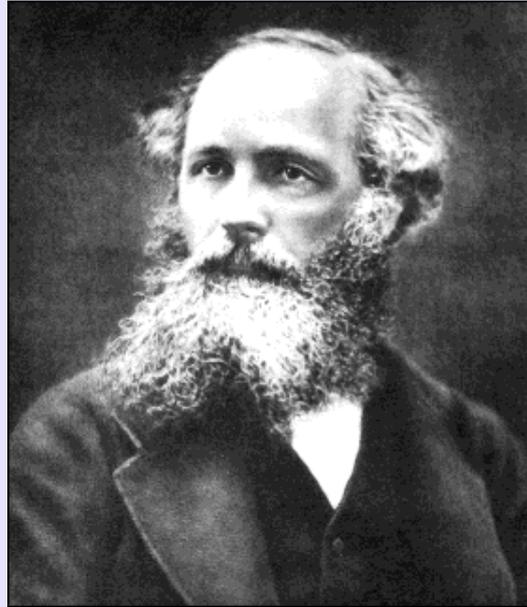


Eq's de Maxwell e Corrente de Deslocamento



Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

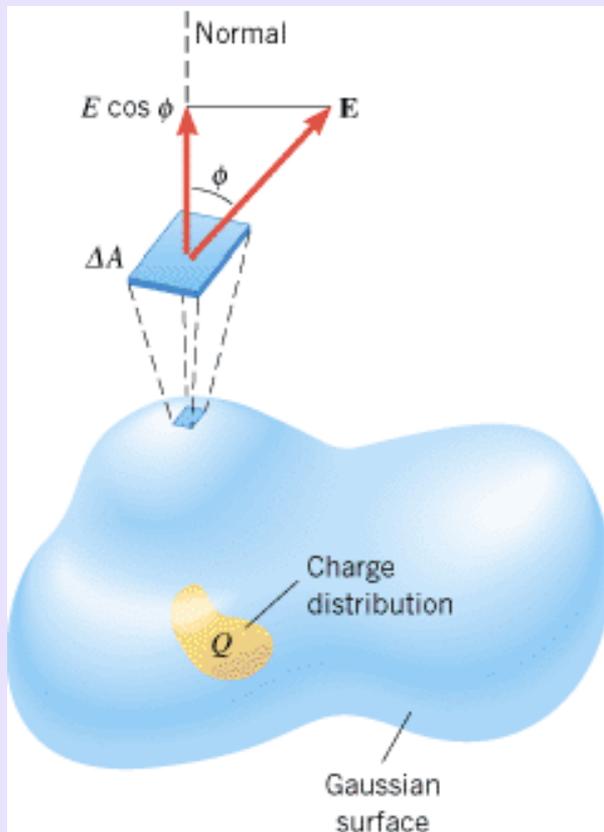
Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

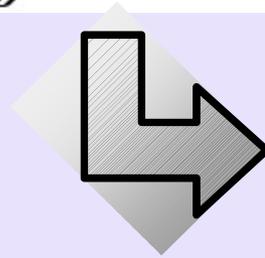
<https://cursos.if.uff.br/!fisica2-0217/doku.php>

Equações de Maxwell

“O fluxo elétrico líquido, através de qualquer superfície gaussiana fechada, é igual à carga líquida no interior da superfície, dividido pela permissividade do vácuo, ϵ_0 .”



