

altura seja maior que a energia cinética da partícula. Segundo a física quântica, porém, existe uma probabilidade finita de que a partícula atravesse a barreira; é o chamado **efeito túnel**. A probabilidade de que uma partícula de massa m e energia E atravesse uma barreira de altura U_b e largura L é dada pelo coeficiente de transmissão T :

$$T \approx e^{-2bL}, \tag{38-21}$$

onde

$$b = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_b - E)}{h^2}}. \tag{38-22}$$

PERGUNTAS

1 De acordo com a figura do Teste 2, a energia cinética máxima dos elétrons ejetados é maior para o alvo feito de sódio ou de potássio, supondo que a frequência da luz incidente é a mesma nos dois casos?

2 *Efeito fotoelétrico.* A Fig. 38-18 mostra a tensão de corte V em função do comprimento de onda λ da luz para três materiais diferentes. Coloque os materiais na ordem da função trabalho, começando pela maior.

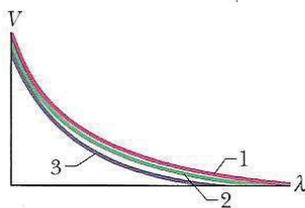


FIG. 38-18 Pergunta 2.

3 Uma placa metálica é iluminada com luz de uma certa frequência. A existência do efeito fotoelétrico depende (a) da intensidade da luz? (b) Do tempo de exposição à luz? (c) Da condutividade térmica da placa? (d) Da área da placa? (e) Do material da placa?

4 No efeito fotoelétrico (para um dado alvo e uma dada frequência da luz incidente), quais das grandezas a seguir dependem da intensidade da luz incidente: (a) a energia cinética máxima dos elétrons; (b) a corrente fotoelétrica máxima; (c) o potencial de corte; (d) a frequência de corte?

5 O fóton A tem uma energia duas vezes maior que o fóton B . (a) O momento do fóton A é menor, igual ou maior que o momento do fóton B ? (b) O comprimento de onda do fóton A é maior, menor ou igual ao comprimento de onda do fóton B ?

6 A Fig. 38-19 mostra um elétron passando por várias regiões nas quais existe um potencial elétrico V constante. Coloque as regiões na ordem do comprimento de onda de de Broglie do elétron na região, começando pelo maior.

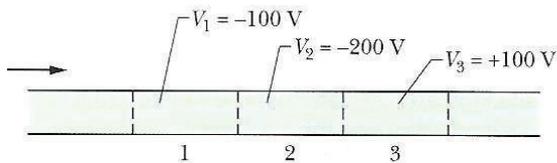


FIG. 38-19 Pergunta 6.

7 (a) Se a energia cinética de uma partícula não-relativística é multiplicada por dois, qual é a variação do comprimento de onda de de Broglie? (b) E se a velocidade da partícula é multiplicada por dois?

8 *Espalhamento de Compton.* A Fig. 38-20 mostra a deslocamento de Compton $\Delta\lambda$ em função do ângulo de espalhamento ϕ para três diferentes partículas estacionárias usadas como alvo. Coloque as partículas na ordem de suas massas, começando pela maior.

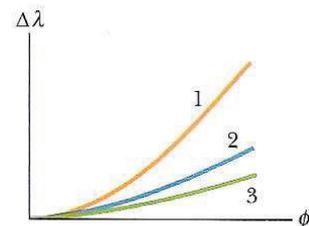


FIG. 38-20 Pergunta 8.

9 Em um experimento de efeito Compton um fóton de raios X é espalhado na mesma direção dos fótons incidentes, ou seja, na direção $\phi = 0$ da Fig. 38-3. Qual é a energia adquirida pelo elétron nessa interação?

10 Seja K a energia cinética que um elétron livre estacionário adquire ao espalhar um fóton. A curva 1 da Fig. 38-21 mostra o gráfico de K em função do ângulo ϕ de espalhamento do fóton. Se o elétron é substituído por um próton estacionário, a curva se desloca (a) para cima, como a curva 2, (b) para baixo, como a curva 3, ou (c) permanece a mesma?

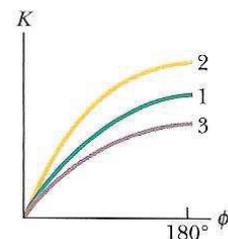


FIG. 38-21 Pergunta 10.

11 As partículas não-relativísticas a seguir têm a mesma energia cinética. Coloque-as na ordem dos comprimentos de onda de de Broglie, começando pelo maior: elétron, partícula alfa, nêutron.

12 A Fig. 38-22 mostra um elétron que se move (a) no sentido oposto ao de um campo elétrico, (b) no mesmo sentido que um campo elétrico, (c) no mesmo sentido que um campo magnético, (d) perpendicularmente a um campo magnético. Determine, para cada uma das situações, se o comprimento de onda de de Broglie aumenta com o tempo, diminui com o tempo ou permanece constante.

