Física 3

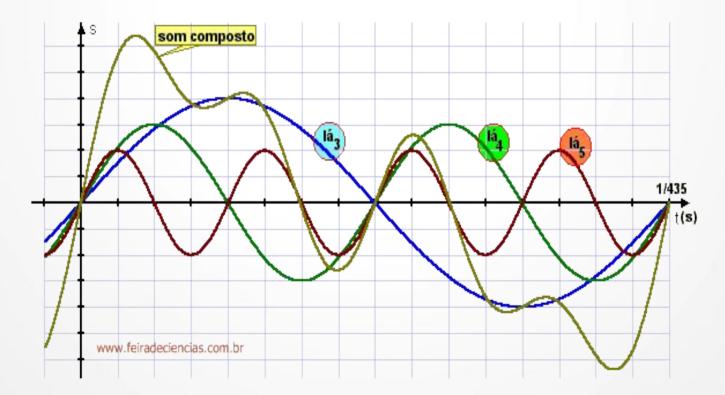
Cap 21 – Superposição

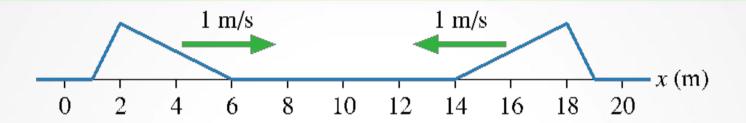
Interferência entre ondas

Duas ou mais ondas se combinam formando uma única onda resultante cujo deslocamento é dado pelo **princípio da superposição**:

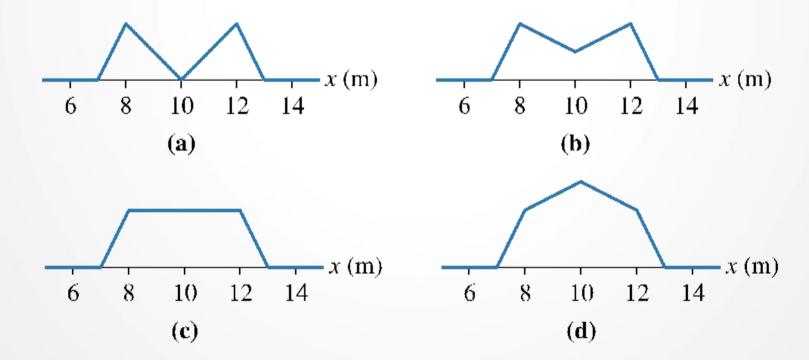
$$D_{res} = D_1 + D_2 + ... = \Sigma_i D_i$$

Exemplo: som musical composto





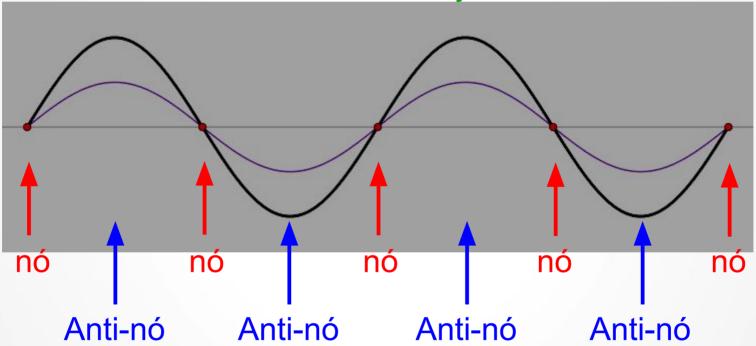
Em t = 0, os dois pulsos acima em uma corda se aproximam com velocidades de 1 m/s. Qual será o formato da corda no instante t = 6s?



Ondas estacionárias

Onda resultante da superposição de duas ondas contra-propagantes.

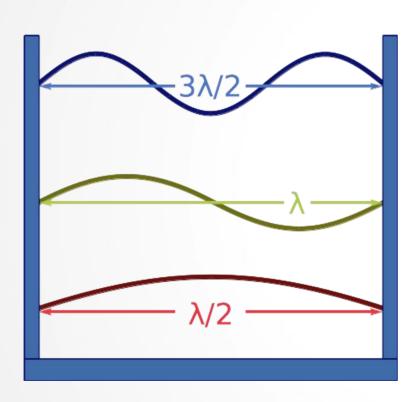
Distância entre dois nós adjacentes = $\lambda / 2$



$$y(x,t) = 2Y_m sen(kx) cos(\omega t)$$
 Amplitude

Ondas estacionárias

Exemplo: corda amarrada pelas extremidades

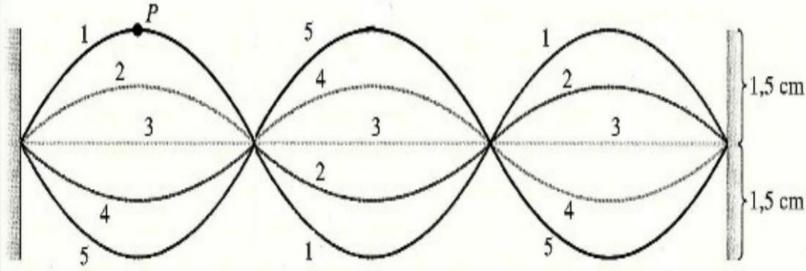


$$f_m = rac{v}{\lambda_m} = m rac{v}{2L}$$
 m =1,2,3, ... m Qto > a ordem, > a frequência!

Uma corda de 60cm de comprimento vibra sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na fig. A taxa do estroboscópio é fixada em 5000 flashes por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos flashes 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles.

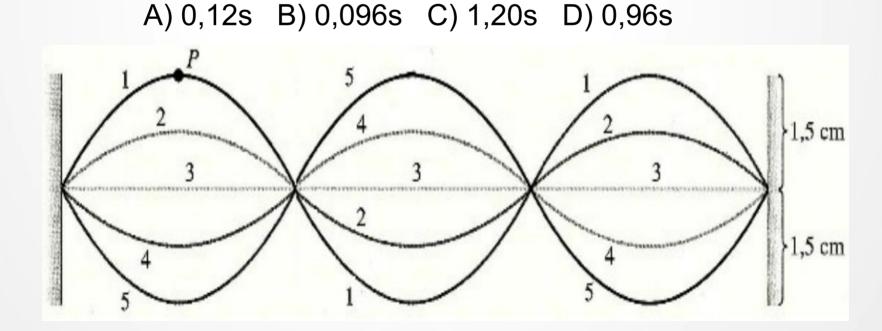
P: O comprimento de onda das ondas progressivas nessa corda vale

A) 1,5cm B) 40cm C) 20cm D) 60cm



Uma corda de 60cm de comprimento vibra sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na fig. A taxa do estroboscópio é fixada em 5000 flashes por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos flashes 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles.

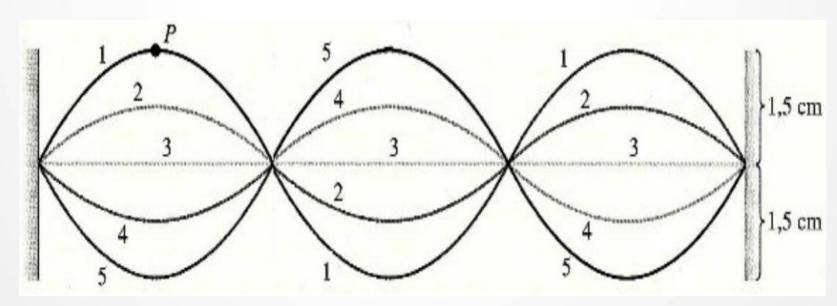
P: O período das ondas progressivas nessa corda vale



Uma corda de 60cm de comprimento vibra sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na fig. A taxa do estroboscópio é fixada em 5000 flashes por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos flashes 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles.