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

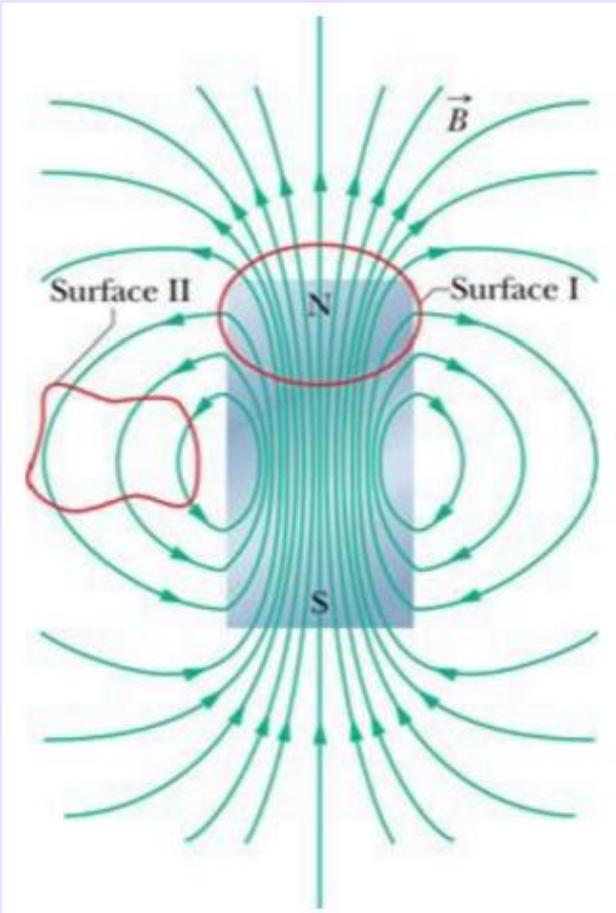


Lei de Gauss

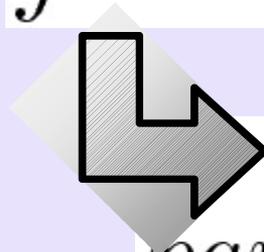


Equações de Maxwell

“O fluxo magnético através de qualquer superfície fechada é sempre nulo .”



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

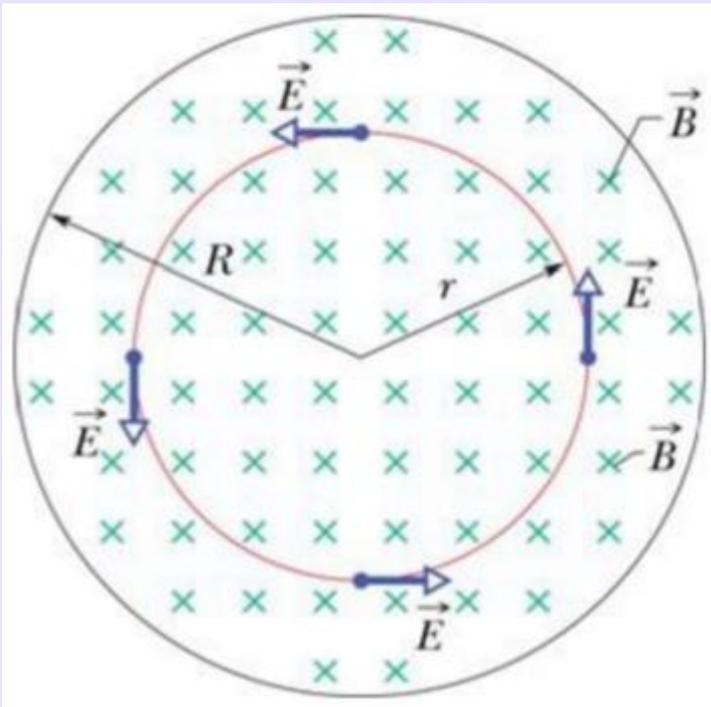


*Lei de Gauss
para o Magnetismo*

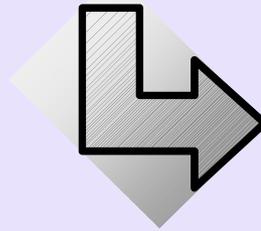


Equações de Maxwell

“A variação do fluxo magnético induz uma circulação de campo elétrico.”