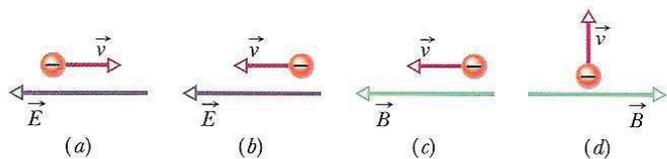


FIG. 38-22 Pergunta 12.

13 A tabela a seguir mostra valores relativos para três situações que envolvem o experimento de efeito túnel das Figs. 38-14 e 38-15. Coloque as situações na ordem da probabilidade de que a barreira seja atravessada por elétrons, começando pela maior.

	Energia do Elétron	Altura da Barreira	Largura da Barreira
(a)	E	$5E$	L
(b)	E	$17E$	$L/2$
(c)	E	$2E$	$2L$

14 A Fig. 38-23 mostra o coeficiente de transmissão T para o tunelamento de elétrons através de uma barreira de potencial em

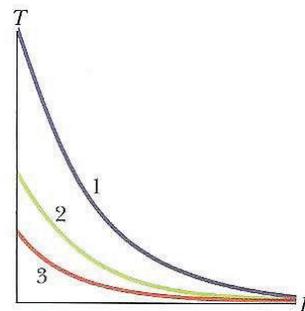


FIG. 38-23 Pergunta 14.

função da largura L da barreira em três experimentos diferentes. O comprimento de onda de de Broglie dos elétrons é o mesmo nos três experimentos; a única diferença está na altura U_b da barreira de potencial. Coloque os três experimentos na ordem do valor de U_b , começando pelo maior.

15 Por que os mínimos de $|\psi|^2$ do lado esquerdo da barreira de energia potencial da Fig. 38-16 são maiores que zero?

16 Um elétron e um próton têm a mesma energia cinética. Qual dos dois tem o maior comprimento de onda de de Broglie?

PROBLEMAS

• - ••• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física*, de Jearl Walker, Rio de Janeiro: LTC, 2008.

seção 38-2 O Fóton, o Quantum de Luz

- 1 Quantos fótons o Sol emite por segundo? Para simplificar o cálculo, suponha que a potência luminosa emitida pelo Sol é constante e igual a $3,9 \times 10^{26}$ W, e que toda essa radiação é emitida no comprimento de onda de 550 nm.
- 2 Um laser de hélio-neônio emite luz vermelha com um comprimento de onda $\lambda = 633$ nm, em um feixe de 3,5 mm de diâmetro, com uma potência de 5,0 mW. Um detector colocado à frente do laser absorve totalmente a luz do feixe. Qual é o número de fótons absorvidos pelo detector por unidade de área e por unidade de tempo?
- 3 O metro já foi definido como 1 650 763,73 comprimentos de onda da luz laranja emitida por átomos de criptônio 86. Qual é a energia dos fótons com esse comprimento de onda?
- 4 A luz amarela de uma lâmpada de vapor de sódio usada em iluminação pública é mais intensa em um comprimento de onda de 589 nm. Qual é a energia dos fótons com esse comprimento de onda?
- 5 Um feixe de luz monocromática (ou seja, que contém apenas um comprimento de onda) é absorvido por um filme fotográfico e fica registrado no filme. Um fóton é absorvido pelo filme se a energia do fóton é igual ou maior que a energia mínima de 0,6 eV necessária para dissociar uma molécula de AgBr do filme. (a) Qual é o maior comprimento de onda que pode ser registrado no filme? (b) A que região do espectro eletromagnético pertence esse comprimento de onda?
- 6 Que velocidade deve ter um elétron para que sua energia cinética seja igual à energia dos fótons de uma luz de sódio com um comprimento de onda de 590 nm?

- 7 Uma lâmpada ultravioleta emite luz com um comprimento de onda de 400 nm, com uma potência de 400 W. Uma lâmpada infravermelha emite luz com um comprimento de onda de 700 nm, também com uma potência de 400 W. (a) Qual das duas lâmpadas emite mais fótons por segundo? (b) Quantos fótons por segundo essa lâmpada emite?
- 8 Um satélite em órbita em torno da Terra utiliza um painel de células solares com uma área de 2,60 m², que é mantido perpendicular à direção dos raios solares. A intensidade da luz que incide no painel é 1,39 kW/m². (a) Qual a potência luminosa incidente no painel? (b) Quantos fótons por segundo são absorvidos pelo painel? Suponha que a radiação solar é monocromática, com um comprimento de onda de 550 nm, e que toda a radiação solar que incide no painel é absorvida. (c) Quanto tempo é necessário para que um “mol de fótons” seja absorvido pelo painel?
- 9 Um tipo especial de lâmpada emite luz monocromática com um comprimento de onda de 630 nm. A lâmpada consome uma potência elétrica de 60 W e converte a eletricidade em energia luminosa com uma eficiência de 93%. Quantos fótons são emitidos pela lâmpada durante sua vida útil de 730 h?
- 10 Em condições ideais, o sistema de visão humano é capaz de perceber uma luz com um comprimento de onda de 550 nm se os fótons dessa luz forem absorvidos pela retina à razão de pelo menos 100 fótons por segundo. Qual é a potência luminosa absorvida pela retina nessas condições?
- 11 Uma lâmpada de sódio de 100 W ($\lambda = 589$ nm) irradia energia uniformemente em todas as direções. (a) Quantos fótons por segundo são emitidos pela lâmpada? (b) A que distância da

