

MECÂNICA GERAL - 2/2017

LISTA 4

1. Considere um objeto que se move sobre um plano horizontal sem atrito sob a ação de uma única força horizontal (de arrasto) dada por $f = -bv - cv^2$.

(a) Escreva a equação de movimento para este objeto e resolva-a usando o método de separação de variáveis.

(b) Esboce o gráfico de v como função de t . Discuta seu comportamento para grandes valores de t . Que termo da expressão da força é dominante quando t é grande?

2. Considere a citação seguinte, extraída do livro *Diálogos sobre duas novas ciências*, de Galileu: *Aristóteles diz que "uma bola de ferro de 100 libras (aproximadamente 50kg) que caia de uma altura de 100 cúbitos (aproximadamente 67m) chegará ao chão antes que uma bola de uma libra tenha caído um único cúbito." Eu digo que elas chegarão ao chão (praticamente) ao mesmo tempo. Você vai ver, se fizer a experiência, que, quando a bola maior chegar ao chão, a menor estará a uma distância dela menor que duas larguras de dedos.*

Nós sabemos que a afirmação atribuída a Aristóteles está totalmente errada, mas será que a de Galileu procede?

(a) Sabendo que a densidade do ferro é $8g/cm^3$, determine a velocidade terminal das duas bolas de ferro.

(b) Encontre o tempo que a bola maior leva para chegar ao chão, e a posição da bola menor neste mesmo instante. Qual a distância entre elas? Galileu tem razão ou não?

3. Uma partícula carregada de massa m e carga q positiva entra, com uma velocidade inicial \vec{v}_0 arbitrária, numa região do espaço onde sofre a ação combinada de um campo elétrico e de um campo magnético, \vec{E} e \vec{B} , ambos uniformes e ortogonais entre si. A força resultante sobre a partícula é $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$.

(a) Escreva a equação de movimento da partícula e separe-a nas 3 componentes cartesianas (escolha os eixos adequadamente!).

(b) Esta montagem pode servir como um seletor de velocidades. Mostre que existe uma velocidade inicial \vec{v}_0 para a qual a partícula atravessa esta região sem alterar sua trajetória.

(c) Resolva as equações de movimento e encontre as componentes da velocidade da partícula como função do tempo.

(d) Mostre que, se a componente da velocidade inicial da partícula na direção do campo magnético for nula, existe um referencial inercial em movimento em relação ao laboratório a partir do qual o movimento da partícula é visto como circular uniforme. Use este fato para identificar a forma da trajetória no referencial do laboratório neste caso particular.

4. Neste exercício você vai relembrar propriedades de algumas funções hiperbólicas, definidas para qualquer z , real ou complexo, na forma

$$\cosh(z) = \frac{e^z + e^{-z}}{2}, \quad \sinh(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{2}, \quad \operatorname{tgh}(z) = \frac{\sinh(z)}{\cosh(z)}$$

(a) Esboce o gráfico destas funções ; use a página www.desmos.com para fazer gráficos mais bonitos!

(b) Mostre que $\cosh(z) = \cos(iz)$, e estabeleça relações similares para as outras duas.

(c) Quais são as derivadas destas funções hiperbólicas?

(d) Mostre que $\cosh^2(z) - \sinh^2(z) = 1$.

5. Dois irmãos gêmeos, cada um com massa m , estão em pé numa das extremidade de uma plataforma ferroviária móvel (um vagão sem paredes), de massa M , em repouso, e que pode deslizar sem atrito sobre os trilhos. Cada um dos irmãos pode correr até a outra extremidade da plataforma e dela saltar com uma velocidade u fixa em relação ao vagão.

(a) Use a conservação do momento (linear) para determinar a velocidade com que o vagão recua se os dois irmãos correm e saltam ao mesmo tempo.

(b) Qual será esta velocidade se o segundo irmão só começa a correr depois que o primeiro tiver saltado? Qual dos dois procedimentos dá ao vagão maior velocidade final? (Dica: u é a velocidade em relação ao vagão com que cada irmão salta de sua extremidade; tem o mesmo valor para cada irmão nos itens (a) e (b).)