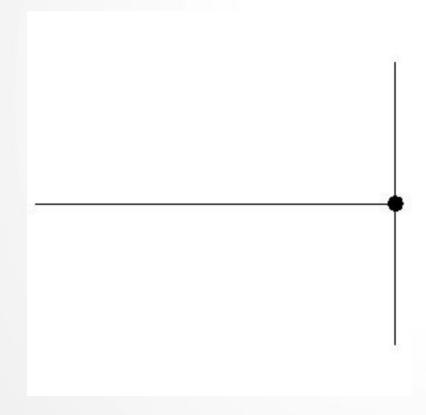
P: A velocidade das ondas progressivas nessa corda vale

A) 700cm/s B) 235cm/s C) 417cm/s D) 333cm/s



O que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra um obstáculo **rígido** ?

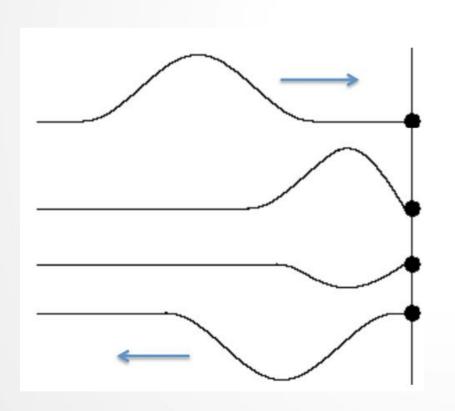
ex: corda fixa em uma parede



Video: http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/reflect/reflect.html

O que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra um obstáculo **rígido** ?

ex: corda fixa em uma parede



P: Por que volta invertido?:

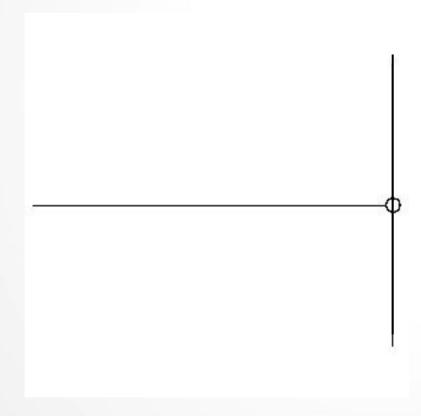
R: Ação e reação! (3ª Lei de Newton): se a corda puxa a parede para cima, esta puxará a corda para baixo

Outro jeito de ver:

Assim como numa onda estacionária, o nó na parede pode ser visto como devido à interferência de dois pulsos contrapropagantes: o pulso real vindo de $x = -\infty$ e um pulso 'fictício', invertido, vindo de $x = +\infty$

O que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra um obstáculo **flexível**?

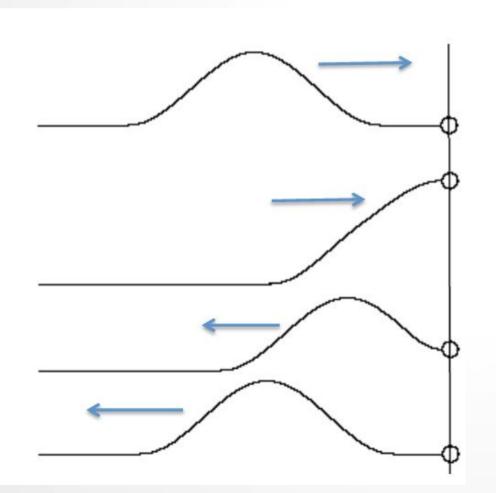
ex: corda presa a um poste por um aro livre para se mover na vertical



Video: http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/reflect/reflect.html

O que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra um obstáculo **flexível**?

ex: corda presa a um poste por um aro livre para se mover na vertical



Nesse caso volta sem inverter...

Outro jeito de ver:

Nesse caso, o anti-nó pode ser visto como devido à interferência de dois pulsos contrapropagantes: o pulso real vindo de $x = -\infty$ e um pulso 'fictício', idêntico, vindo de $x = +\infty$

Note que a amplitude no obstáculo é o dobro da do pulso!

Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

Teste Conceitual 21.5

ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \qquad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \qquad \mu_1 < \mu_2$$

- A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
- B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos
- C) O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
- D) O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não

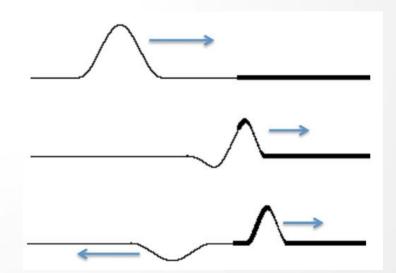
Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

Teste Conceitual 21.5

ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \qquad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \qquad \mu_1 < \mu_2$$

- A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
- B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos
- O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
- O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não



Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

Teste Conceitual 21.6

ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \qquad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \qquad \mu_1 > \mu_2$$

- A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
- B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos
- C) O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
- O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não

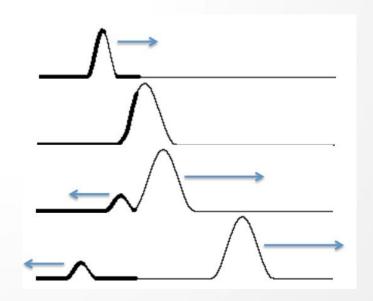
Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

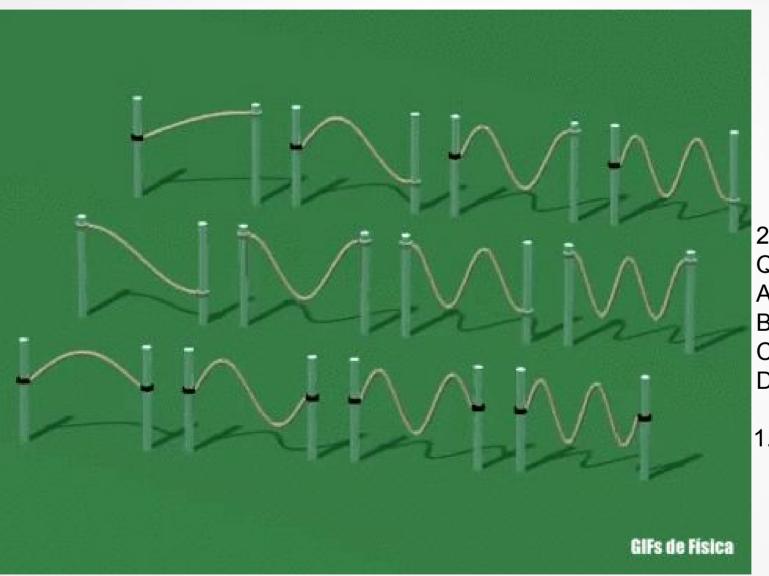
Teste Conceitual 21.6

ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \qquad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \qquad \mu_1 > \mu_2$$

- A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
- B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos
- C) O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
- O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não