lâmpada uma tela totalmente absorvente absorve fótons à taxa de $1,00 \text{ fóton/cm}^2 \cdot \text{s}$? (c) Qual é o fluxo de fótons (fótons por unidade de área e por unidade de tempo) em uma pequena tela situada a $2,00 \text{ m}$ da lâmpada?

••12 Um detector de luz possui uma área útil de $2,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ e absorve 50% da luz incidente, cujo comprimento de onda é 600 nm . O detector é colocado diante de uma fonte luminosa isotrópica, a $12,0 \text{ m}$ da fonte. A Fig. 38-24 mostra a energia E emitida pela fonte em função do tempo t . A escala do eixo vertical é definida por $E_s = 7,2 \text{ nJ}$ e a escala do eixo horizontal é definida por $t_s = 2,0 \text{ s}$. Quantos fótons por segundo são absorvidos pelo detector?

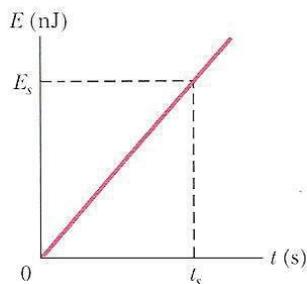


FIG. 38-24 Problema 12.

••13 Um detector de luz (o olho humano) tem uma área de $2,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ e absorve 80% da luz incidente, cujo comprimento de onda é 500 nm . O detector é colocado diante de uma fonte luminosa isotrópica, a $3,00 \text{ m}$ da fonte. Se o detector absorve fótons à taxa de exatamente $4,000 \text{ s}^{-1}$, qual é a potência da fonte?

••14 O feixe produzido por um laser de argônio ($\lambda = 515 \text{ nm}$) de $1,5 \text{ W}$ tem um diâmetro d de $3,00 \text{ mm}$. O feixe é focalizado por um sistema de lentes com uma distância focal efetiva f_L de $2,5 \text{ mm}$. O feixe focalizado incide em uma tela totalmente absorvente, onde forma uma figura de difração circular cujo disco central tem um raio R dado por $1,22 f_L \lambda / d$. É possível demonstrar que 84% da energia incidente estão concentrados neste disco central. Quantos fótons são absorvidos por segundo pela tela no disco central da figura de difração?

seção 38-3 O Efeito Fotelétrico

•15 A função trabalho do tungstênio é $4,50 \text{ eV}$. Calcule a velocidade dos elétrons mais rápidos ejetados da superfície de uma placa de tungstênio quando fótons com uma energia de $5,80 \text{ eV}$ incidem na placa.

•16 O leitor precisa escolher um elemento para uma célula fotelétrica que funcione com luz visível. Quais dos seguintes elementos são apropriados (a função trabalho aparece entre parênteses): tântalo ($4,2 \text{ eV}$); tungstênio ($4,5 \text{ eV}$); alumínio ($4,2 \text{ eV}$); bário ($2,5 \text{ eV}$); lítio ($2,3 \text{ eV}$)?

•17 Um feixe luminoso incide na superfície de uma placa de sódio, produzindo uma emissão fotelétrica. O potencial de corte dos elétrons ejetados é $5,0 \text{ V}$ e a função trabalho do sódio é $2,2 \text{ eV}$. Qual é o comprimento de onda da luz incidente?

•18 Determine a energia cinética máxima dos elétrons ejetados de um certo material se a função trabalho do material é $2,3 \text{ eV}$ e a frequência da radiação incidente é $3,0 \times 10^{15} \text{ Hz}$.

••19 O potencial de corte para elétrons emitidos de uma superfície iluminada por uma luz com um comprimento de onda de 491 nm é $0,710 \text{ V}$. Quando o comprimento de onda da luz incidente é

mudado para um novo valor, o potencial de corte muda para $1,43 \text{ V}$. (a) Qual é o valor do novo comprimento de onda? (b) Qual é a função trabalho da superfície?

