

MECÂNICA GERAL - 1/2017

LISTA 5

1. Considere um objeto que se move sobre um plano horizontal sem atrito sob a ação de uma única força horizontal (de arrasto) dada por $f = -bv - cv^2$.

(a) Escreva a equação de movimento para este objeto e resolva-a usando o método de separação de variáveis.

(b) Esboce o gráfico de v como função de t . Discuta seu comportamento para grandes valores de t . Que termo da expressão da força é dominante quando t é grande?

2. Dois irmãos gêmeos, cada um com massa m , estão em pé na extremidade de uma plataforma ferroviária móvel (um vagão sem paredes), de massa M , em repouso, e que pode deslizar sem atrito sobre os trilhos. Cada um dos irmãos pode correr até a outra extremidade da plataforma e dela saltar com uma velocidade u fixa em relação ao vagão.

(a) Use a conservação do momento (linear) para determinar a velocidade com que o vagão recua se os dois irmãos correm e saltam ao mesmo tempo.

(b) Qual será esta velocidade se o segundo irmão só começa a correr depois que o primeiro tiver saltado? Qual dos dois procedimentos dá ao vagão maior velocidade final? (Dica: u é a velocidade em relação ao vagão com que cada irmão salta de sua extremidade; tem o mesmo valor para cada irmão nos itens (a) e (b).)

3. Considere um foguete que se move em uma trajetória reta, sujeito à ação de uma força externa agindo na direção desta trajetória.

(a) Escreva a equação de movimento para este foguete. (não se espante, é fácil mesmo!)

(b) Considere agora o caso particular (de grande interesse!) no qual o foguete decola verticalmente a partir do repouso, sujeito a uma campo gravitacional g constante. Diga porque eu posso chamar g desta forma, fazendo analogia com o campo elétrico. Escreva a equação de movimento neste caso. Suponha que o foguete ejeta massa (combustível) a uma taxa constante $\dot{m} = -k$, onde k é uma constante positiva, e que a velocidade de ejeção dos gases em relação ao foguete é fixa e igual a v_e . Encontre a função $v(t)$.

(c) O foguete que transporta os ônibus espaciais americanos tem as seguintes características: sua massa inicial é 2×10^6 kg, sua massa dois minutos após a decolagem é 1×10^6 kg, a velocidade média de ejeção de combustível é aproximadamente 3×10^3 m/s e a velocidade inicial é, claro, nula. Usando estes dados e sua solução do item anterior determine a velocidade do foguete dois minutos após o lançamento, supondo que sua trajetória seja vertical, o que é aproximadamente verdade, e que g não mude significativamente durante esta parte de seu trajeto. Compare com o resultado obtido na ausência de campo gravitacional.

(d) Descreva qualitativamente o que aconteceria, a partir do instante de lançamento, ao foguete se tivesse sido projetado de modo que a força de impulsão fosse menor que o valor inicial de seu peso.

(e) Use sua solução do item (b) e mostre que a altura do foguete como função do tempo pode ser escrita na forma (m_0 é a massa inicial do foguete)

$$y(t) = v_e t - 1/2gt^2 - \frac{mv_e}{k} \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)$$

Use os dados do item (c) e determine a altura daquele foguete dois minutos após o lançamento.

4. Para ilustrar o uso de foguetes com múltiplos estágios, considere o seguinte:

- (a) A massa de combustível que um foguete carrega é $0.6m_0$. Qual é a velocidade final deste foguete depois de acelerar a partir do repouso no espaço livre (na ausência, portanto, de forças externas) se ele queima todo seu combustível em um único estágio? Expresse sua resposta em termos de v_e .
- (b) Suponha agora que ele queima o combustível em dois estágios, da seguinte maneira: no primeiro, queima a massa de $0.3m_0$. Em seguida, ejeta o tanque de combustível do primeiro estágio, cuja massa é $0.1m_0$, e só então queima o combustível restante ($0.3m_0$). Determine a velocidade final neste caso, supondo o mesmo valor constante para v_e em todos os casos, e compare os dois resultados.