2. Duas pontas livres Qual a condição p/ λ?

A)
$$\lambda_m = 2L/m$$

B)
$$\lambda_m^m = 4L/m$$

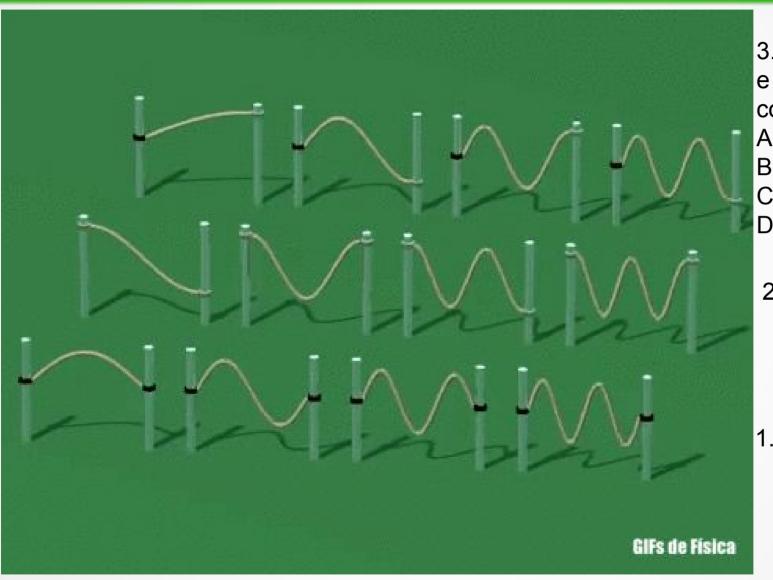
C)
$$\lambda_{m}^{m} = 2L/(2m-1)$$

A)
$$\lambda_{m} = 2L/m$$

B) $\lambda_{m} = 4L/m$
C) $\lambda_{m} = 2L/(2m-1)$
D) $\lambda_{m} = 4L/(2m-1)$

1. Duas pontas presas

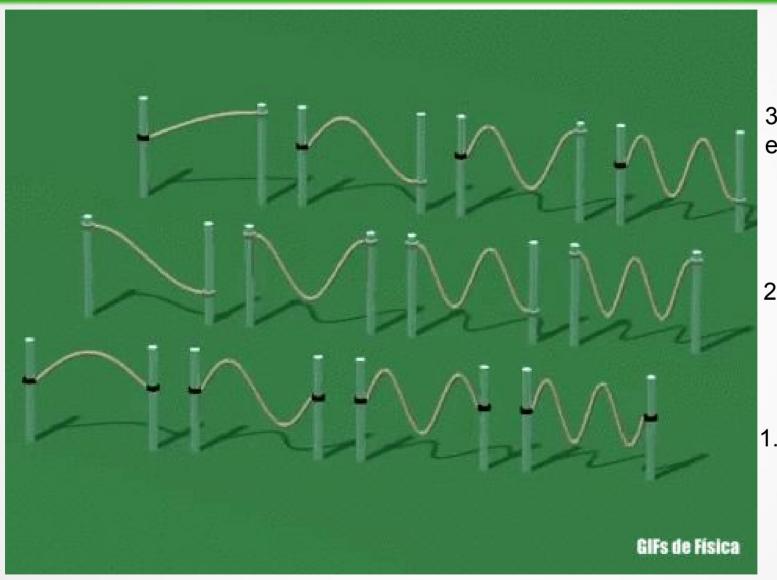
$$\lambda_{\rm m} = 2L/m$$



- 3. Uma ponta livre e uma presa. Qual a condição p/ λ?

- A) $\lambda_{m} = 2L/m$ B) $\lambda_{m} = 4L/m$ C) $\lambda_{m} = 2L/(2m-1)$ D) $\lambda_{m} = 4L/(2m-1)$
- 2. Duas pontas livres $\lambda_{\rm m} = 2L/m$

1. Duas pontas presas $\lambda_{\rm m} = 2L/m$



3. Uma ponta livre e uma presa.

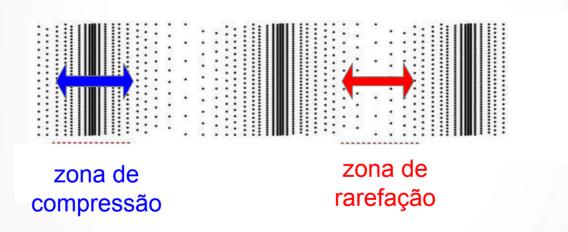
$$\lambda_{\rm m} = 4L/(2m-1)$$

2. Duas pontas livres $\lambda_{m} = 2L/m$

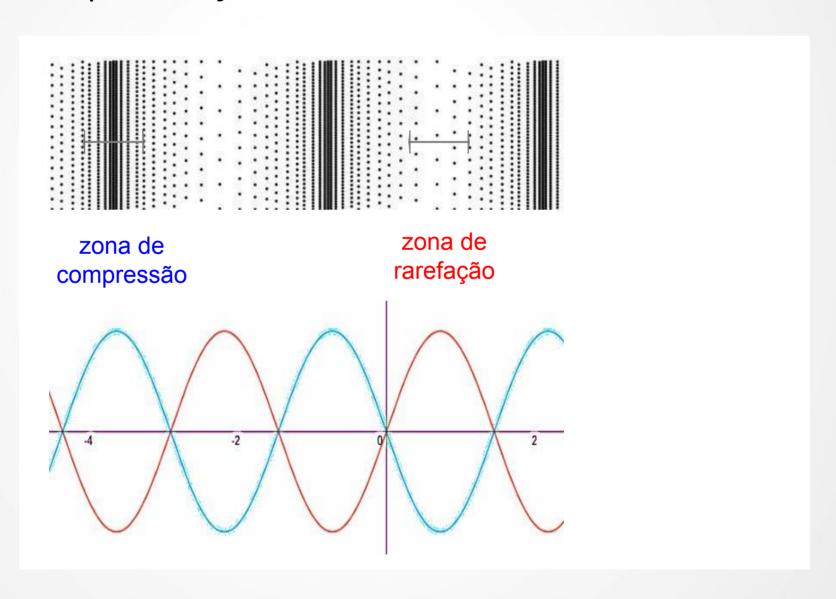
Duas pontas presas
 λ_m = 2L/m

Em uma coluna de ar longa e estreita, como um cano/tubo, é possível formar uma onda estacionária longitudinal, análoga à onda estacionária transversal estudada nas últimas aulas.

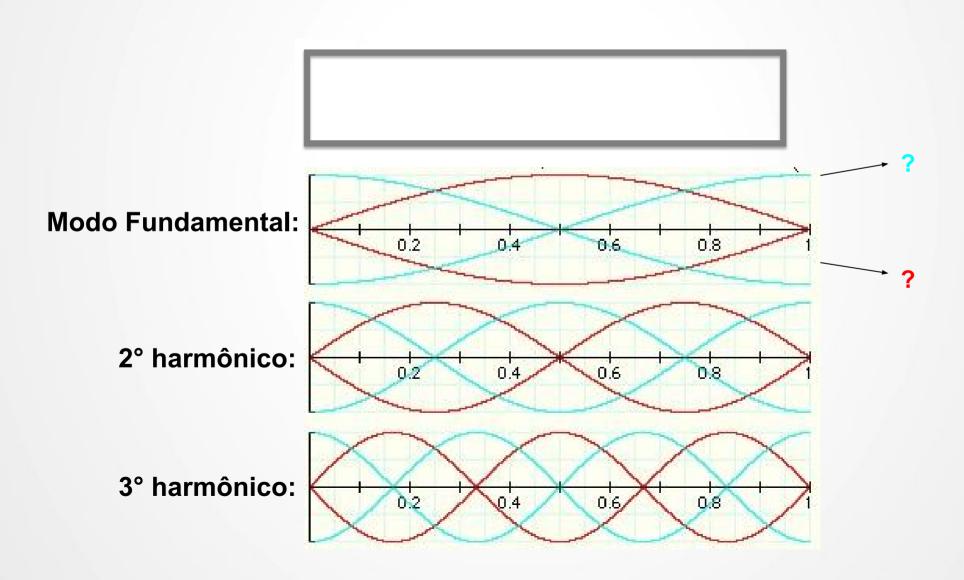
Lembrando: ondas sonoras são ondas longitudinais.



