

# MECÂNICA GERAL - 1/2017

## LISTA 13

1. Uma barra rígida uniforme de massa  $M$  e comprimento  $L$  é mantida em equilíbrio fazendo um ângulo  $\theta_0$  com um plano horizontal sem atrito sobre o qual está apoiada uma de suas extremidades. A barra é abandonada a partir desta posição.
  - (a) Determine sua velocidade angular como função da inclinação relativa ao plano horizontal.
  - (b) Determine a velocidade do centro de massa da barra no instante em que ela toca o solo. (*Sugestão:* Use a conservação da energia mecânica total.)
  
2. Um aro circular de massa  $M$  e raio  $R$  está em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. Uma bala de mesma massa e velocidade  $v$  paralela ao plano horizontal se incrusta na periferia deste aro. A espessura do aro é suficiente para acomodar a bala, mas desprezível frente a seu raio  $R$ .
  - (a) Qual a velocidade do centro de massa do sistema formado pelo aro e pela bala (i) antes; e (ii) depois da bala penetrar no aro?
  - (b) Qual o momento angular do sistema em relação a seu centro de massa antes da bala penetrar no aro?
  - (c) Com que velocidade angular o sistema gira depois da bala atingir o aro?
  - (d) Quanta energia cinética foi perdida nesta colisão inelástica?
  
3.
  - (a) Um hemisfério sólido uniforme de raio  $R$  está apoiado pela sua face plana no plano  $xy$  com seu centro na origem. Determine a posição de seu CM.
  - (b) Encontre a posição do CM de uma camada hemisférica uniforme de raios interno e externo  $a$  e  $b$  respectivamente e massa  $M$ , posicionada como no item anterior.
  - (c) Faça  $a = 0$  e comente o resultado. Faça o mesmo para quando  $b \rightarrow a$ .
  
4.
  - (a) Determine o momento de inércia de uma esfera sólida uniforme de massa  $M$  e raio  $R$  para rotações em torno de um diâmetro.
  - (b) Faça o mesmo para uma casca esférica oca e uniforme cujos raios interno e externo sejam  $a$  e  $b$  respectivamente.
  - (c) Uma estação espacial estacionária pode ser considerada como uma casca esférica oca de massa  $6\text{ton}$  e raios interno e externo  $5m$  e  $6m$ . Para mudar sua orientação, um giroscópio uniforme de raio  $10\text{cm}$  e massa  $10\text{kg}$  em seu centro é posto para girar, indo rapidamente do repouso até  $1000\text{rpm}$ . Quanto tempo levará a estação para girar de  $10$  graus? Quanta energia será necessária para esta operação?
  
5. Um corpo rígido é constituído de 8 massas iguais a  $m$  colocadas nos vértices de um cubo de aresta  $a$ , conectadas por barras de massa desprezível.

- (a) Determine o tensor de inércia  $\mathbf{I}$  para rotações em torno de um vértice  $O$  do cubo. Use eixos paralelos às arestas do cubo.
- (b) Determine o tensor de inércia do mesmo objeto, agora para rotações em torno do centro do cubo. Use eixos paralelos às arestas. Explique porque, neste caso, é de se esperar que certos elementos de  $\mathbf{I}$  sejam nulos.

**6.** Considere dois corpos rígidos formados por três massas nas posições dadas abaixo:

Corpo A:  $m$  em  $(a, 0, 0)$ ,  $2m$  em  $(0, a, a)$  e  $3m$  em  $(0, a, -a)$ ;

Corpo B:  $m$  em  $(a, 0, 0)$ ,  $m$  em  $(0, a, 2a)$  e  $m$  em  $(0, 2a, a)$ .

Para cada um deles:

- (a) Determine o tensor de inércia  $\mathbf{I}$
- (b) Encontre os momentos principais e um conjunto de eixos principais ortogonais.