que um foguete carrega é $0.6 m_0$, onde m_0 é sua massa total inicial. Qual é a velocidade final deste foguete depois de acelerar a partir do repouso no espaço livre (na ausência, portanto, de forças externas) se ele queima todo seu combustível em um único estágio? Expresse sua resposta em termos de v_e.

(b) Suponha agora que ele queima o combustível em dois estágios, da seguinte maneira: no primeiro, queima a massa de $0.3 m_0$. Em seguida, ejeta o tanque de combustível do primeiro estágio, cuja massa é $0.1 m_0$, e só então queima o combustível restante ($0.3 m_0$). Determine a velocidade final neste caso, supondo o mesmo valor constante para v_e em todos os casos, e compare os dois resultados.

3. Uma partícula de massa M e com velocidade inicial v_0 fica, a partir de um certo instante (escolha-o como a origem de contagem do tempo) e durante um intervalo de tempo T, sujeita a uma força constante com mesma direção e sentido que v_0 e de módulo $F = P/T$, onde P é uma constante com dimensão de momento linear. Findo este intervalo de tempo, a força volta a se anular.

(a) Represente os gráficos de força, aceleração, velocidade e posição como função do tempo.

(b) Escreva a equação de movimento para a velocidade v.

(c) Determine $v(t)$ e $x(t)$.
(d) Mostre que quando $T \to 0$ (isto é, no limite em que a força se torna impulsiva) o movimento desta partícula pode ser aproximado por um movimento com velocidade constante até sofrer uma mudança abrupta da velocidade, de módulo P/M, no instante em que a força (impulsiva) atua, e outra vez constante a partir deste instante.
(e) Escreva as funções $v(t)$ e $x(t)$ neste limite.

4. Três partículas de mesma massa m estão conectadas por três barras idênticas de massa desprezível formando um triângulo equilátero de aresta d. O conjunto está apoiado sobre uma mesa horizontal sem atrito. Uma quarta partícula idêntica às três primeiras se move com velocidade v de direção paralela a uma das arestas deste triângulo e colide frontal e inelasticamente com a partícula situada no vértice oposto a esta aresta. Após a colisão, determine:

(a) a velocidade do centro de massa do conjunto formado pelas quatro partículas.
(b) a velocidade angular de rotação do sistema relativa ao centro de massa.