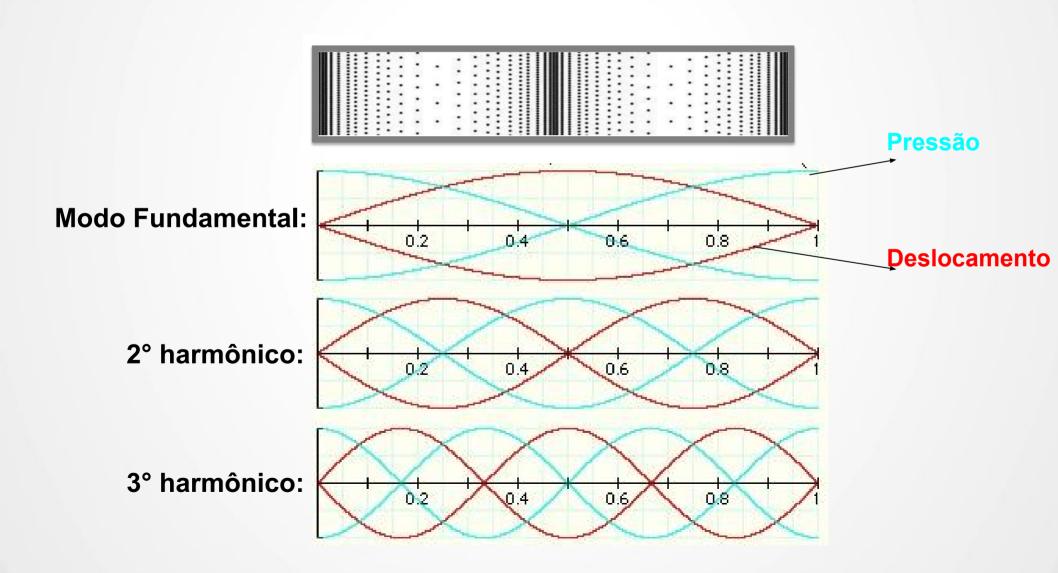
Representação Gráfica:



Ondas Estacionárias em tubos Fechado-fechado



Ondas Estacionárias em tubos Fechado-fechado



Ondas Estacionárias em tubos Fechado-fechado

análogo ao dos modos em cordas com extremidades Caso fixas. Aplicando as condições de contorno,

$$Y(x = L, t) = 2Asen(kL)cos(\omega t) = 0$$

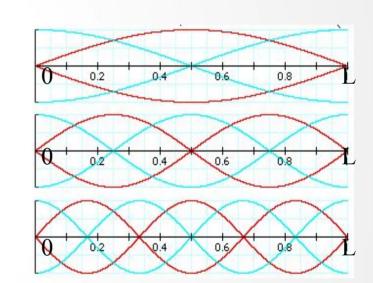
$$2Asen(kL) = 0$$

$$kL = m\pi; \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_m}L = m\pi$$

$$\rightarrow \lambda_m = \frac{2L}{m}$$





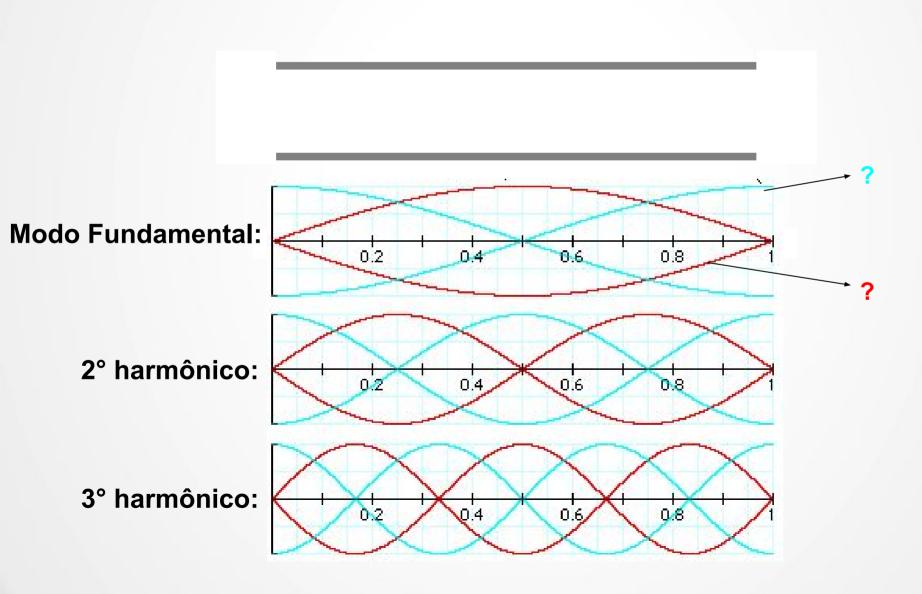
$$\lambda_m = \frac{\lambda_m}{\lambda_m}$$

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

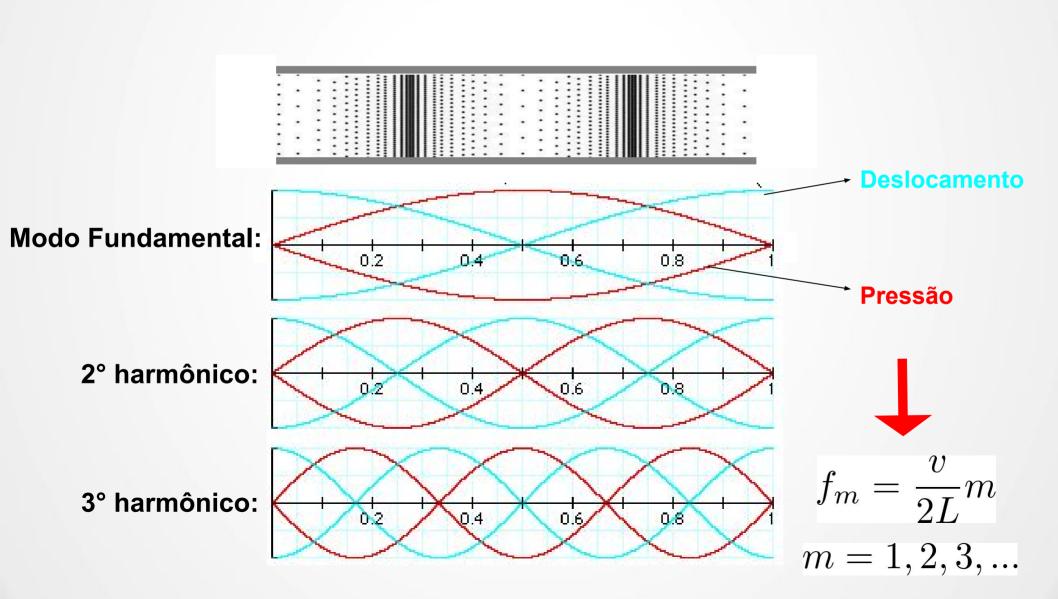
$$\lambda_m = \frac{v}{2L}m; m = 1, 2, 3, ...$$