••20 O comprimento de onda correspondente à frequência de corte da prata é 325 nm . Determine a energia cinética máxima dos elétrons ejetados de uma placa de prata iluminada por luz ultravioleta com um comprimento de onda de 254 nm .

••21 Uma placa de alumínio é iluminada por luz com um comprimento de onda de 200 nm . No alumínio uma energia de $4,20 \text{ eV}$ é necessária para que um elétron seja ejetado. Qual é a energia cinética (a) do elétron ejetado mais rápido? (b) Do elétron ejetado mais lento? (c) Qual é o potencial de corte? (d) Qual é o comprimento de onda de corte do alumínio?

••22 A luz solar pode ejetar elétrons da superfície de um satélite em órbita, carregando-o eletricamente; os projetistas de satélites procuram minimizar esse efeito através de revestimentos especiais. Suponha que um satélite seja revestido de platina, um metal com uma função trabalho muito elevada ($\Phi = 5,32 \text{ eV}$). Determine o maior comprimento de onda da luz solar incidente que é capaz de ejetar elétrons de uma superfície revestida com platina.

••23 (a) Se a função trabalho de um certo metal é $1,8 \text{ eV}$, qual é o potencial de corte dos elétrons ejetados quando uma luz com um comprimento de onda de 400 nm incide no metal? (b) Qual é a velocidade máxima dos elétrons ejetados?

••24 A eficiência relativa de uma superfície de césio (cuja função trabalho é $1,80 \text{ eV}$) é $1,0 \times 10^{-16}$, isto é, em média um elétron é ejetado para cada 10^{16} fótons que incidem na superfície. Qual é a corrente elétrica produzida pelos elétrons ejetados de uma placa de césio iluminada pela luz de 600 nm produzida por um laser de $2,00 \text{ mW}$? Suponha que todos os elétrons ejetados contribuam para a corrente.

••25 Um feixe de raios X com um comprimento de onda de 71 pm incide em uma folha de ouro e ejeta elétrons firmemente presos aos átomos de ouro. Os elétrons ejetados descrevem órbitas circulares de raio r na presença de um campo magnético uniforme \vec{B} . Para os elétrons ejetados de maior velocidade, $Br = 1,88 \times 10^{-4} \text{ T} \cdot \text{m}$. Determine (a) a energia cinética máxima dos elétrons; (b) o trabalho executado para remover esses elétrons dos átomos de ouro.

••26 Em um experimento do efeito fotelétrico usando uma placa de sódio é encontrado um potencial de corte de $1,85 \text{ V}$ para um comprimento de onda de 300 nm e um potencial de corte de $0,820 \text{ V}$ para um comprimento de onda de 400 nm . A partir desses dados, determine (a) o valor da constante de Planck, (b) a função trabalho Φ do sódio, (c) o comprimento da onda de corte λ_0 do sódio.

seção 38-4 Os Fótons Possuem Momento

•27 Um feixe de raios X tem um comprimento de onda de $35,0 \text{ pm}$. (a) Qual é a frequência correspondente? Determine (b) a energia dos fótons do feixe e (c) o momento dos fótons do feixe, em keV/c .

•28 (a) Qual é o momento, em MeV/c , de um fóton cuja energia é igual à energia de repouso de um elétron? Quais são (b) o comprimento de onda e (c) a frequência da radiação correspondente?

•29 Um feixe luminoso com um comprimento de onda de $2,4 \text{ pm}$ incide em um alvo que contém elétrons livres. (a) Determine o comprimento de onda da luz espalhada a 30° com a direção do

feixe incidente. (b) Faça o mesmo para um ângulo de espalhamento de 120° .

••30 Um feixe de raios X com um comprimento de onda de $0,0100 \text{ nm}$, no sentido positivo do eixo x , incide em um alvo que contém elétrons quase livres. Para o espalhamento de Compton a 180° de um fóton por um desses elétrons, determine (a) o deslocamento de Compton; (b) a variação da energia do fóton; (c) a energia cinética do elétron após o espalhamento; (d) o ângulo entre o semi-eixo x positivo e a direção de movimento do elétron após o espalhamento.

••31 Calcule a variação percentual da energia do fóton em uma colisão como a da Fig. 38-5 para $\phi = 90^\circ$ e uma radiação (a) na faixa de microondas, com $\lambda = 3,0 \text{ cm}$; (b) na faixa da luz visível, com $\lambda = 500 \text{ nm}$; (c) na faixa dos raios X, com $\lambda = 25 \text{ pm}$; (d) na faixa dos raios gama, com uma energia de $1,0 \text{ MeV}$ por fóton. (e) O que pensa o leitor a respeito da possibilidade de detectar o deslocamento de Compton nessas regiões do espectro eletromagnético usando apenas o critério da perda de energia em um único espalhamento fóton-elétron?