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

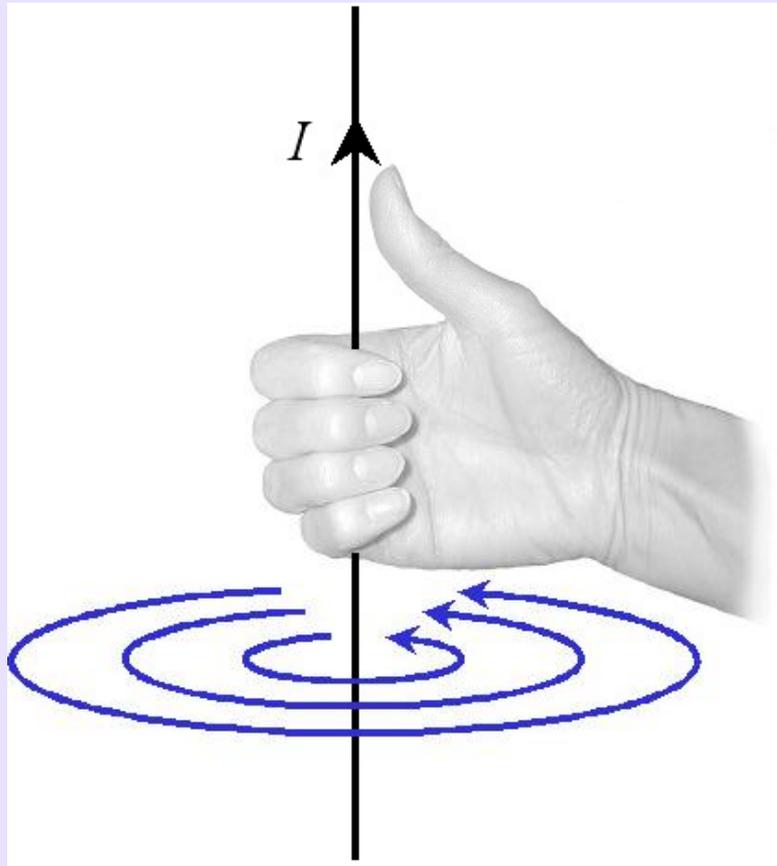


Lei de Faraday

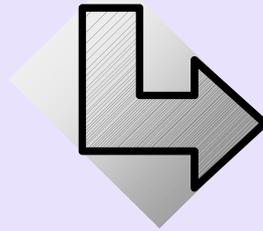


Equações de Maxwell

“O fluxo de carga elétrica que atravessa uma superfície amperiana provoca a circulação de um campo magnético”



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$$



Lei de Ampère



Equações de Maxwell

$$(I) \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \quad (\text{Lei de Gauss})$$

$$(II) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{Lei de Gauss do Magnetismo})$$

$$(III) \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (\text{Lei de Faraday})$$

$$(IV) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i \quad (\text{Lei de Ampère})$$



Equações de Maxwell Aplicada ao Vácuo



No vácuo não estão presentes cargas ou correntes elétricas

$$(I) \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$(II) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$(III) \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$(IV) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

Equações (I) e (II) \Rightarrow simétricas

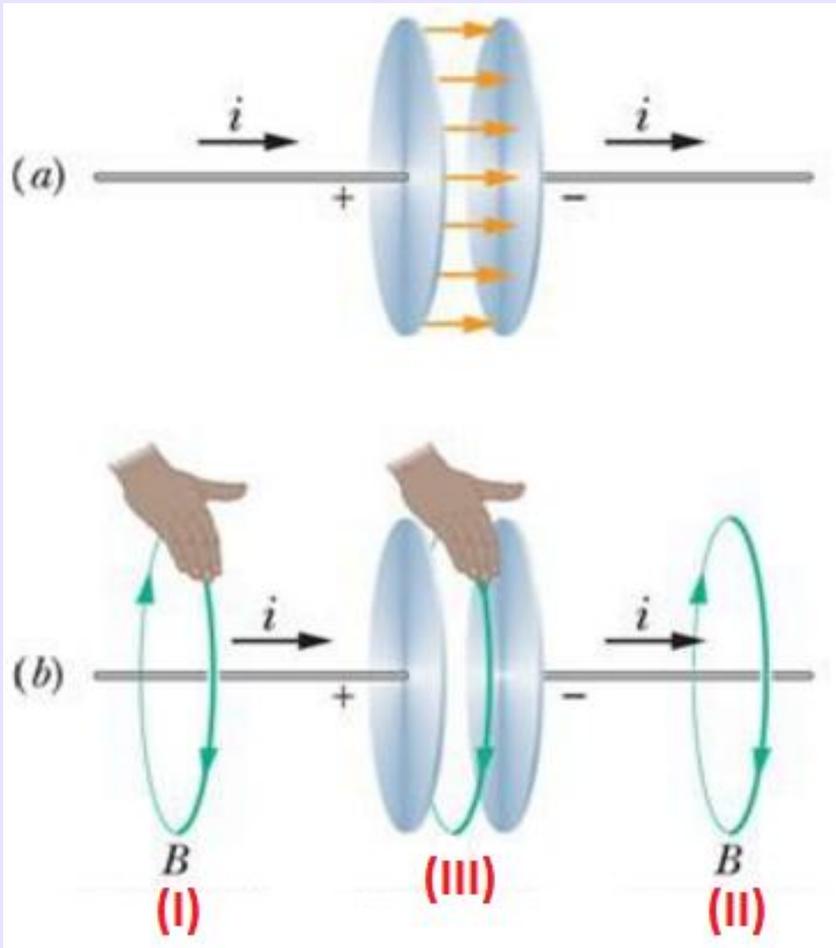
Equações (III) e (IV) \Rightarrow não simétricas