Tubo Aberto-Aberto

Ondas Estacionárias em tubos Aberto-Aberto



Ondas Estacionárias em tubos Aberto-Aberto

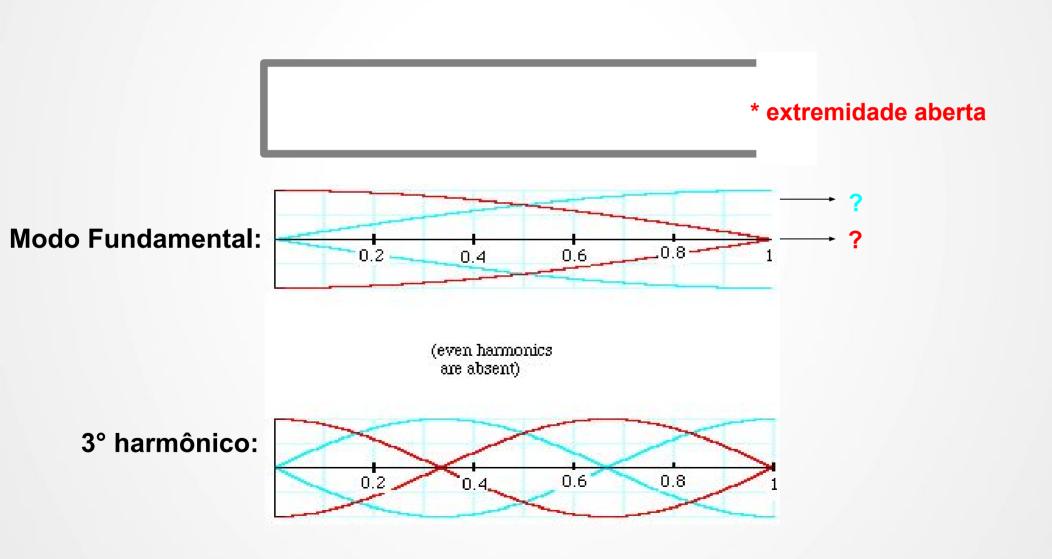


Ondas Estacionárias Acústicas tubo aberto-aberto

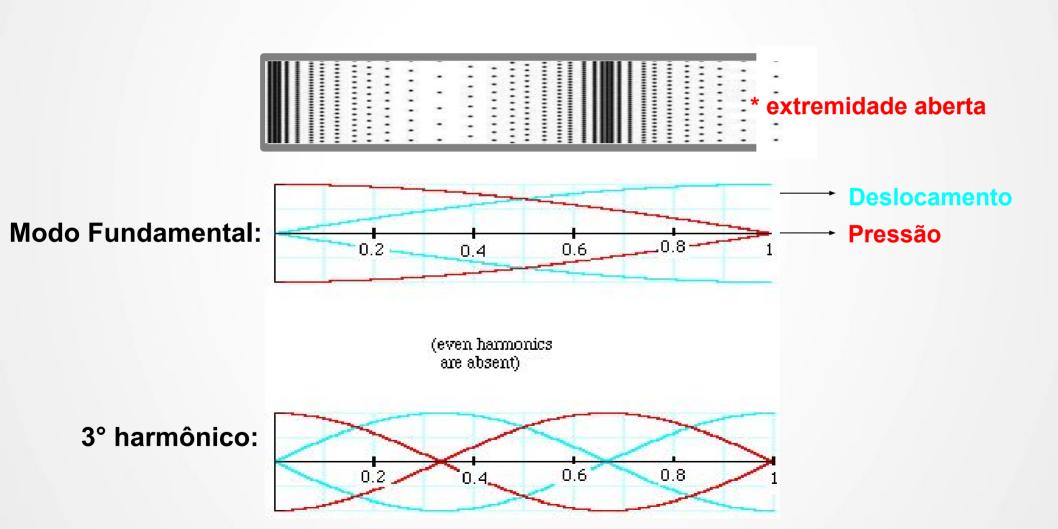


Tubo Aberto-Fechado

Ondas Estacionárias em tubos Aberto-Fechado



Ondas Estacionárias em tubos Aberto-Fechado



Ondas Estacionárias Acústicas tubo aberto-fechado



Exemplo: tubo Aberto-Fechado



* as partículas das extremidades não se movem com relação às paredes.

O nó de pressão coincide com o anti-nó de deslocamento!

Ondas Estacionárias em um tubo Aberto-Fechado

$$Y(x = L, t) = 2Asen(kL)cos(\omega t) = 2A$$

$$sen(kL) = 1$$

$$kL = m\frac{\pi}{2}; \ m = 1, 3, 5, ...$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_m}L = m\frac{\pi}{2}$$

$$\lambda_m = \frac{4L}{m}$$

$$v = \lambda f$$

$$m = 1, 3, 5, ...$$

$$m = 1, 3, 5, ...$$

Teste Conceitual 21.10

Considere as ondas em uma corda de violão vibrando e as ondas sonoras que o referido violão produz no ar circundante. As ondas na corda do violão e as ondas sonoras devem ter o(a) mesmo(a)

- A) Comprimento de onda.
- B) Velocidade.
- C) Frequência.
- D) Amplitude.

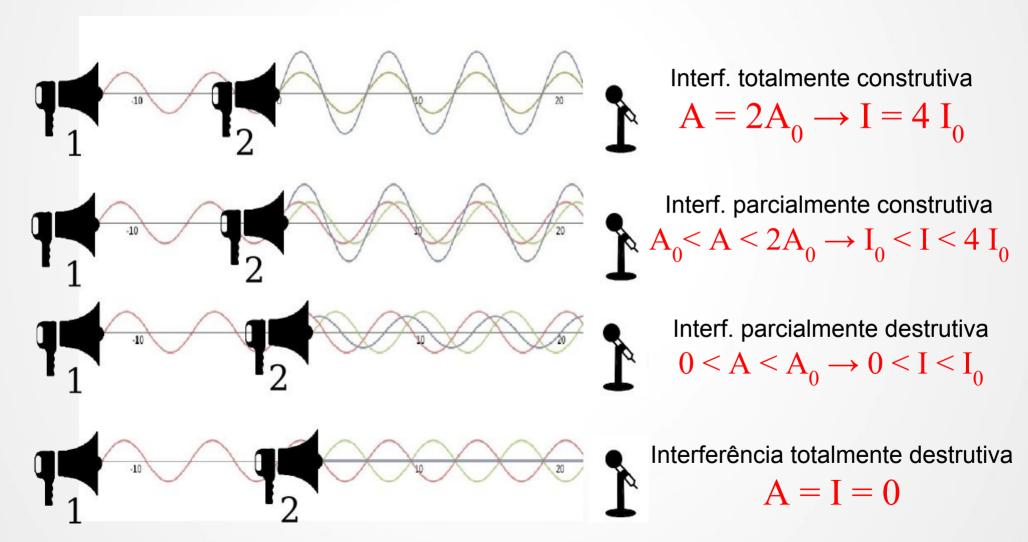
Ondas Estacionárias Acústicas

Teste Conceitual 21.11

Um tubo aberto numa extremidade e fechado na outra extremidade produz um som com frequência fundamental de 350 Hz. Se você agora abrir a extremidade fechada, a frequência fundamental torna-se

- A) 87,5 Hz.
- B) 175 Hz.
- C) 350 Hz.
- D) 700 Hz.

Ex: duas fontes idênticas (emitem ondas progressivas com mesmo sentido e amplitude A_0), separadas por alguma distância



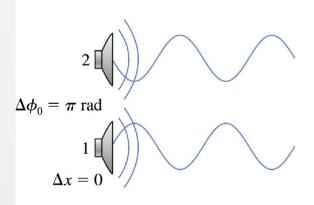
Microfone = Detector pontual

Em geral, o caráter da interferência (construtiva, destrutiva ou algo intermediário) entre duas fontes do mesmo tipo depende de **dois** fatores distintos

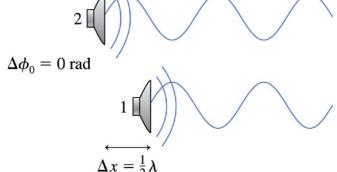
- 1. A distância entre as fontes
- 2. A diferença de fase entre as fontes num dado instante de tempo

Exemplo: uma interferência destrutiva pode ser devido apenas a (1), apenas a (2), ou a uma combinação dos dois fatores

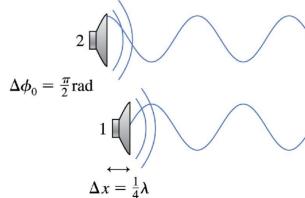
(a) As fontes estão fora de fase.



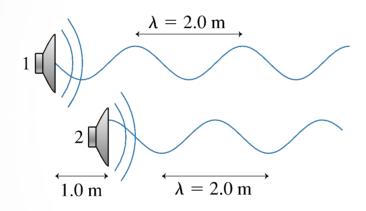
(b) Fontes idênticas estão separadas por meio comprimento de onda.



(c) As fontes estão separadas e parcialmente fora de fase.

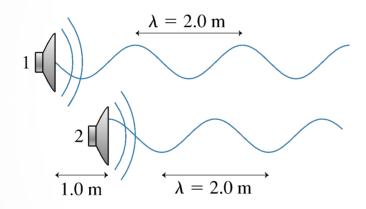


Dois alto-falantes emitem ondas com λ = 2.0m. O alto-falante 2 está 1.0m à frente do outro, e fora de fase com o primeiro da forma indicada na figura. O que se pode fazer para causar interferência construtiva entre as duas fontes?



- A) Mover o AF1 para a frente em 1.0m
- B) Mover o AF1 para a frente em 0.5m
- C) Mover o AF1 para a trás em 0.5m
- D) Mover o AF1 para a trás em 1.0m

Dois alto-falantes emitem ondas com λ = 2.0m. O alto-falante 2 está 1.0m à frente do outro, e fora de fase com o primeiro da forma indicada na figura. O que se pode fazer para causar interferência construtiva entre as duas fontes?



- A) Atrasar a fase do AF1 de π/4
- B) Atrasar a fase do AF1 de $\pi/2$
- C) Avançar a fase do AF1 de $\pi/4$
- D) Avançar a fase do AF1 de π/2

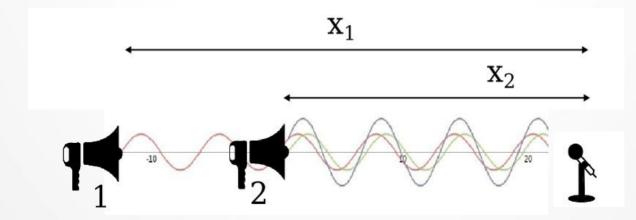
Problema 1

Você está parado em frente a dois alto-falantes que emitem, lado a lado, sons de mesma frequência. Inicialmente, quase não se escuta som algum. Então um dos alto-falantes é lentamente afastado de você. A intensidade sonora aumenta, atingindo um valor máximo quando os dois alto-falantes estão separados por 0,75m. Depois, enquanto o alto-falante continua a se mover, o som começa a diminuir.

Qual será a distância entre os alto-falantes quando a intensidade sonora atingir novamente um valor mínimo?

Análise matemática: Interferência entre duas ondas senoidais de mesmas amplitude e frequência:

$$y_1 = A \sin{(kx_1-\omega t+\phi_{10})}$$
 distância da fonte até o detector fonte em t =0
$$y_2 = A \sin{(kx_2-\omega t+\phi_{20})}$$



obs: aqui, em cada onda tomamos uma origem diferente para a coordenada de posição (o ponto x_i = 0 fica na respectiva fonte)

Interferência entre duas ondas senoidais de mesmas amplitude e frequência:

$$y_1 = A \operatorname{sen} (kx_1 - \omega t + \phi_{10})$$

 $y_2 = A \operatorname{sen} (kx_2 - \omega t + \phi_{20})$

usando:
$$\operatorname{sen}(\alpha) + \operatorname{sen}(\beta) = 2\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

Amplitude

$$Y = y_1 + y_2 = 2A\cos(\frac{\Delta\varphi}{2})\operatorname{sen}(k\bar{x} - \omega t + \bar{\phi})$$

$$\bar{\phi} = \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2}$$
 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) + \phi_{20} - \phi_{10}$

Interferência entre duas ondas senoidais de mesmas amplitude e frequência:

$$Y = y_1 + y_2 = 2A\cos(\frac{\Delta\varphi}{2})\operatorname{sen}(k\bar{x} - \omega t + \bar{\phi})$$

Diferença de fase das duas ondas na posição do detector: $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(x_2-x_1)+\phi_{20}-\phi_{10}$

$$\frac{\Delta \varphi}{2} = m\pi$$
 Interferência tot. construtiva
$$\frac{\Delta \varphi}{2} = (m+\frac{1}{2})\pi$$
 Interferência tot. destrutiva

Aplicação: Revestimentos óticos com película delgada...

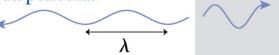
Ar

1. A onda incidente se aproxima da primeira superfície.

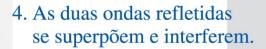
Película delgada Índice *n*

Vidro

2. Parte da onda é refletida de volta e sua fase varia em π rad, enquanto a outra parte segue em frente dentro da película.



3. Parte da onda transmitida é refletida na segunda superfície, enquanto a outra parte segue em frente dentro do vidro.





<u>d</u>



Condição p/ interferência destrutiva:

$$\lambda = \frac{2nd}{m - 1/2}$$

Problema 2



Uma lâmina de vidro é revestida por uma fina camada de óleo de 500nm de espessura e n= 1,42.

- (a) Para que valores de comprimento da luz **visível** as ondas refletidas interferem construtivamente?
- (b) Para que valores de comprimento da luz **visível** as ondas refletidas interferem destrutivamente?

Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes

$$y_1 = A \operatorname{sen} (k_1 x - \omega_1 t + \phi_{10})$$

$$y_2 = A \operatorname{sen} (k_2 x - \omega_2 t + \phi_{20})$$



Supondo (para simplificação dos cálculos):

- 1. Ponto de observação na origem $\rightarrow x = 0$
- 2. ondas com mesmas amplitudes A
- 3. As duas fontes em fase
- 4. A fase das fontes são $\varphi_{10} = \varphi_{20} = \pi$

Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes

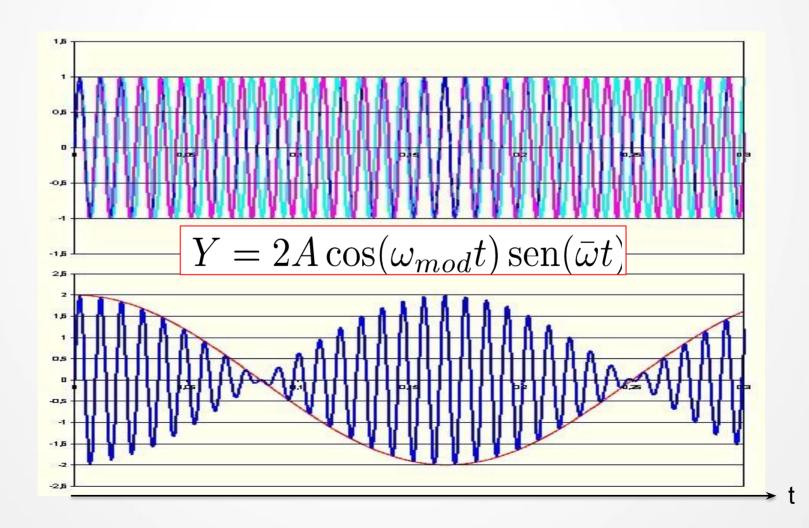
$$y_1 = A \operatorname{sen} (k_1 x - \omega_1 t + \phi_{10})$$

 $y_2 = A \operatorname{sen} (k_2 x - \omega_2 t + \phi_{20})$

$$Y = y_1 + y_2 = 2A\cos(\omega_{mod}t)\sin(\bar{\omega}t)$$

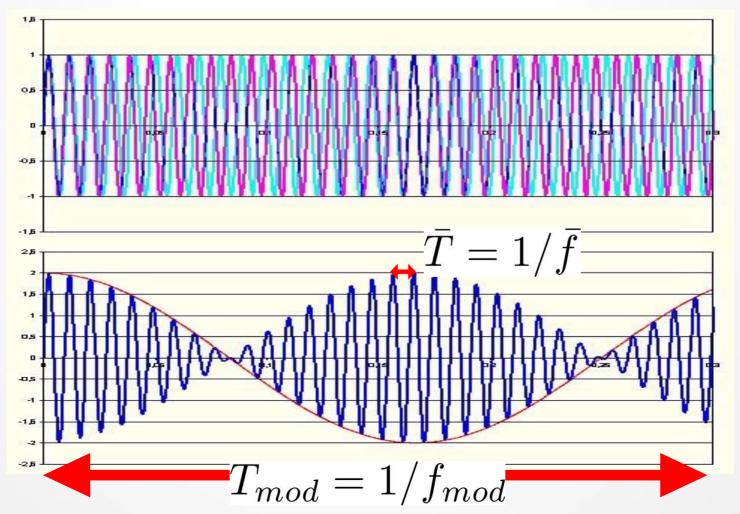
$$\omega_{mod}=rac{\omega_1-\omega_2}{2}$$
 Frequência de Modulação (baixa) $ar{\omega}=rac{\omega_1+\omega_2}{2}$ Frequência média (alta)

Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes



Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes

$$Y = 2A\cos(\omega_{mod}t)\sin(\bar{\omega}t)$$

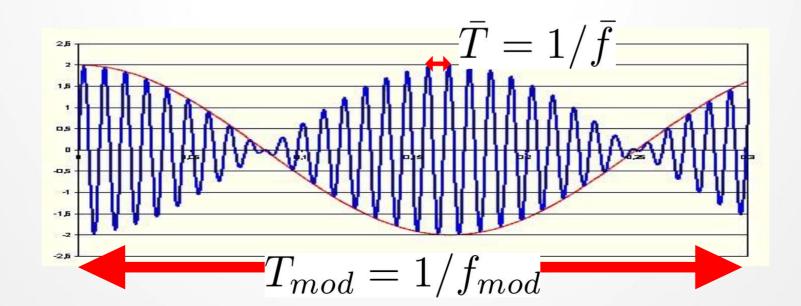


Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes

$$Y = 2A\cos(\omega_{mod}t)\sin(\bar{\omega}t)$$

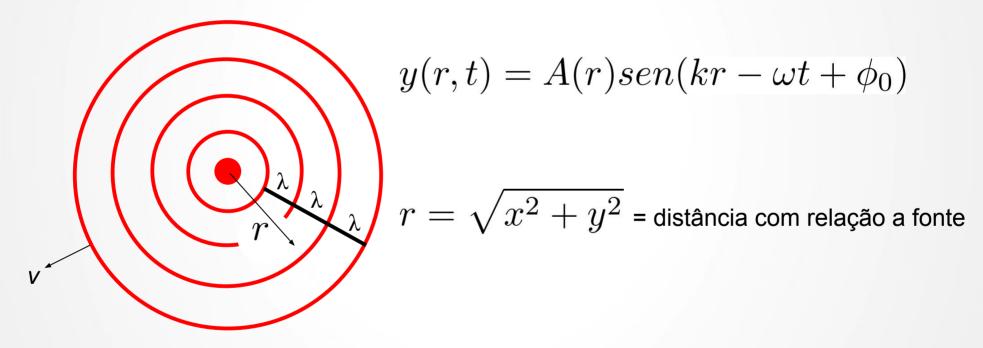
Máximos de amplitude ocorrem a cada <u>meio período</u> de modulação $(T_{bat} = T_{mod} / 2)!$

$$f_{bat} = 2f_{mod} = f_2 - f_1$$



Ondas 2D-3D

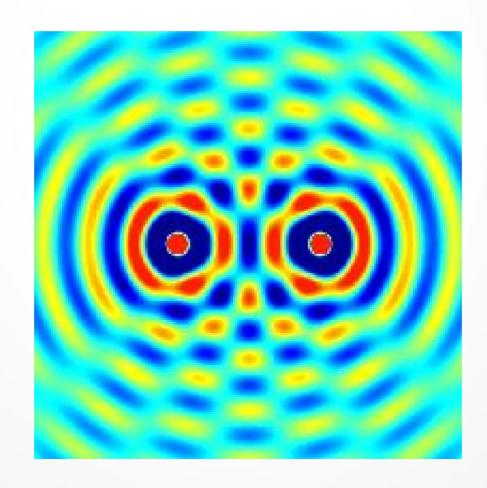
Recordando: Ondas 2D produzidas por uma fonte pontual



As Frentes de Onda são as cristas da onda. Elas são separadas por um comprimento de onda e se afastam da fonte com velocidade *v*.

Ondas em 2D-3D

O que ocorre quando duas ondas circulares ou esféricas se superpõem???



Interferência entre ondas: caso 2D

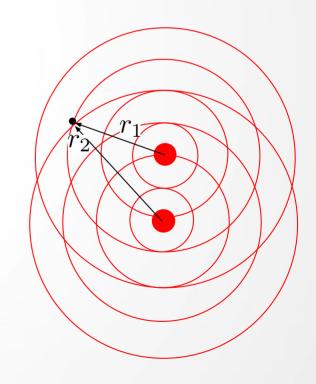
$$Y(r,t) = y_1 + y_2$$

$$= A \operatorname{sen} (kr_1 - \omega t + \phi_{10}) + A \operatorname{sen} (kr_2 - \omega t + \phi_{20})$$

$$= 2A\cos(\frac{\Delta\varphi}{2})\operatorname{sen}(k\bar{r} - \omega t + \bar{\phi})$$

Amplitude

onde:
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + \phi_{20} - \phi_{10}$$
 $\bar{\phi} = \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2}$ $\bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2}$



Interferência entre ondas: caso 2D

Localizando os pontos de interferência construtiva/destrutiva

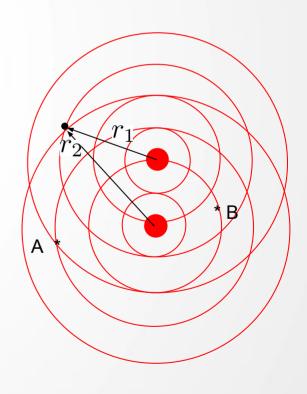
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) + \phi_{20} - \phi_{10}$$

$$\frac{\Delta \varphi}{2} = m\pi$$
 Interferência tot. construtiva

$$\frac{\Delta \varphi}{2} = (m + \frac{1}{2})\pi \qquad \qquad \text{Interferencia tot.}$$
 destrutiva

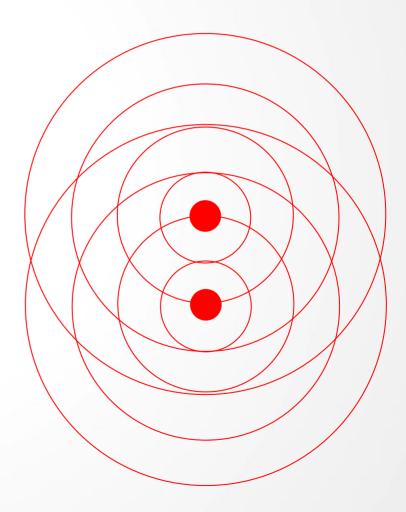
Obs: p/ Fontes em Fase: $\phi_{20}-\phi_{10}=0$

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} (\Delta r)$$



Assumindo fontes em fase, qual a forma geométrica do conjunto de pontos nos quais $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi$ num dado instante do tempo?

