MECÂNICA GERAL - 1/2018

LISTA 3

1. Neste exercício você vai lidar com as origens físicas distintas das forças de arrasto linear e quadrático.

A origem da força de arrasto linear numa esfera em movimento no interior de um fluido é a viscosidade deste fluido. De acordo com a lei de Stokes, o arrasto viscoso sobre a esfera é

$$f_{lin} = 3\,\pi\,\eta\,D\,v$$

onde η é a viscosidade do fluido, D é o diâmetro da esfera, e v sua velocidade, sendo portanto da forma $f_{lin} = b\,v$, com $b = \beta\,D$ e onde β depende das características do fluido.
(a) Dado que a viscosidade do ar nas CNTP é $\eta = 1,7 \times 10^{-5} N\,s/m^2$, determine o valor de β.

A origem da força de arrasto quadrática sobre um projétil que se desloca no interior de um fluido é a inércia do fluido que o projétil tem que deslocar para se mover.
(b) Suponha que o projétil tenha uma área de seção reta A (normal a sua velocidade) e uma velocidade v, e que a densidade do fluido seja ρ. Mostre que a taxa com que o projétil tem que deslocar o fluido para se mover (isto é, a massa de fluido que tem que ser deslocada po unidade de tempo) é $\rho\,A\,v$.
(c) Fazendo a hipótese simplificadora de que todo o fluido empurrado pelo projétil é acelerado até a mesma velocidade v com que o projétil se move, mostre que a força de arrasto resultante sobre o projétil é $\rho\,A\,v^2$. (Apesar desta hipótese não ser muito plausível, é de se esperar que a força de arrasto real tenha a forma $f_{quad} = \kappa\,\rho\,A\,v^2$, onde $\kappa < 1$ e depende da forma do projétil, sendo pequeno para um de forma "aerodinâmica" e maior para um objeto de extremidade rombuda. Isto é, de fato, verdade, e o fator κ para uma esfera é, na realidade, $\kappa = 1/4$.)
(d) A expressão acima tem, como previsto, a forma $f_{quad} = c\,v^2$, com $c = \gamma\,D^2$ e γ dependente das características do fluido e do projétil. Dado que a densidade do ar nas CNTP é $\rho = 1,29 kg/m^3$ obtenha o valor de γ para uma esfera.

2. Na questão anterior você obteve as expressões das forças de arrasto linear e quadrática sobre uma esfera que se move em um fluido.
(a) Mostre que a razão entre estas duas forças pode ser escrita como $f_{quad}/f_{lin} = R/48$, onde o número adimensional de Reynolds R é

$$R = \frac{D\,v\,\rho}{\eta}$$

onde D é o diâmetro da esfera, v sua velocidade, e ρ e η são a densidade e a viscosidade do fluido. (O fator numérico 48 é específico da forma esférica). O número de Reynolds é claramente uma medida da importância relativa dos dois tipos de força de arrasto. Quando R é muito grande, o arrasto quadrático é dominante e o linear pode ser desprezado, e vice-versa quando R é muito pequeno.
(b) Determine o número de Reynolds para uma esfera metálica, de diâmetro $2mm$, que se move a $5cm/s$ através de glicerina, que tem densidade $1,3 g/cm^3$ e viscosidade $12 N\,s/m^2$ nas CNTP.

3. Suponha que um projétil sujeito a uma força de arrasto linear seja lançado verticalmente para baixo com velocidade inicial v_{y0} maior que a velocidade terminal v_{ter}. Descreva como sua velocidade

varia com o tempo, e faça um gráfico de v_y em função do tempo t para o caso em que $v_{y0} = 2\,v_{ter}$. O que mudaria neste gráfico se v_{y0} fosse menor que v_{ter}?

4. Considere um objeto que se move sôbre um plano horizontal sem atrito sob a ação de uma única força horizontal (de arrasto) dada por $f = -bv - cv^2$.
(a) Escreva a equação de movimento para este objeto e resolva-a usando o método de separação de variáveis.
(b) Esboce o gráfico de v como função de t. Discuta seu comportamento para grandes valores de t. Que termo da expressão da força é dominante quando t é grande?

5. Considere a citação seguinte, extraída do livro *Diálogos sôbre duas novas ciências*, de Galileu: *Aristóteles diz que "uma bola de ferro de* 100 *libras* (aproximadamente $50kg$) *que caia de uma altura de* 100 *cúbitos* (aproximadamente $67m$) *chegará ao chão antes que uma bola de uma libra tenha caído um único cúbito." Eu digo que elas chegarão ao chão (praticamente) ao mesmo tempo. Você vai ver, se fizer a experiência, que, quando a bola maior chegar ao chão, a menor estará a uma distância dela menor que duas larguras de dedos.*
Nós sabemos que a afirmação atribuída a Aristóteles está totalmente errada, mas será que a de Galileu procede?
(a) Sabendo que a densidade do ferro é $8g/cm^3$, determine a velocidade terminal das duas bolas de ferro.
(b) Encontre o tempo que a bola maior leva para chegar ao chão, e a posição da bola menor neste mesmo instante. Qual a distância entre elas? Galileu tem razão ou não?