Baseado na simetria, Maxwell se perguntou:

“É possível que um campo elétrico variável possa estabelecer um campo magnético?”



Campos Magnéticos Induzidos e Corrente de Deslocamento



Região (I):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Região (II):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Região (III):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int} \Rightarrow B = 0 ?$$

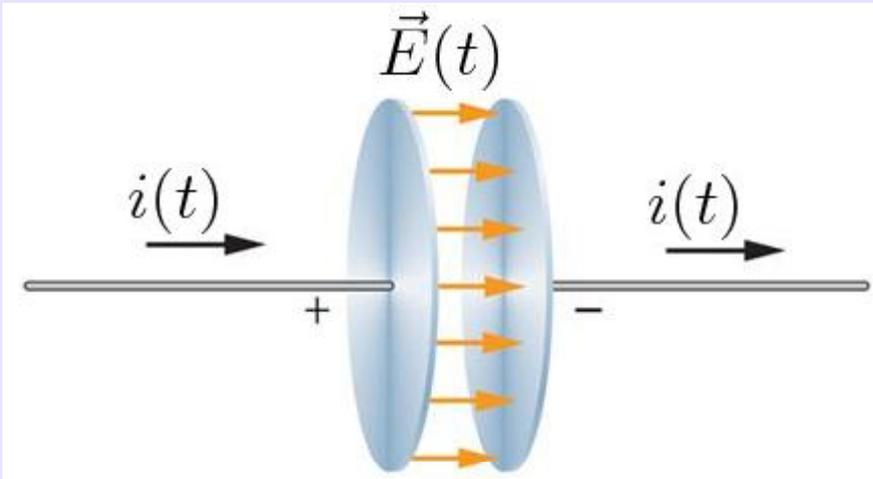
(e a continuidade?)

Há uma violação da lei de Ampère?

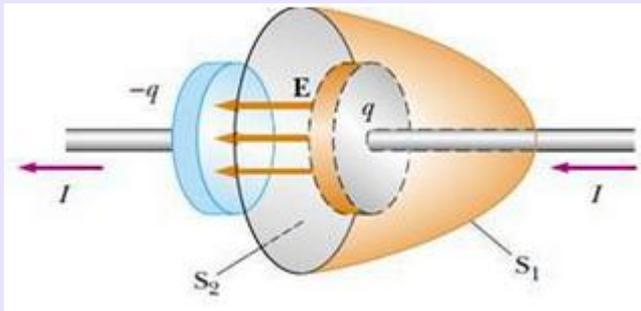


Campos Magnéticos Induzidos e Corrente de Deslocamento

$\vec{E} = \vec{E}(t) \Rightarrow$ o campo elétrico varia no tempo



Entre as placas do capacitor existe um campo elétrico variável no tempo que atravessa a superfície amperiana produzindo um fluxo elétrico Φ_E .