- A) pontos discretos ao longo de uma linha reta
- B) pontos discretos ao longo de uma linha curva
- C) uma linha reta contínua
- D) uma linha curva contínua



Interferência entre ondas: caso 2D

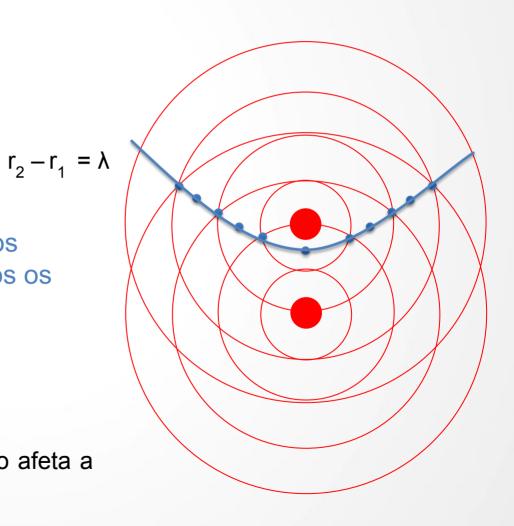
Assumindo fontes em fase, qual a forma geométrica do conjunto de pontos nos quais $\phi_2 - \phi_1 = 2\pi$ num dado instante do tempo?

- A) pontos discretos ao longo de uma linha reta
- B) pontos discretos ao longo de uma linha curva
- C) uma linha reta contínua
- D) uma linha curva contínua

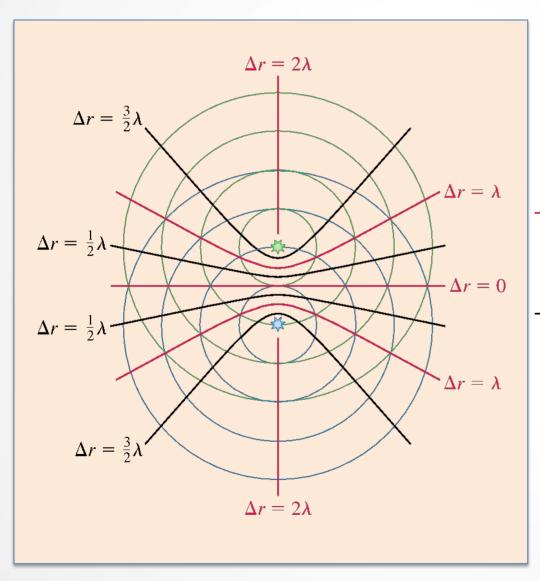
"linha antinodal", formada por pontos tipo 'crista-crista', 'vale-vale', e todos os demais nos quais $r_2 - r_1 = m\lambda$

Em todos esses pontos ocorre interferência construtiva!

Note que a propagação das ondas não afeta a localização desses pontos!

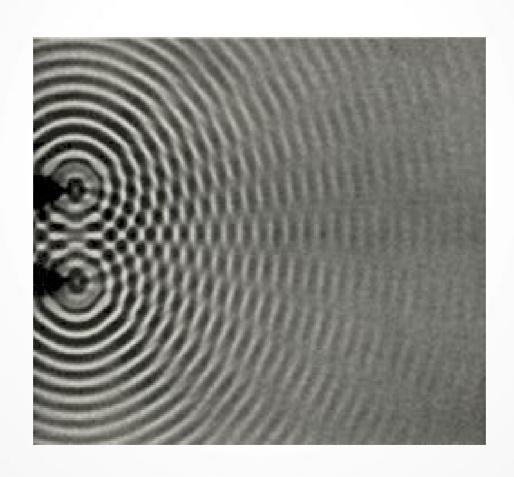


Interferência entre ondas: caso 2D

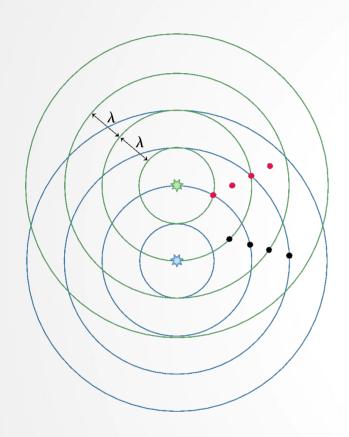


- linhas antinodais (interf. construtiva)
- linhas nodais(interf. destrutiva)

Ondas em 2D-3D



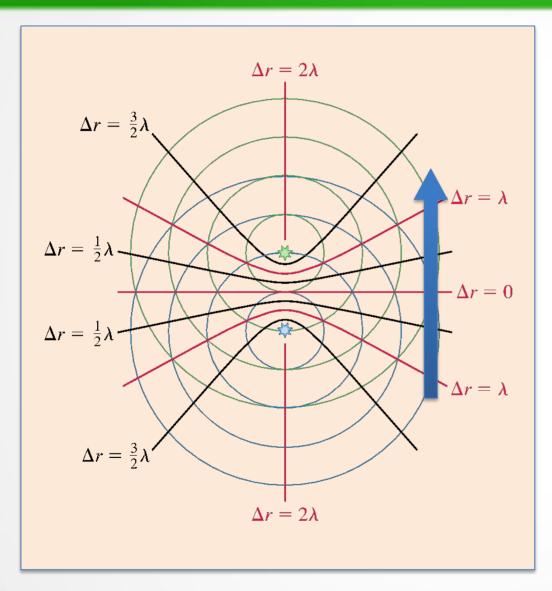
Interferência entre ondas: caso 2D



- Interf. construtiva (crista c/ crista ou vale c/ vale)
- Interf. destrutiva (crista c/ vale ou vale c/ crista)

A propagação das ondas não afeta a localização dos pontos de interferência destrutiva e construtiva!

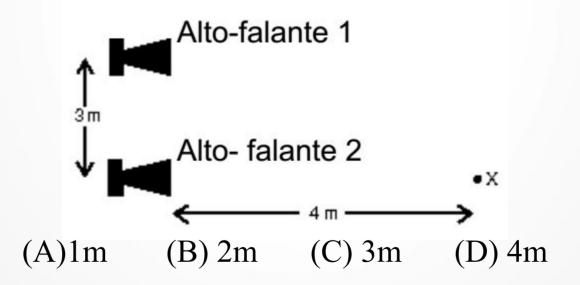
Fig. 21.6



Assumindo que se tratam de ondas sonoras, o que uma pessoa que caminha com velocidade cte. ao longo da reta indicada irá perceber?

- A) Um som de frequência constante mas com uma variação periódica no volume
- B) Um som de volume constante mas com uma variação periódica na frequência
- C) Um som de volume e frequência constantes
- D) Um som de volume e frequência variando periodicamente

Dois pequenos alto-falantes idênticos são conectados (em fase) na mesma fonte. Os alto-falantes estão 3,0m separados um do outro. Um observador está posicionado em x, a 4,0m em frente a um dos alto-falantes (ver figura). Para qual valor do comprimento de onda o som ouvido pelo observador será **menos** intenso? obs: *Assuma que a amplitude do som proveniente de cada fonte pode ser considerada constante na região analisada*,



Dois pequenos alto-falantes idênticos são conectados (em fase) na mesma fonte. Os alto-falantes estão 3,0m separados um do outro. Um observador está posicionado em x, a 4,0m em frente a um dos alto-falantes (ver figura). Para qual valor do comprimento de onda o som ouvido pelo observador será **mais** intenso? obs: *Assuma que a amplitude do som proveniente de cada fonte pode ser considerada constante na região analisada*,