••32 Um feixe de raios gama cujos fótons têm uma energia de $0,511 \text{ MeV}$ incide em um alvo de alumínio e é espalhado em várias direções por elétrons quase livres do alvo. (a) Qual é o comprimento de onda dos raios gama incidentes? (b) Qual é o comprimento de onda dos raios gama espalhados a $90,0^\circ$ com o feixe incidente? (c) Qual é a energia dos fótons espalhados nessa direção?

••33 Determine o comprimento de onda de Compton (a) de um elétron; (b) de um próton. Qual é a energia dos fótons de uma onda eletromagnética com um comprimento de onda igual ao comprimento de onda de Compton (a) do elétron; (b) do próton?

••34 Mostre que quando um fóton de energia E é espalhado por um elétron livre em repouso a energia cinética máxima do elétron após o espalhamento é dada por

$$K_{\text{máx}} = \frac{E^2}{E + mc^2/2}.$$

••35 Determine (a) o deslocamento de Compton $\Delta\lambda$; (b) o deslocamento de Compton relativo $\Delta\lambda/\lambda$; (c) a variação da energia ΔE de um fóton pertencente a um feixe luminoso com um comprimento de onda $\lambda = 590 \text{ nm}$ espalhado por um elétron livre, inicialmente estacionário, se o ângulo de espalhamento do fóton é 90° em relação à direção do feixe incidente. Determine (d) $\Delta\lambda$; (e) $\Delta\lambda/\lambda$ e (f) ΔE para o espalhamento a 90° se o fóton tiver uma energia de $50,0 \text{ keV}$ (faixa dos raios X).

••36 Qual é a energia cinética máxima dos elétrons ejetados de uma folha fina de cobre pelo espalhamento de Compton de um feixe de raios X com uma energia de $17,5 \text{ keV}$? Suponha que a função trabalho pode ser desprezada.

••37 Que aumento percentual do comprimento de onda leva a uma perda de 75% da energia do fóton em uma colisão entre um fóton e um elétron livre?

••38 Um fóton sofre espalhamento de Compton por parte de um elétron livre estacionário. O ângulo de espalhamento é $90,0^\circ$ em relação à direção inicial, e o comprimento de onda inicial é $3,00 \times 10^{-12} \text{ m}$. Qual é a energia cinética do elétron?

••39 Considere uma colisão entre um fóton de raios X de energia inicial $50,0 \text{ keV}$ e um elétron em repouso, na qual o fóton é espalhado para trás e o elétron é espalhado para a frente. (a) Qual é a energia final do fóton? (b) Qual é a energia cinética do elétron?

••40 Qual é o máximo deslocamento do comprimento de onda possível para uma colisão de Compton entre um fóton e um próton livre?

••41 Qual deve ser o ângulo de espalhamento de um fóton de 200 keV por um elétron livre para que o fóton perca 10% da energia?

seção 38-6 Elétrons e Ondas de Matéria

••42 Calcule o comprimento de onda de de Broglie (a) de um elétron de $1,00 \text{ keV}$; (b) de um fóton de $1,00 \text{ keV}$; (c) de um nêutron de $1,00 \text{ keV}$.

••43 No tubo de imagem de um velho aparelho de televisão os elétrons são acelerados por uma diferença de potencial de $25,0 \text{ kV}$. Qual é o comprimento de onda de de Broglie desses elétrons? (Não é necessário levar em conta efeitos relativísticos.)

••44 Um feixe de prótons que se movem com uma velocidade de $0,9900c$ incide em um anteparo com duas fendas separadas por uma distância de $4,00 \times 10^{-9} \text{ m}$. Uma figura de interferência é observada em uma tela. Qual é o ângulo entre o centro da figura e o segundo mínimo?

••45 Calcule o comprimento de onda (a) de um fóton com uma energia de $1,00 \text{ eV}$; (b) de um elétron com uma energia de $1,00 \text{ eV}$; (c) de um fóton com uma energia de $1,00 \text{ GeV}$; (d) de um elétron com uma energia de $1,00 \text{ GeV}$.

••46 Um elétron e um fóton têm o mesmo comprimento de onda, $0,20 \text{ nm}$. Calcule o momento (em $\text{kg} \cdot \text{m/s}$) (a) do elétron e (b) do fóton. Calcule a energia (em eV) (c) do elétron e (d) do fóton.

••47 Íons monovalentes de sódio são acelerados por uma diferença de potencial de 300 V . (a) Qual é o momento final dos íons? (b) Qual é o comprimento de de Broglie correspondente?