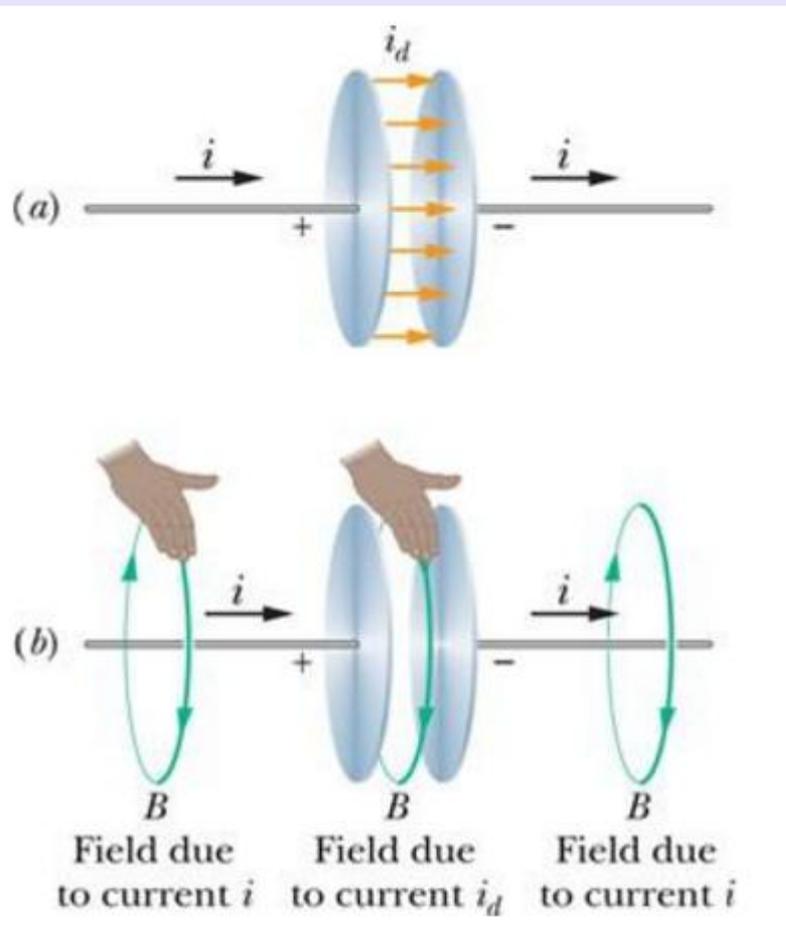
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (\text{Lei de Gauss})$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{d\phi_E}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow i_d = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \quad \Rightarrow \text{Fator conhecido como corrente de deslocamento}$$



Corrente de Deslocamento



Como

$$\Rightarrow i_d = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

tem dimensão de corrente, a lei de Ampère aplicada a região (III) toma o seguinte valor:

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_d \quad \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i_d}{2\pi r}$$

Assim, para mantermos a continuidade da corrente, fazemos que: $\Rightarrow i = i_d$

O valor da corrente de deslocamento na região entre as placas do capacitor é igual ao valor da corrente de condução no fio.



Corrente de Deslocamento

Solução para o problema:

⇒ “baseado na simetria podemos afirmar que um campo magnético é estabelecido por um campo elétrico variável.”

Quando o capacitor é carregado, cargas começam a migrar para as placas, no seu interior aparece um campo elétrico que varia no tempo. Este campo produz um fluxo elétrico através de uma superfície onde circula um campo magnético.

Por analogia com a lei de Faraday, temos:

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

⇒ A variação do fluxo elétrico induz uma circulação de campo magnético.



Forma generalizada da Lei de Ampère

Assim, a equação de Ampère é modificada para:

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

ou de forma mais compacta:

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i + i_d)$$

Onde i_d , corrente de deslocamento, é um nome introduzido por razões históricas, não há carga se deslocando entre as placas do capacitor.

“O conceito de corrente de deslocamento permite conservar o conceito de que a corrente é contínua.”

Equações de Maxwell na Forma Integral

(I) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow$ *Lei de Gauss*

(II) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \rightarrow$ *Lei de Gauss do Magnetismo*

(III) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \rightarrow$ *Lei de Faraday*

(IV) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \rightarrow$ *Lei de Ampère*



Equações de Maxwell na forma diferencial

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{A} \rightarrow \text{Teorema de Stokes}$$

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{A} = \int (\nabla \cdot \vec{F}) dV \rightarrow \text{Teorema da Divergência}$$

$$\text{Lei de Faraday} \rightarrow \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_s (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{A} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\int_s (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{A} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



Lei de Faraday na forma Diferencial



Equações de Maxwell na forma diferencial

(I) $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \rightarrow$ *Lei de Gauss*