••48 O núcleo atômico foi descoberto em 1911 por Ernest Rutherford, que interpretou corretamente uma série de experimentos nos quais um feixe de partículas alfa foi espalhado por folhas finas de metais como o ouro, a prata e o cobre. (a) Se as partículas alfa tinham uma energia cinética de $7,5 \text{ MeV}$, qual era o comprimento de onda de de Broglie dessas partículas? (b) A natureza ondulatória das partículas alfa deveria ter sido levada em conta na interpretação dos experimentos? A massa de uma partícula alfa é $4,00 \text{ u}$ (unidades de massa atômica), e a distância de máxima aproximação entre as partículas alfa e o centro do núcleo nos experimentos era da ordem de 30 fm . (A natureza ondulatória da matéria só foi descoberta mais de uma década após a realização desses experimentos.)

••49 O comprimento de onda da linha amarela do sódio é 590 nm . Qual é a energia cinética de um elétron cujo comprimento de onda de de Broglie é igual ao comprimento de onda da linha amarela do sódio?

••50 Elétrons com uma energia cinética de 50 GeV têm um comprimento de onda de de Broglie λ tão pequeno que podem ser usados para estudar detalhes da estrutura do núcleo atômico através de colisões. Essa energia é tão grande que a relação relativística extrema $p = E/c$ entre o momento p e a energia E pode ser usada. (Nessa situação extrema a energia cinética de um elétron é muito maior que a energia de repouso.) (a) Qual é o valor de λ ? (b) Se os núcleos do alvo têm um raio $R = 5,0 \text{ fm}$, qual é o valor da razão R/λ ?

••51 Uma partícula não-relativística está se movendo três vezes mais depressa que um elétron. A razão entre o comprimento

de onda de de Broglie da partícula e o comprimento de onda de de Broglie do elétron é $1,813 \times 10^{-4}$. Identifique a partícula, calculando sua massa.

••52 Determine (a) a energia de um fóton com um comprimento de onda de 1,00 nm; (b) a energia cinética de um elétron com um comprimento de onda de de Broglie de 1,00 nm; (c) a energia de um fóton com um comprimento de onda de 1,00 fm; (d) a energia cinética de um elétron com um comprimento de onda de de Broglie de 1,00 fm.

••53 A resolução de um microscópio depende do comprimento de onda usado; o menor objeto que pode ser resolvido tem dimensões da ordem do comprimento de onda. Suponha que estamos interessados em “observar” o interior de um átomo. Como um átomo tem um diâmetro da ordem de 100 pm, isso significa que devemos ser capazes de resolver dimensões da ordem de 10 pm. (a) Se um microscópio eletrônico for usado para esse fim, qual deverá ser, no mínimo, a energia dos elétrons? (b) Se um microscópio ótico for usado, qual deverá ser, no mínimo, a energia dos fótons? (c) Qual dos dois microscópios parece ser mais prático? Por quê?

••54 Qual é a tensão de aceleração dos elétrons necessária para que um microscópio eletrônico tenha a mesma resolução que um microscópio ótico operando com raios gama de 100 keV? (Veja o Problema 53 e use as equações da física clássica.)

••55 Se o comprimento de onda de de Broglie de um próton é 100 fm, (a) qual é a velocidade de próton? (b) A que diferença de potencial deve ser submetido o próton para chegar a essa velocidade?

seção 38-7 A Equação de Schrödinger

••56 (a) Escreva a função de onda $\psi(x)$ da Eq. 38-19 na forma $\psi(x) = a + ib$, onde a e b são números reais. (Suponha que ψ_0 é real.) (b) Escreva a função de onda dependente do tempo $\Psi(x, t)$ associada a $\psi(x)$.

••57 Mostre que a Eq. 38-17 é uma solução da Eq. 38-16 substituindo $\psi(x)$ e sua derivada segunda na Eq. 38-16 e observando que o resultado é uma identidade.

••58 (a) Seja $n = a + ib$ um número complexo, onde a e b são números reais (positivos ou negativos). Mostre que o produto nn^* é um número real e positivo. (b) Seja $m = c + id$ outro número complexo. Mostre que $|nm| = |n||m|$.

••59 Mostre que o número de onda angular k de uma partícula livre não-relativística de massa m pode ser escrito na forma

$$k = \frac{2\pi\sqrt{2mK}}{h}$$

onde K é a energia cinética da partícula.

••60 Suponha que tivéssemos feito $A = 0$ na Eq. 38-17 e chamado B de ψ_0 . (a) Qual seria a função de onda resultante? (b) Haveria alguma modificação na Fig. 38-12?

••61 A função $\psi(x)$ da Eq. 38-19 descreve uma partícula livre para a qual supusemos que $U(x) = 0$ na equação de Schrödinger (Eq. 38-15). Suponha que $U(x) = U_0$, onde U_0 é uma constante. Mostre que a Eq. 38-19 continua a ser uma solução da equação de Schrödinger, mas o valor do número de onda angular k da partícula passa a ser dado por

$$k = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(E - U_0)}$$

••62 Suponha que $A = B = \psi_0$ na Eq. 38-18. Nesse caso a equação representa a soma de duas ondas de matéria de mesma amplitude, propagando-se em sentidos opostos. (Lembre-se de que esta é a condição para uma onda estacionária.) (a) Mostre que, nessas condições, $|\Psi(x, t)|^2$ é dado por

$$|\Psi(x, t)|^2 = 2\psi_0^2[1 + \cos 2kx].$$

(b) Plote essa função e mostre que representa o quadrado da amplitude de uma onda estacionária. (c) Mostre que os nós dessa onda estacionária estão situados nos pontos para os quais

$$x = (2n + 1)\left(\frac{\lambda}{4}\right), \quad \text{onde } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

e λ é o comprimento de onda de de Broglie da partícula. (d) Escreva uma expressão do mesmo tipo para as posições mais prováveis da partícula.

seção 38-8 O Princípio de Indeterminação de Heisenberg

••63 A indeterminação da posição de um elétron situado sobre o eixo x é 50 pm, ou seja, um valor aproximadamente igual ao raio de um átomo de hidrogênio. Qual é a menor indeterminação possível da componente p_x do momento do elétron?

••64 No Capítulo 39 é dito que os elétrons não se comportam como os planetas do sistema solar, movendo-se em órbitas definidas em torno do núcleo. Para compreender por que esse tipo de modelo não é realista, imagine que tentamos “observar” um elétron em órbita usando um microscópio para determinar a posição do elétron com uma precisão da ordem de 10 pm (um átomo típico tem um raio da ordem de 100 pm). Para isso o comprimento de onda da radiação usada no microscópio deve ser da ordem de 10 pm. (a) Qual é a energia dos fótons correspondentes a esse comprimento de onda? (b) Que energia um desses fótons transfere a um elétron em uma colisão frontal? (c) O que o resultado do item (b) revela a respeito da possibilidade de “observar” um elétron em dois ou mais pontos de uma possível órbita? (Sugestão: A energia de ligação dos elétrons mais externos dos átomos é da ordem de alguns elétrons-volts.)

••65 A Fig. 38-12 mostra um caso em que a componente p_x do momento de uma partícula é dada e, portanto, $\Delta p_x = 0$. De acordo com o princípio de indeterminação de Heisenberg (Eq. 38-20), isso significa que a posição x da partícula é totalmente indeterminada. A recíproca também é verdadeira: se a posição da partícula é conhecida com precisão absoluta ($\Delta x = 0$), a indeterminação do momento é infinita.

Considere um caso intermediário no qual a posição de uma partícula é medida, não com precisão absoluta, mas com uma indeterminação da ordem de $\lambda/2\pi$, onde λ é o comprimento de onda de de Broglie da partícula. Mostre que nesse caso a indeterminação da componente p_x do momento (medida simultaneamente) é igual ao próprio momento, isto é, que $\Delta p_x = p$. Nessas circunstâncias é surpreendente que o valor medido do momento da partícula seja zero? $0,5p$? $2p$? $12p$?

seção 38-9 O Efeito Túnel

••66 (a) Um feixe de prótons de 5,0 eV incide em uma barreira de energia potencial de 6,0 eV de altura e 0,70 nm de largura, a uma taxa correspondente a uma corrente de 1000 A. Quanto tempo é preciso esperar (em média) para que um próton atravesse a barreira? (b) Quanto tempo é preciso esperar se o feixe contém elétrons em vez de prótons?

••67 Considere a situação do Exemplo 38-7. Qual é a variação percentual do coeficiente de transmissão T correspondente a uma

variação de 1,0% (a) da altura da barreira; (b) da largura da barreira; (c) da energia cinética do elétron incidente?

••68 Considere uma barreira de energia potencial como a da Fig. 38-15 cuja altura U_b é 6,0 eV e cuja largura L é 0,70 nm. Qual é a energia de elétrons incidentes para os quais o coeficiente de transmissão é 0,0010?

••69 Prótons de 3,0 MeV incidem em uma barreira de energia potencial de 10 fm de espessura e 10 MeV de altura. Determine (a) o coeficiente de transmissão T , (b) a energia cinética K_i dos prótons que atravessam a barreira por efeito túnel; (c) a energia cinética K_r dos prótons que são refletidos pela barreira. Déutrons (partículas com a mesma carga que o próton e uma massa duas vezes maior) de 3,0 MeV incidem na mesma barreira. Determine os valores de (d) T , (e) K_i e (f) K_r para esse caso.

Problemas Adicionais

70 Por volta de 1916, R. A. Millikan obteve os seguintes dados para o potencial de corte do lítio em experimentos do efeito fotoelétrico:

Comprimento de onda (nm)	433,9	404,7	365,0	312,5	253,5
Potencial de corte (V)	0,55	0,73	1,09	1,67	2,57

Use os dados da tabela para fazer um gráfico como o da Fig. 38-2 (que é para o sódio) e use esse gráfico para determinar (a) a constante de Planck; (b) a função trabalho do lítio.

71 Demonstre a Eq. 38-11, a equação usada para calcular o deslocamento de Compton, a partir das Eqs. 38-8, 38-9 e 38-10, eliminando v e θ .

72 Os nêutrons em equilíbrio térmico com o meio em que se encontram (conhecidos como *nêutrons térmicos*) têm uma energia cinética média de $3kT/2$, onde k é a constante de Boltzmann e T é a temperatura do meio. Para $T = 300$ K, determine (a) a energia cinética dos nêutrons térmicos; (b) o comprimento de onda de de Broglie correspondente.

73 Considere um balão cheio de gás hélio à temperatura ambiente e à pressão atmosférica. Calcule (a) o comprimento de onda de de Broglie médio dos átomos de hélio; (b) a distância média entre os átomos nessas condições. A energia cinética média de um átomo é igual a $3kT/2$, onde k é a constante de Boltzmann. (c) Os átomos podem ser tratados como partículas nessas condições? Justifique sua resposta.

74 (a) Para ejetar um elétron do sódio é preciso uma energia de pelo menos 2,28 eV. O efeito fotoelétrico é observado quando uma placa de sódio é iluminada com luz vermelha de comprimento de onda $\lambda = 680$ nm? (b) Qual é o comprimento de onda de corte para a emissão fotoelétrica no caso do sódio? A que cor corresponde esse comprimento de onda?

75 Uma linha de emissão é uma onda eletromagnética produzida em uma faixa tão estreita de comprimentos de onda que pode ser considerada monocromática em primeira aproximação.

Uma dessas linhas de emissão, muito importante para a astronomia, tem um comprimento de onda de 21 cm. Qual é a energia dos fótons correspondentes a esse comprimento de onda?

76 Usando as equações clássicas para o momento e a energia cinética, mostre que o comprimento de onda de de Broglie, em nanômetros, pode ser escrito como $\lambda = 1,226/\sqrt{K}$, onde K é a energia cinética do elétron em elétrons-volts.

77 Uma bala de revólver com 40 g de massa foi disparada com uma velocidade de 1000 m/s. Embora já saiba de antemão que uma bala é grande demais para ser tratada como uma onda de matéria, determine qual é a previsão da Eq. 38-13 com relação ao comprimento de onda de de Broglie da bala a essa velocidade.

78 A Fig. 38-12 mostra que por causa do princípio de indeterminação de Heisenberg não é possível atribuir uma coordenada x à posição de um elétron livre que esteja se movendo com uma velocidade conhecida v ao longo do eixo x . (a) É possível atribuir uma coordenada y ou z ao elétron? (*Sugestão:* As componentes y e z do momento do elétron são nulas.) (b) Descreva a extensão da onda de matéria em três dimensões.

79 Você está jogando futebol em um universo (muito diferente do nosso!) no qual a constante de Planck é $0,60$ J · s. Qual é a indeterminação da posição de uma bola de 0,50 kg que foi chutada com uma velocidade de 20 m/s se a indeterminação da velocidade é 1,0 m/s?

80 Um carro de 1500 kg, que se move com uma velocidade constante de 20 m/s, está se aproximando de uma colina com 24 m de altura e 30 m de largura. Embora já saiba de antemão que o carro é grande demais para ser tratado como uma onda de matéria, determine qual é a previsão da Eq. 38-21 com relação ao coeficiente de transmissão do carro. Considere a colina como uma barreira de energia potencial gravitacional.

81 Mostre que $|\psi|^2 = |\Psi|^2$, com ψ e Ψ relacionadas pela Eq. 38-14. Em outras palavras, mostre que a densidade de probabilidade não depende do tempo.

82 Mostre que $\Delta E/E$, a perda de energia relativa de um fóton em uma colisão com uma partícula de massa m , é dada por

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{hf'}{mc^2} (1 - \cos \phi),$$

onde E é a energia do fóton incidente, f' é a frequência do fóton espalhado e o ângulo ϕ é definido como na Fig. 38-5.

83 Mostre, analisando uma colisão entre um fóton e um elétron livre (usando a mecânica relativística), que é impossível que um fóton transfira toda a sua energia para o elétron (e, portanto, desapareça).

84 Um elétron de massa m e velocidade v “colide” com um fóton de raios gama cuja energia é hf_0 no referencial do laboratório. O fóton é espalhado na direção do movimento do elétron. Mostre que a energia do fóton espalhado, no referencial do laboratório, é dada por

$$E = hf_0 \left(1 + \frac{2hf_0}{mc^2} \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \right)^{-1}$$