(II) $\nabla \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow$ *Lei de Gauss do Magnetismo*

(III) $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow$ *Lei de Faraday*

(IV) $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j} \rightarrow$ *Lei de Ampère*



Equações de Maxwell na forma diferencial

Vetor deslocamento
elétrico

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$\epsilon \rightarrow$ permissividade
do material

Campo Magnetizante

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

$\mu \rightarrow$ permeabilidade
do material

E DEUS DISSE

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

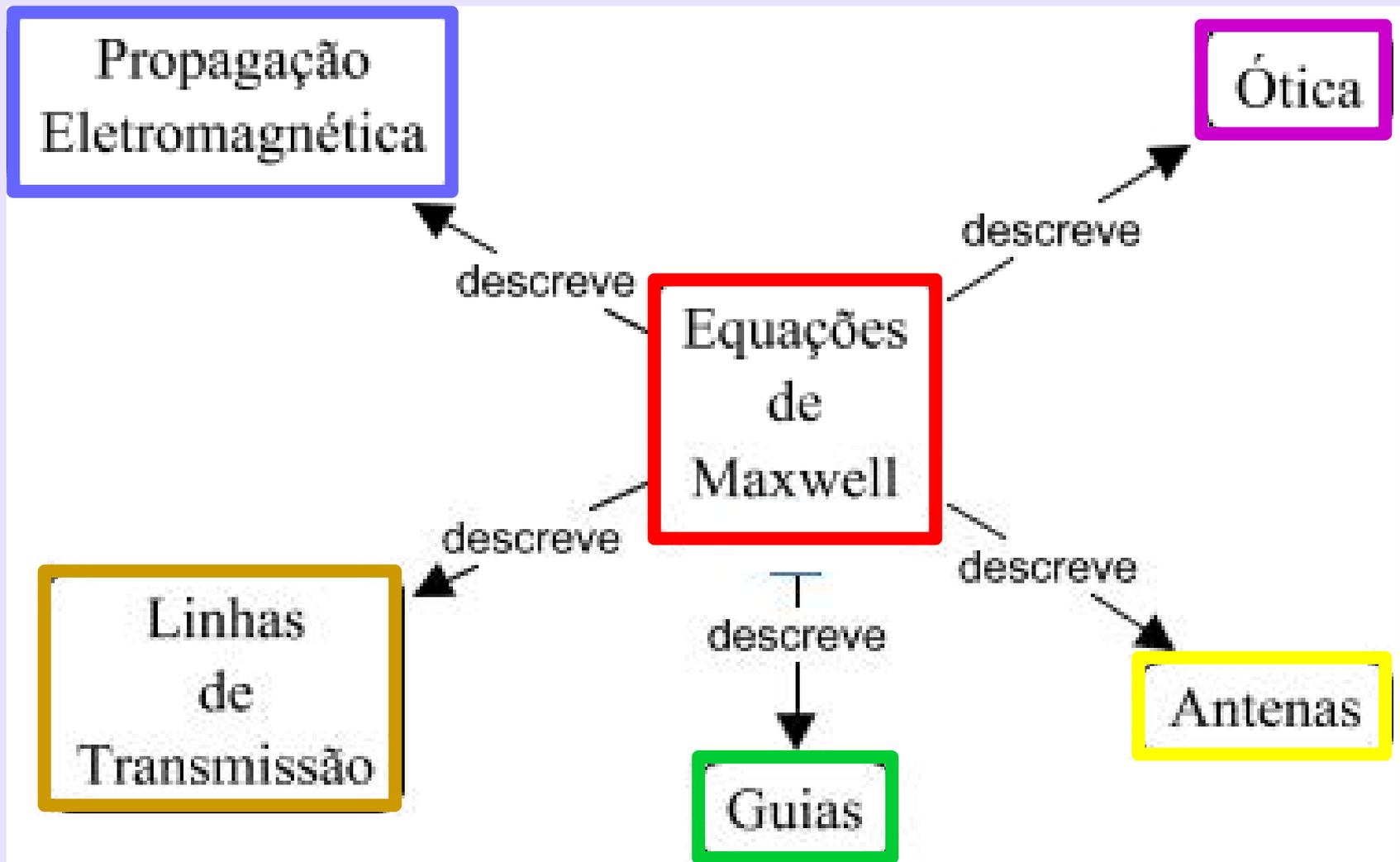
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

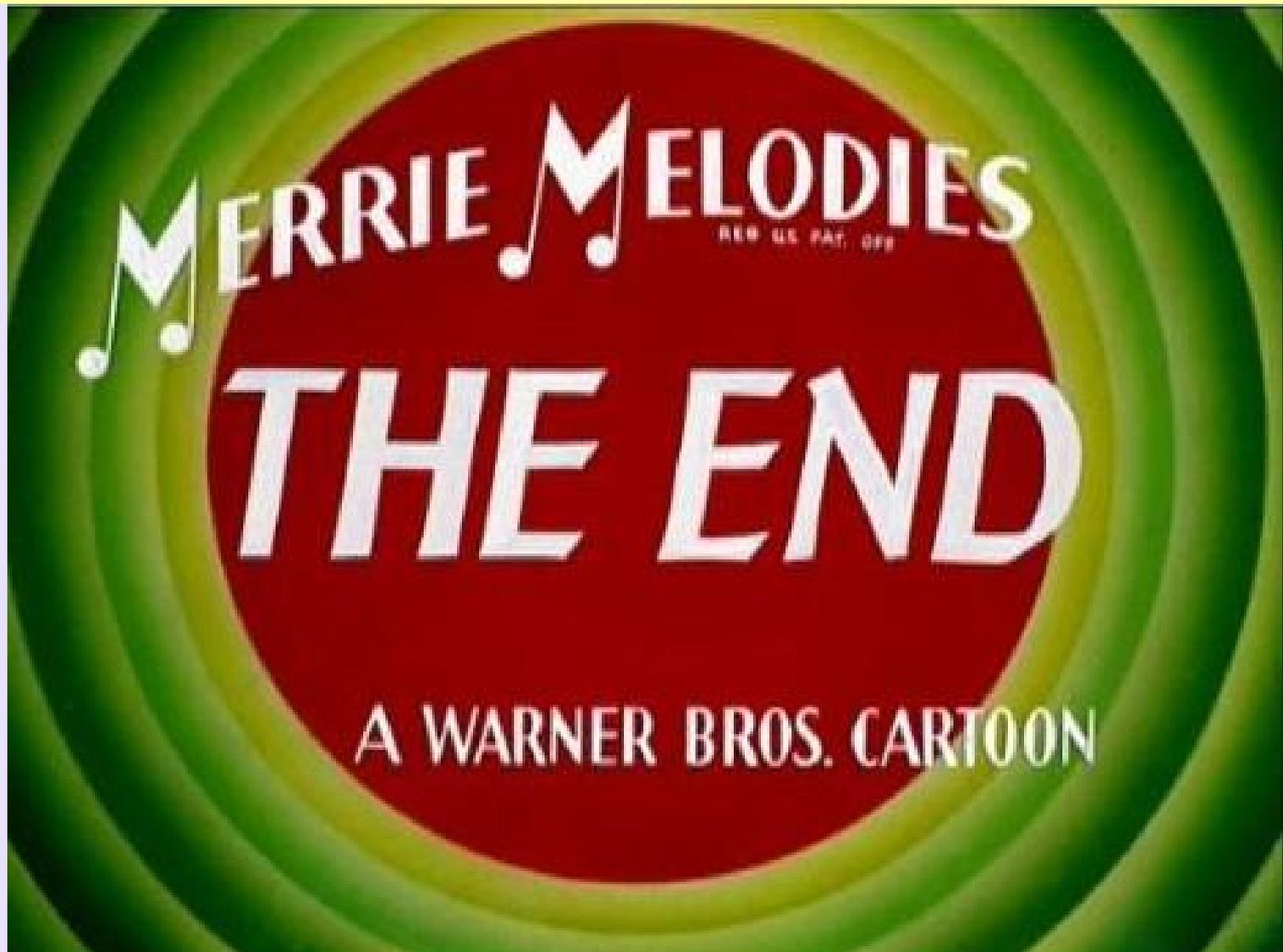
E ENTÃO FEZ-SE LUZ



Equações de Maxwell



FIM



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense