Física 3

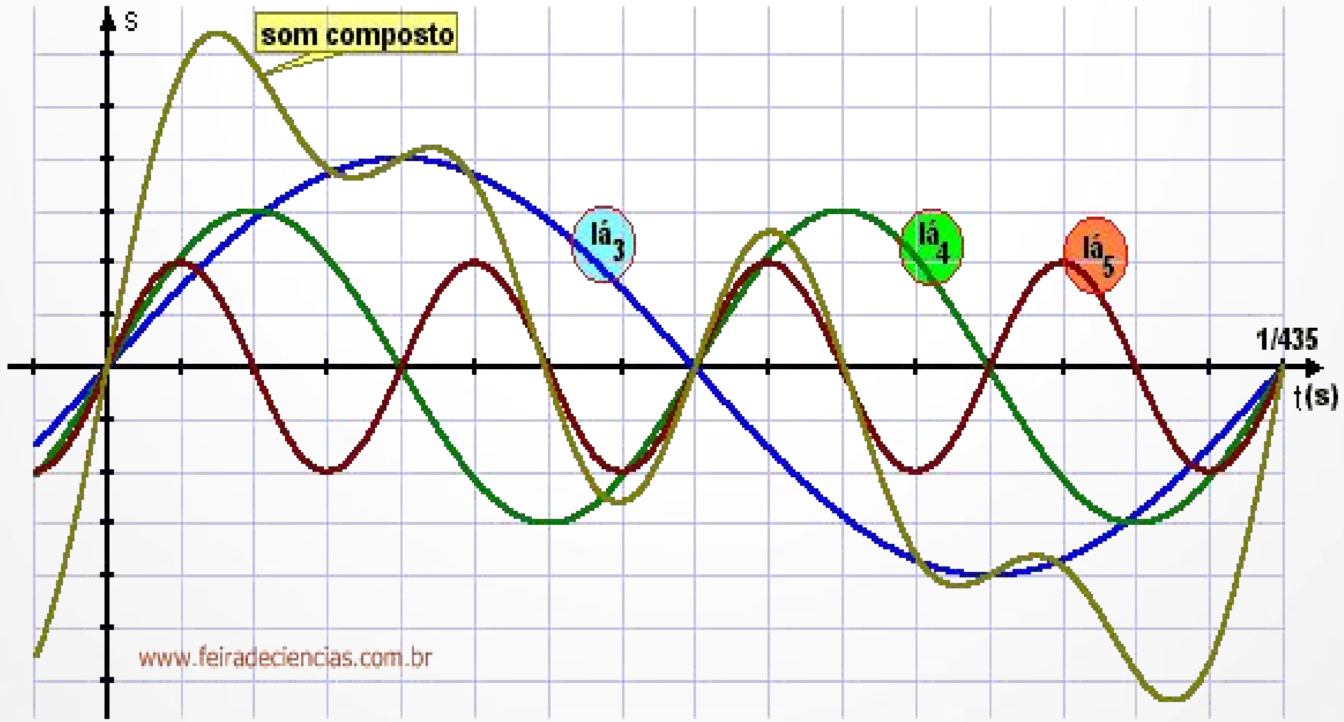
Cap 21 – Superposição

Interferência entre ondas

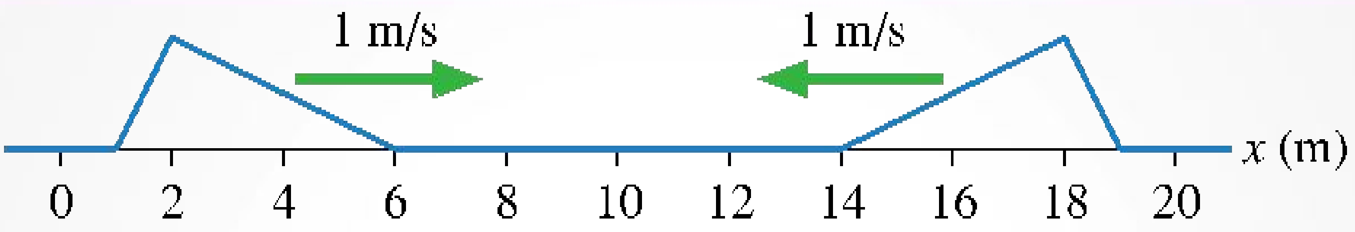
Duas ou mais ondas se combinam formando uma única onda resultante cujo deslocamento é dado pelo **princípio da superposição**:

$$D_{res} = D_1 + D_2 + \ldots = \Sigma_i D_i$$

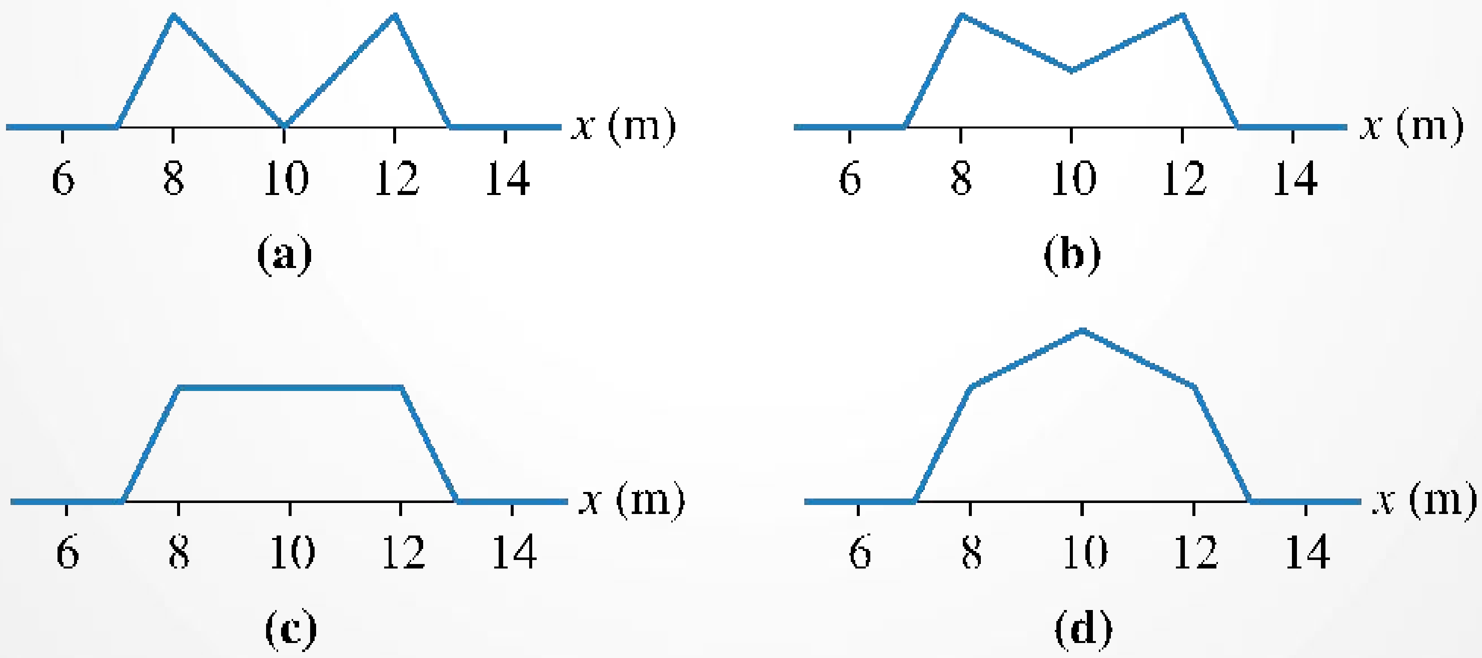
Exemplo: som musical composto



Teste Conceitual 21.1

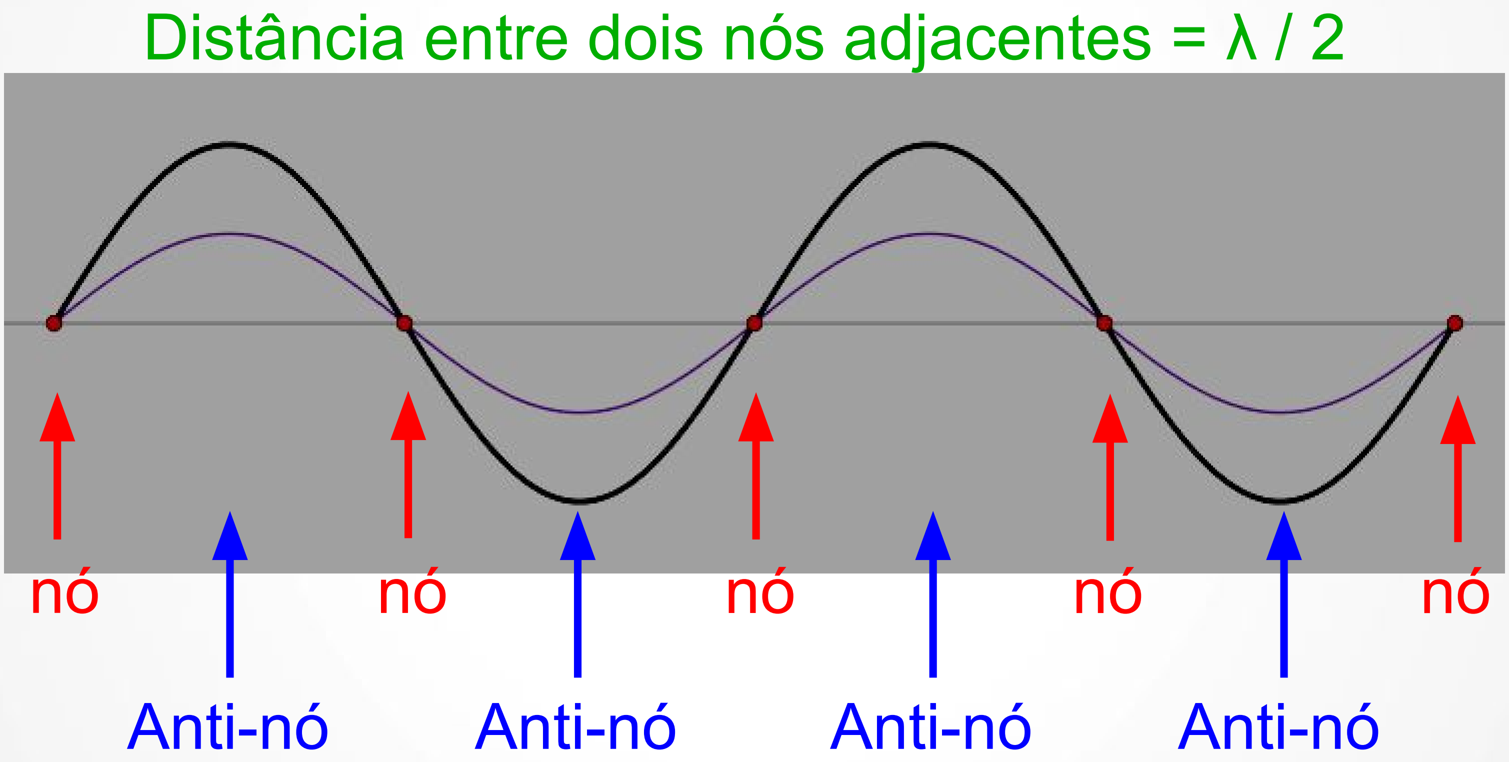


Em t = 0, os dois pulsos acima em uma corda se aproximam com velocidades de 1 m/s. Qual será o formato da corda no instante t = 6s?



Ondas estacionárias

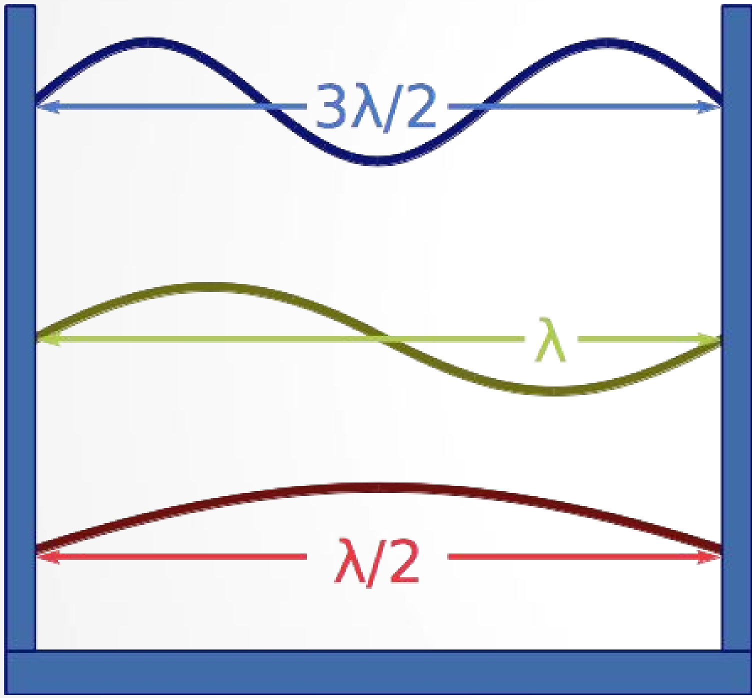
Onda resultante da superposição de duas ondas contra-propagantes.



$$y(x,t) = \underbrace{\boxed{2Y_m sen(kx)}}_{\text{Amplitude}} cos(\omega t)$$

Ondas estacionárias

Exemplo: corda amarrada pelas extremidades



m=3 → 3º Harmônico

m=2 → 2º Harmônico

m=1 → 1º Harmônico
(ou modo fundamental)

$$f_m = \frac{v}{\lambda_m} = m\frac{v}{2L}$$

m=1,2,3, ...

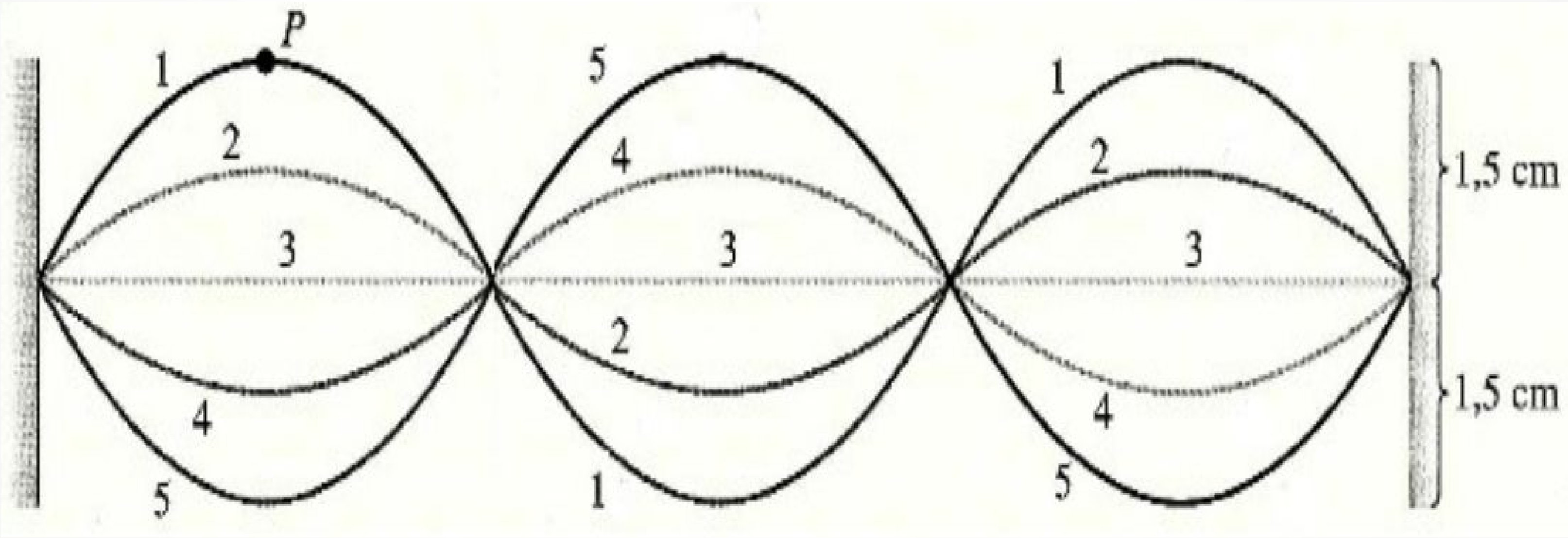
Qto > a ordem, > a frequência!

Teste Conceitual 21.2

Uma corda de 60cm de comprimento vibra sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na fig. A taxa do estroboscópio é fixada em 5000 flashes por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos flashes 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles.

P: O comprimento de onda das ondas progressivas nessa corda vale

A) 1,5cm   B) 40cm   C) 20cm   D) 60cm

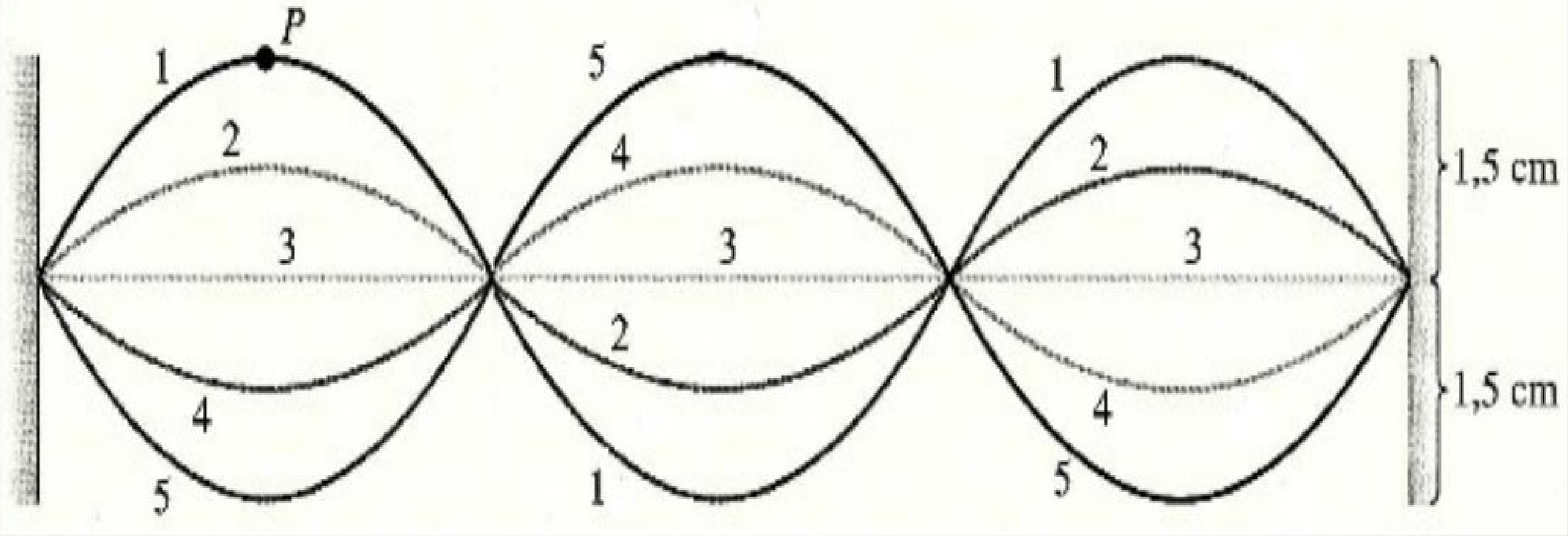


Teste Conceitual 21.3

Uma corda de 60cm de comprimento vibra sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na fig. A taxa do estroboscópio é fixada em 5000 flashes por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos flashes 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles.

P: O período das ondas progressivas nessa corda vale

A) 0,12s B) 0,096s C) 1,20s D) 0,96s

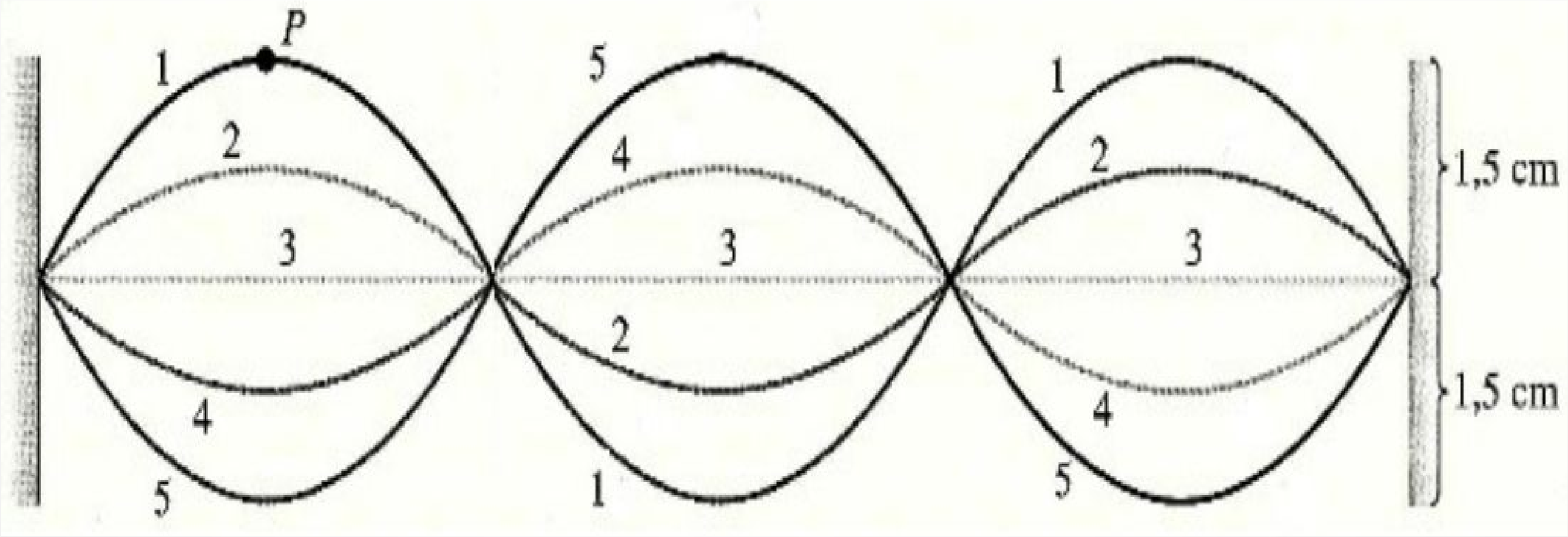


Teste Conceitual 21.4

Uma corda de 60cm de comprimento vibra sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na fig. A taxa do estroboscópio é fixada em 5000 flashes por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos flashes 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles.

P: A velocidade das ondas progressivas nessa corda vale

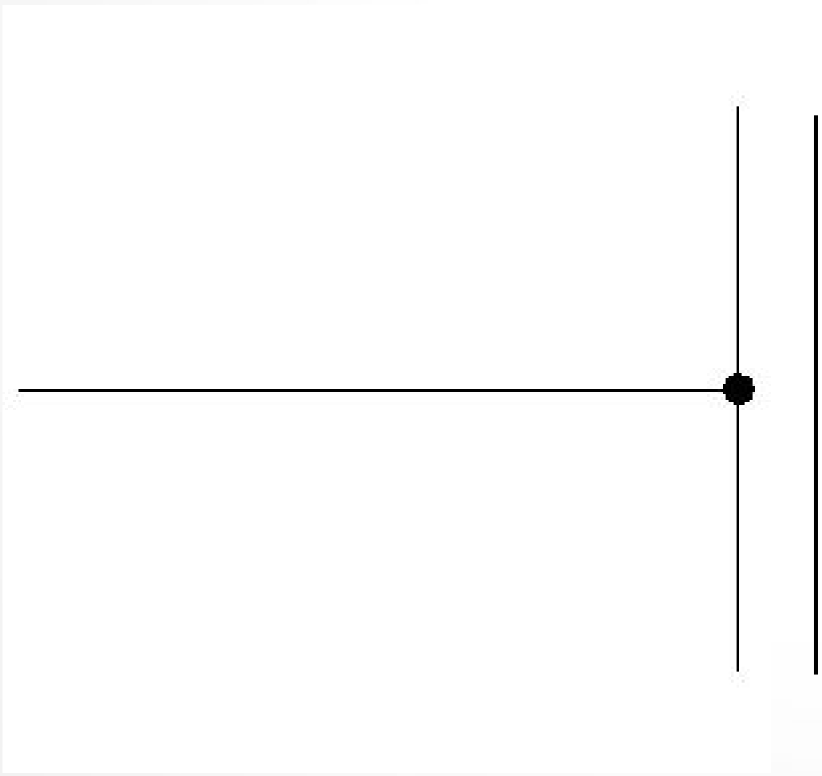
A) 700cm/s B) 235cm/s C) 417cm/s D) 333cm/s



Reflexão e Transmissão de ondas

O que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra um obstáculo **rígido** ?

ex: corda fixa em uma parede



P: Por que volta invertido?:

R: Ação e reação! (3ª Lei de Newton): se a corda puxa a parede para cima, esta puxará a corda para baixo

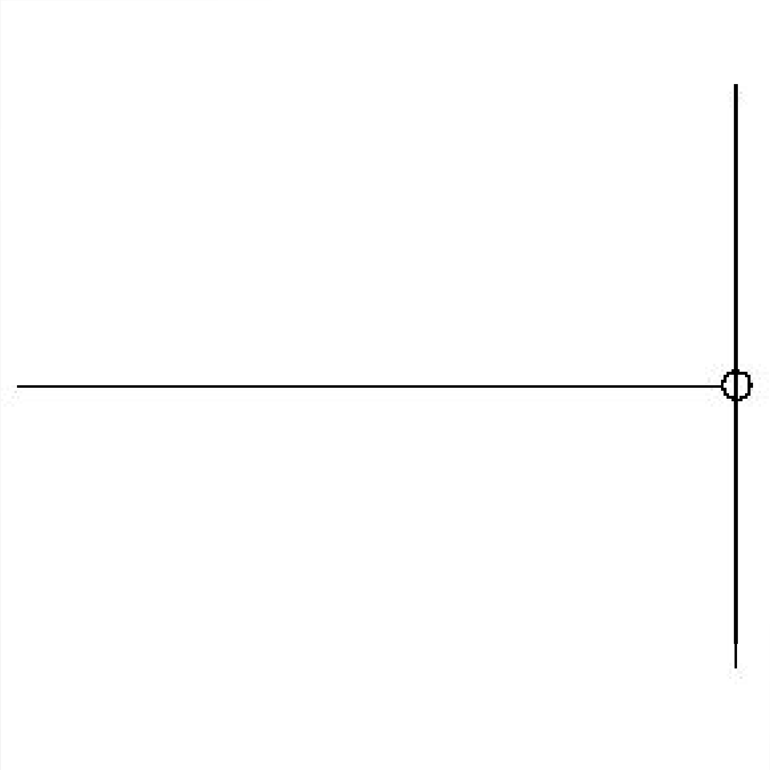
Outro jeito de ver:

Assim como numa onda estacionária, o nó na parede pode ser visto como devido à interferência de dois pulsos contrapropagantes: o pulso real vindo de $x = -\infty$ e um pulso 'fictício', invertido, vindo de $x = +\infty$

Reflexão e Transmissão de ondas

O que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra um obstáculo **flexível** ?

ex: corda presa a um poste por um aro livre para se mover na vertical



Nesse caso volta sem inverter...

Reflexão e Transmissão de ondas

Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

Teste Conceitual 21.5

ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \qquad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \qquad \mu_1 < \mu_2$$

Nesse caso a onda é **parcialmente** transmitida e parcialmente refletida, sendo que

A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos
C) O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
D) O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não

Reflexão e Transmissão de ondas

Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

Teste Conceitual 21.6

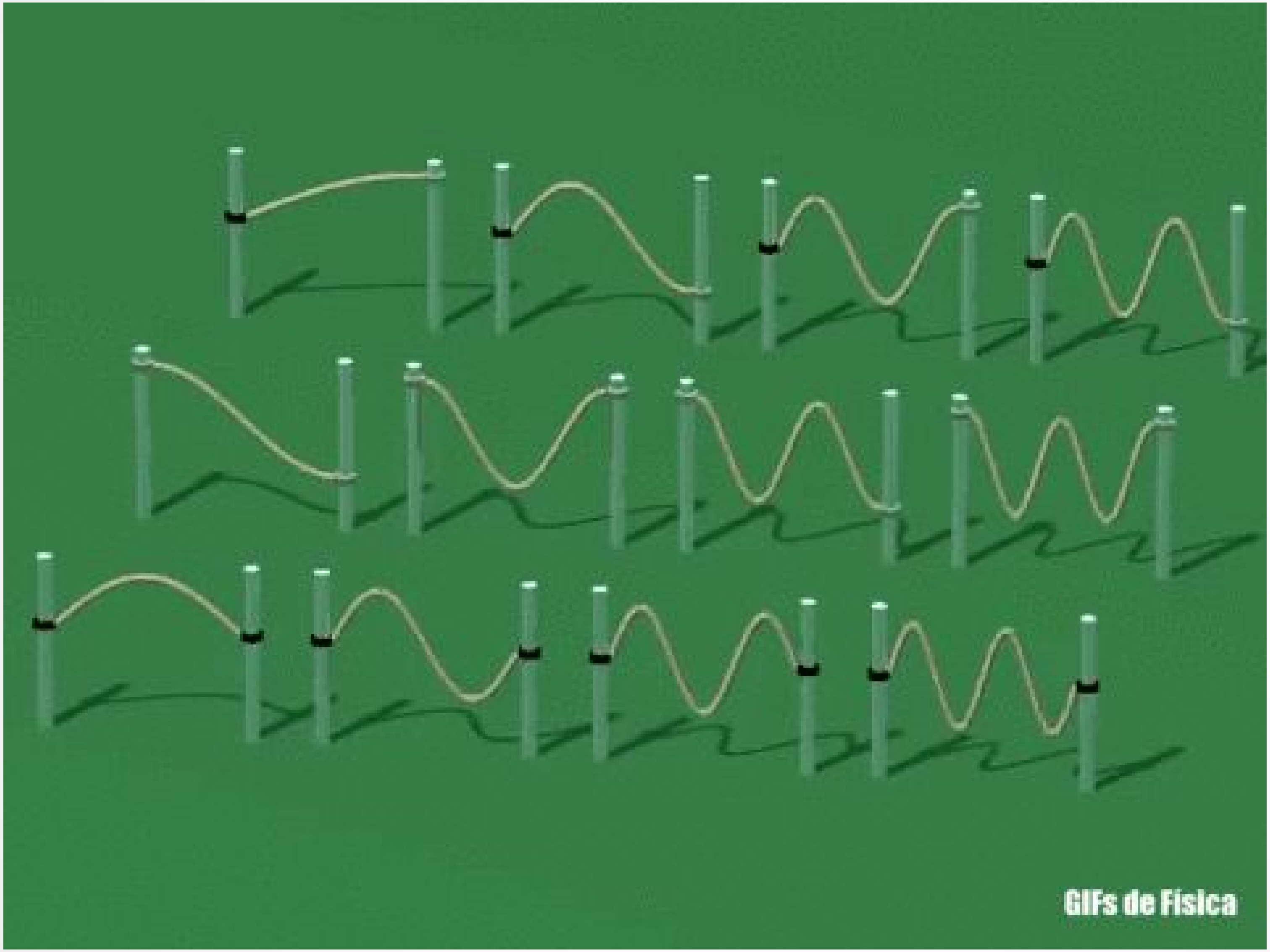
ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \qquad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \qquad \mu_1 > \mu_2$$

Nesse caso a onda é **parcialmente** transmitida e parcialmente refletida, sendo que

A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos
C) O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
D) O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não

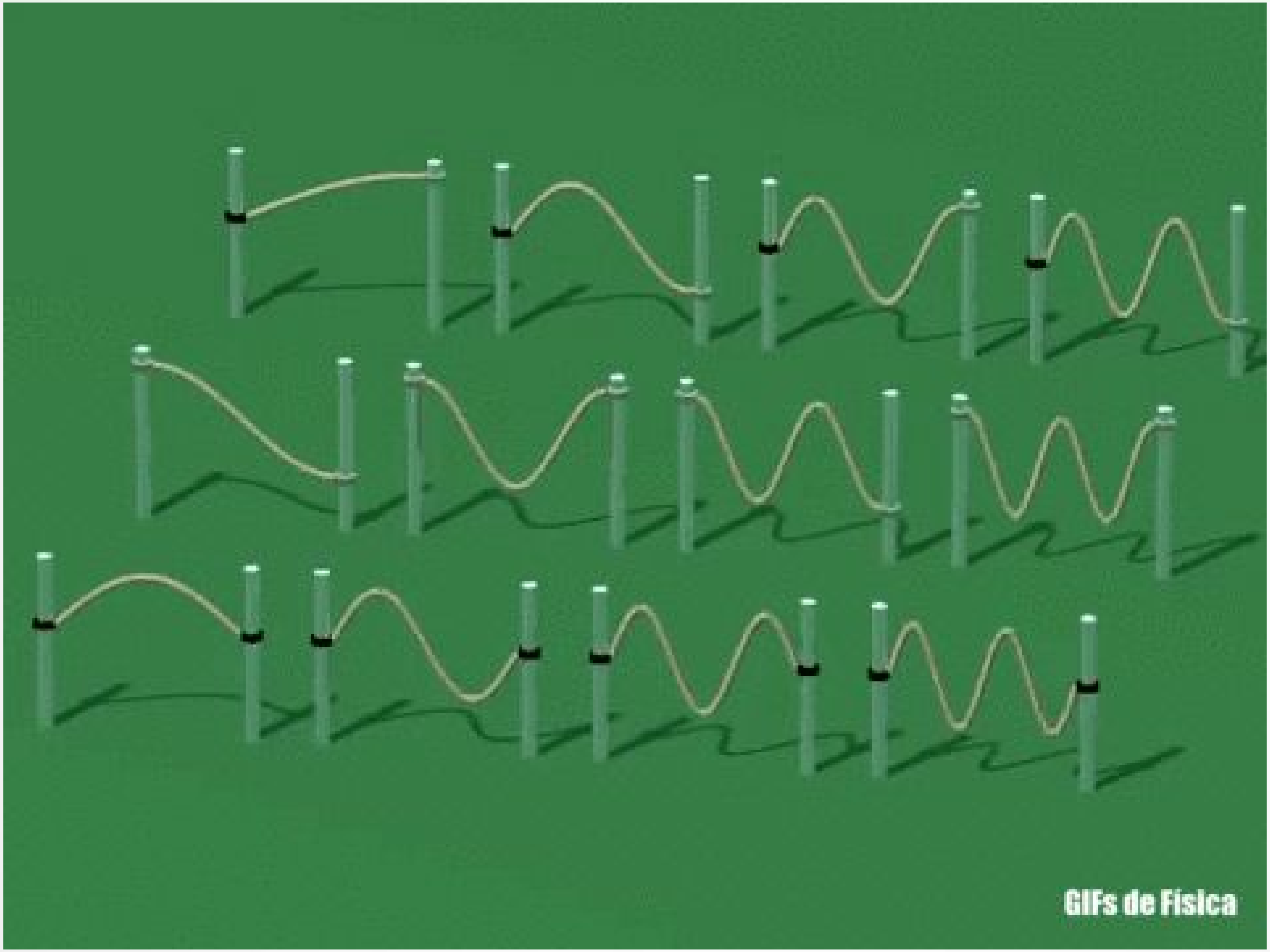
Teste Conceitual 21.7



2. Duas pontas livres
Qual a condição p/ λ?
A) $\lambda_m = 2L/m$
B) $\lambda_m = 4L/m$
C) $\lambda_m = 2L/(2m-1)$
D) $\lambda_m = 4L/(2m-1)$

1. Duas pontas presas
$\lambda_m = 2L/m$

Teste Conceitual 21.8



3. Uma ponta livre e uma presa. Qual a condição p/ λ?

A) $\lambda_m = 2L/m$

B) $\lambda_m = 4L/m$

C) $\lambda_m = 2L/(2m-1)$

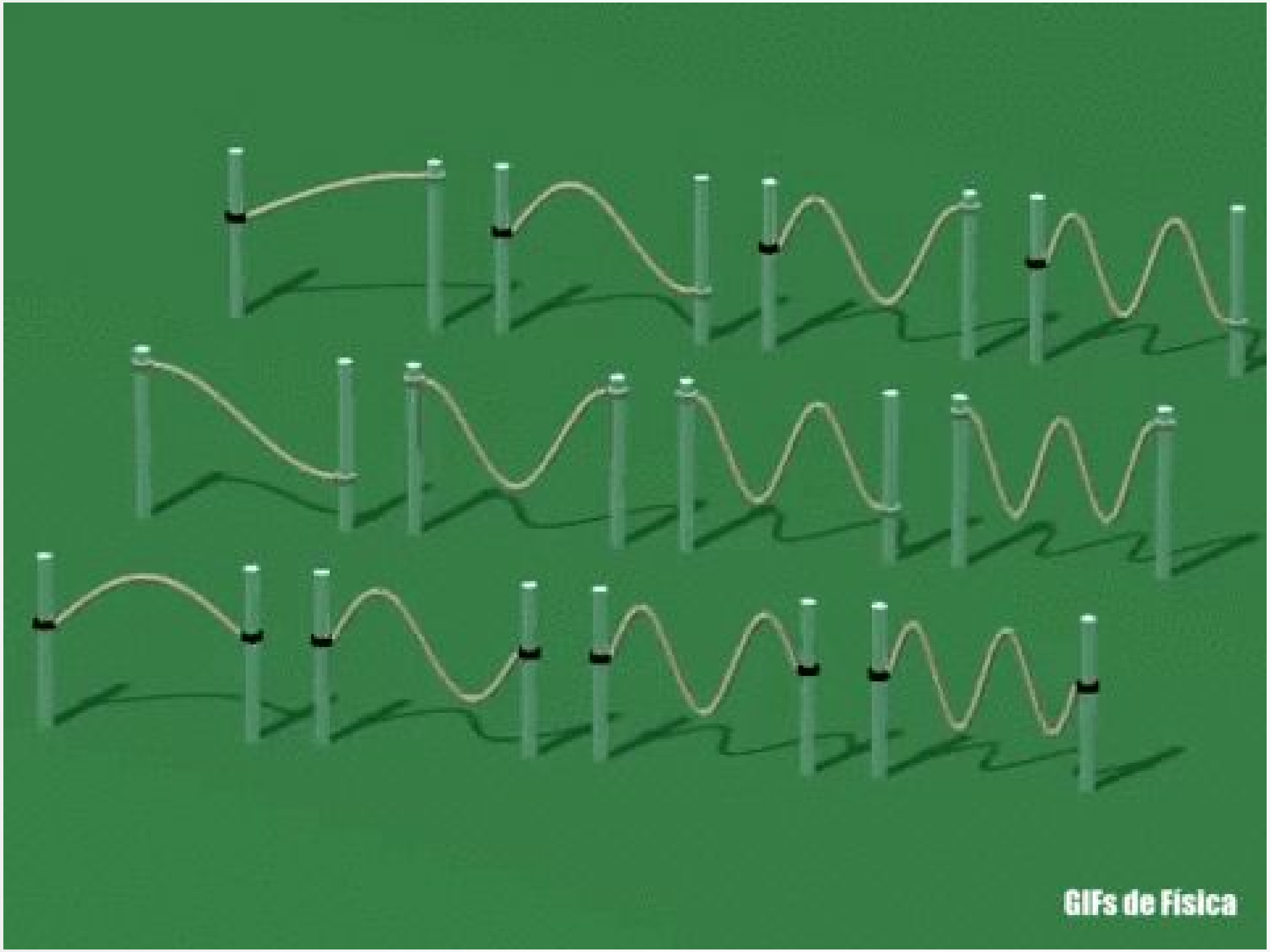
D) $\lambda_m = 4L/(2m-1)$

2. Duas pontas livres

$\lambda_m = 2L/m$

1. Duas pontas presas

$\lambda_m = 2L/m$



3. Uma ponta livre e uma presa.

$\lambda_m = 4L/(2m-1)$

2. Duas pontas livres

$\lambda_m = 2L/m$

1. Duas pontas presas

$\lambda_m = 2L/m$

Ondas Estacionárias Acústicas

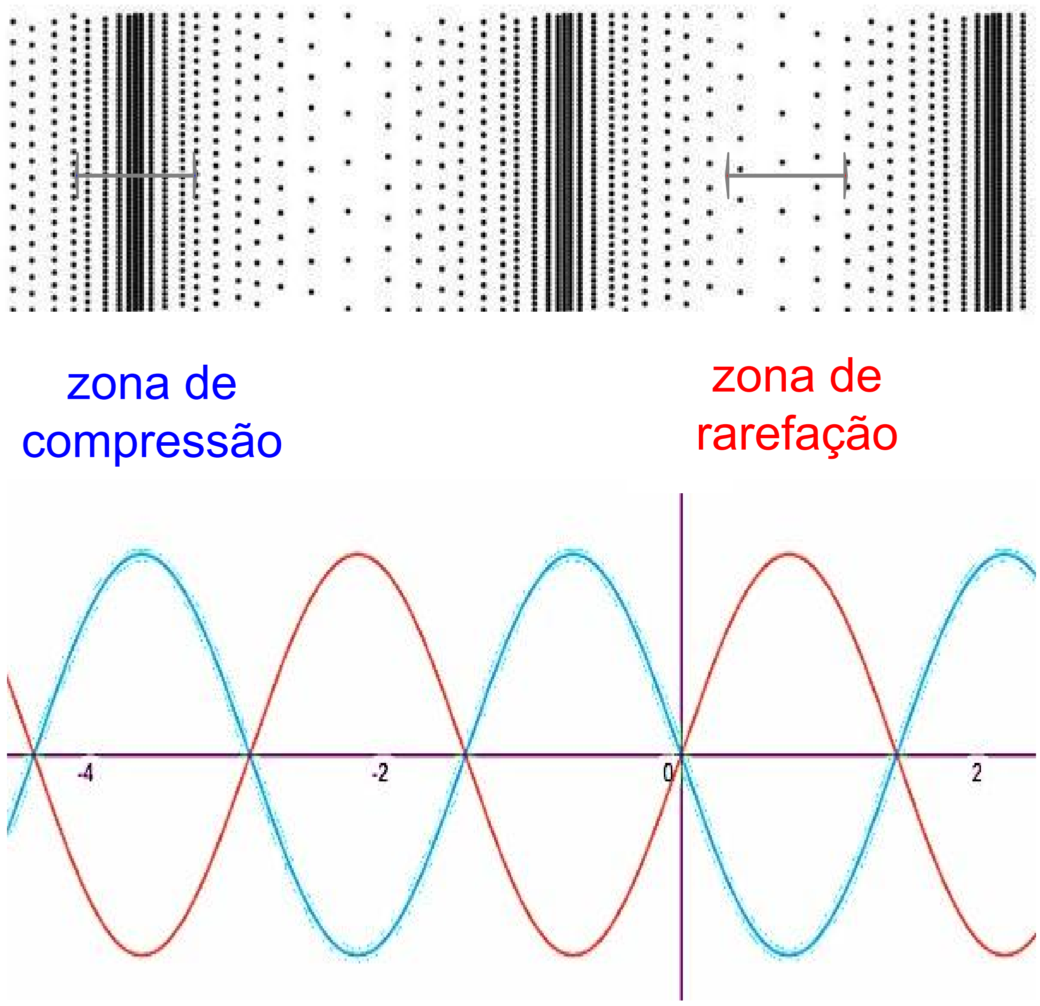
Ondas Estacionárias Acústicas

Em uma coluna de ar longa e estreita, como um cano/tubo, é possível formar uma onda estacionária longitudinal, análoga à onda estacionária transversal estudada nas últimas aulas.

Lembrando: ondas sonoras são ondas **longitudinais.**

Ondas Estacionárias Acústicas

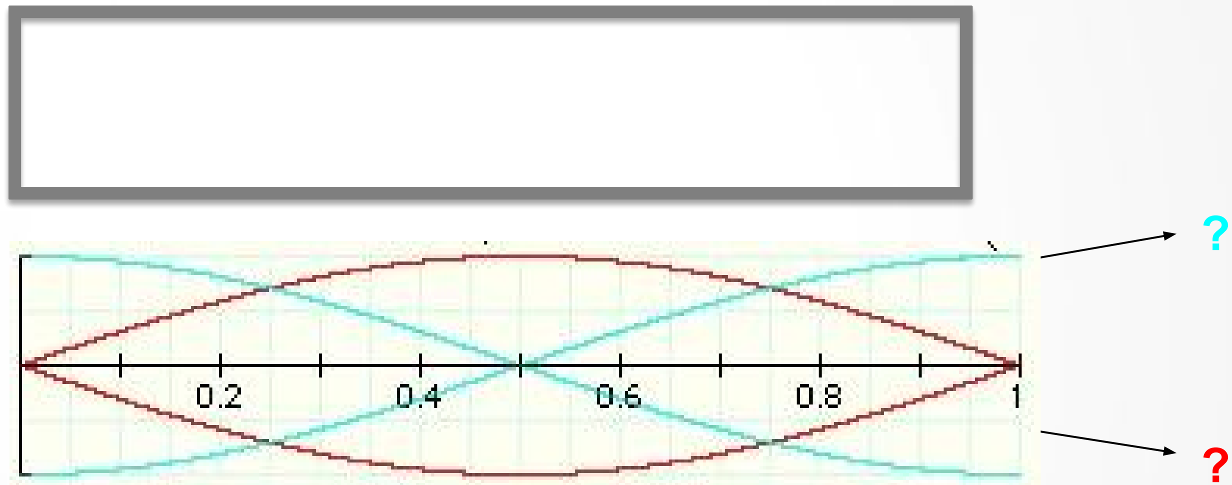
Representação Gráfica:



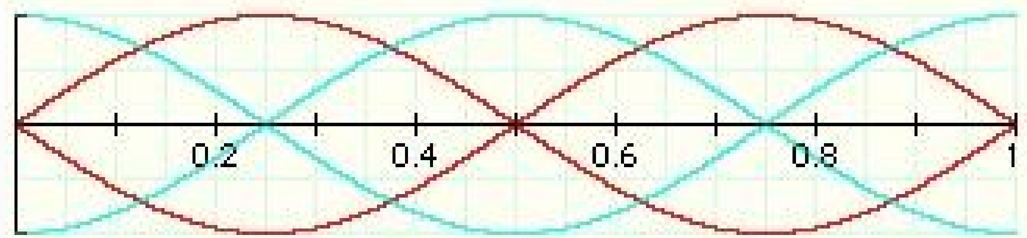
Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Fechado-fechado**

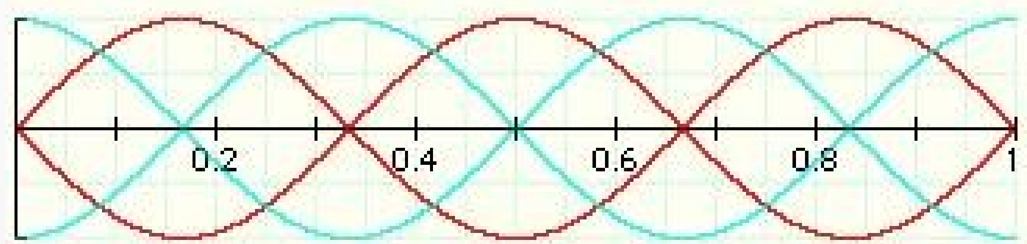
Modo Fundamental:



2° harmônico:

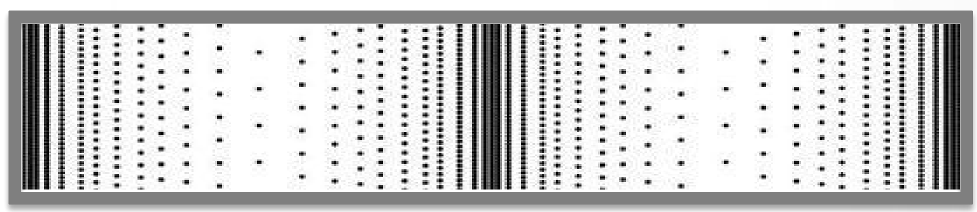


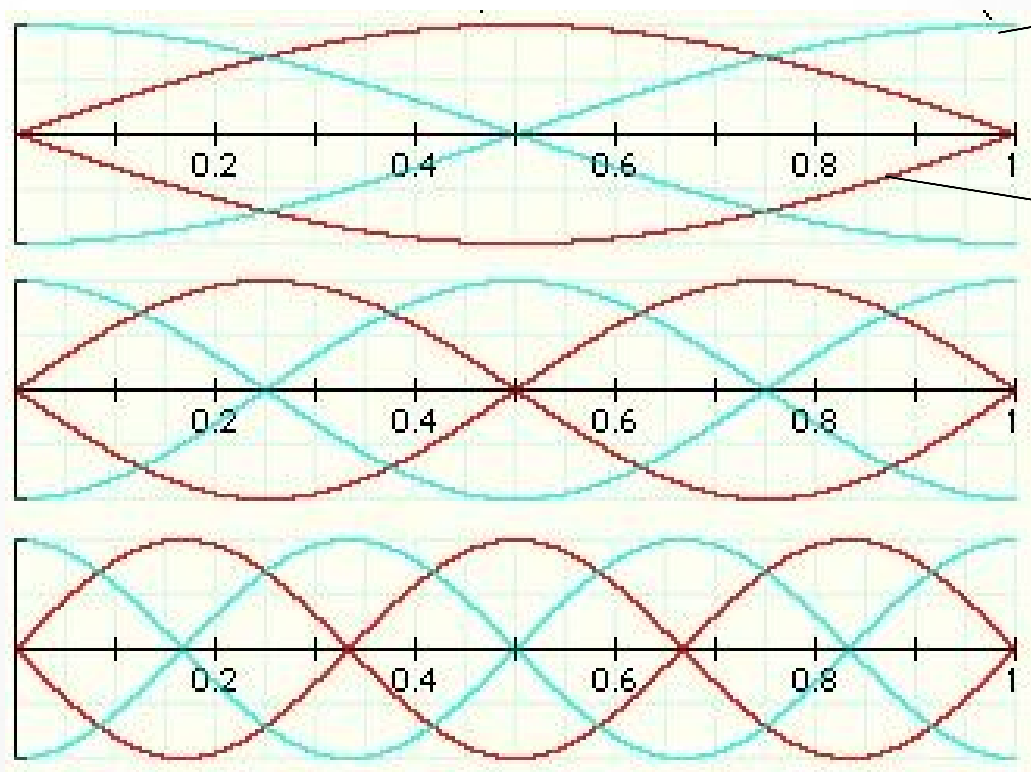
3° harmônico:



Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Fechado-fechado**





Modo Fundamental:

2° harmônico:

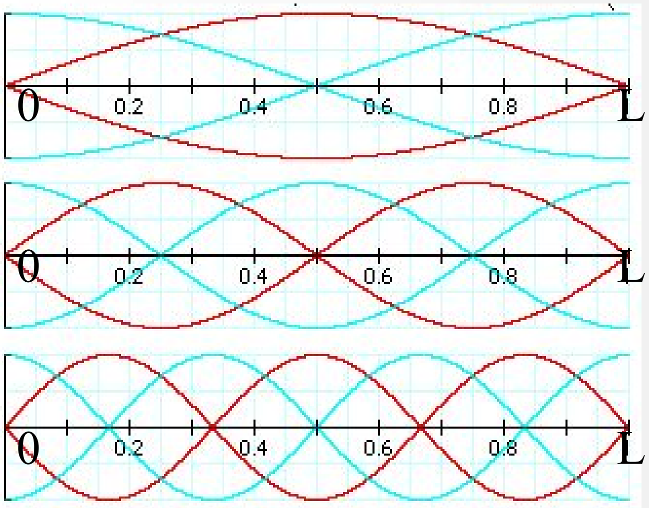
3° harmônico:

Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Fechado-fechado**

Caso análogo ao dos modos em cordas com extremidades fixas. Aplicando as condições de contorno,

$$Y(x = L, t) = 2Asen(kL)cos(\omega t) = 0$$



$$2Asen(kL) = 0$$

$$kL = m\pi; \quad m = 1, 2, 3, ...$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_m} L = m\pi$$

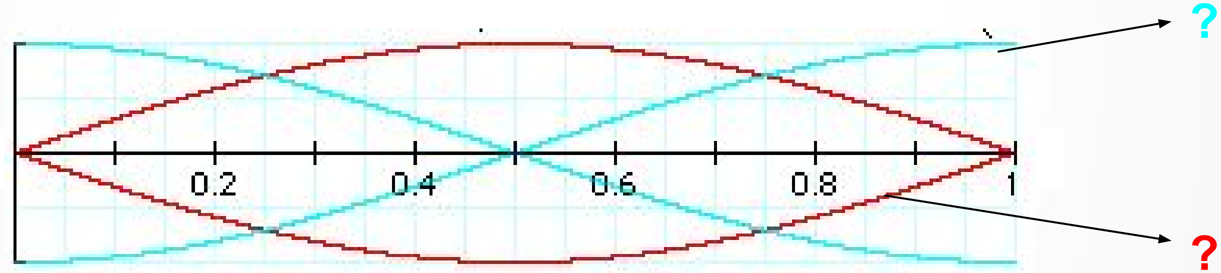
$$\lambda_m = \frac{2L}{m} \xrightarrow{v=\lambda f} f_m = \frac{v}{2L} m; \; m = 1, 2, 3, ...$$

Tubo Aberto-Aberto

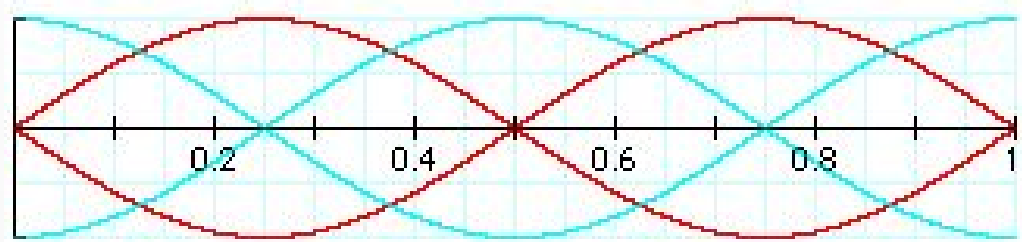
Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Aberto-Aberto**

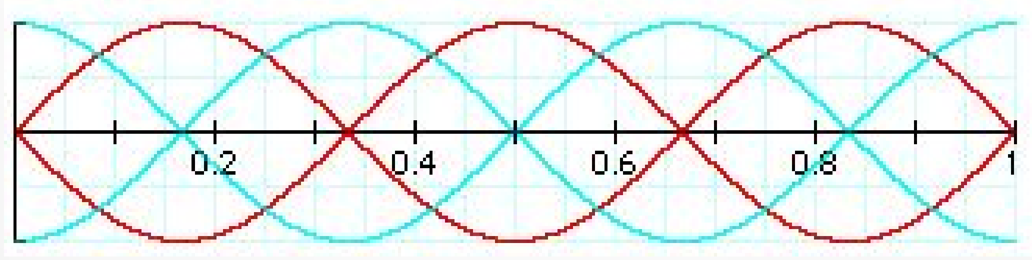
Modo Fundamental:



2° harmônico:

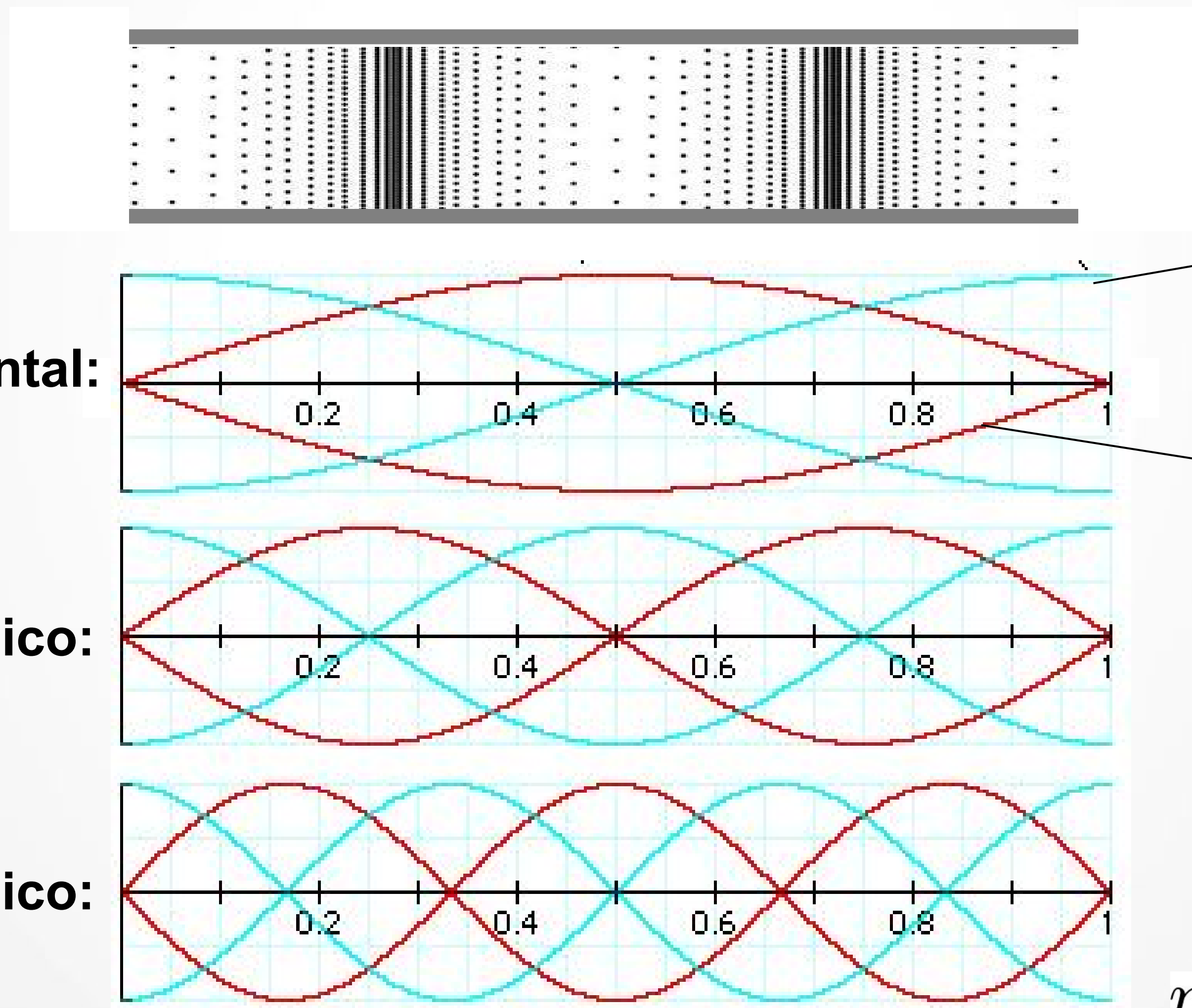


3° harmônico:



Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Aberto-Aberto**



Modo Fundamental:

2° harmônico:

3° harmônico:

Deslocamento

Pressão

$$f_m = \frac{v}{2L} m$$

$$m = 1, 2, 3, \ldots$$

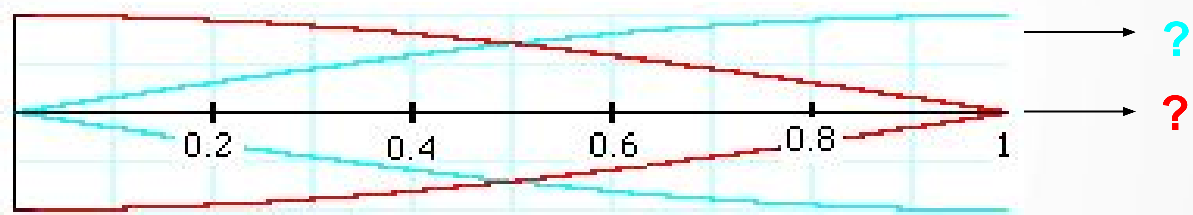
Tubo Aberto-Fechado

Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Aberto-Fechado**

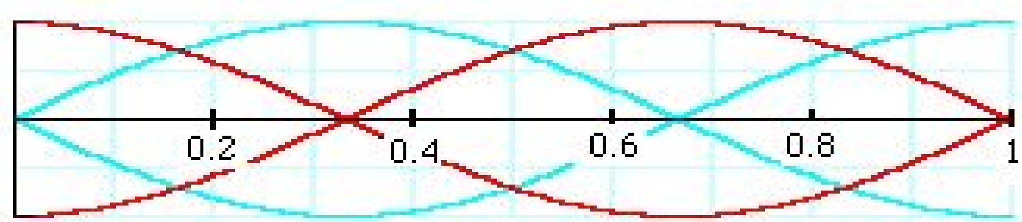
*** extremidade aberta**

Modo Fundamental:



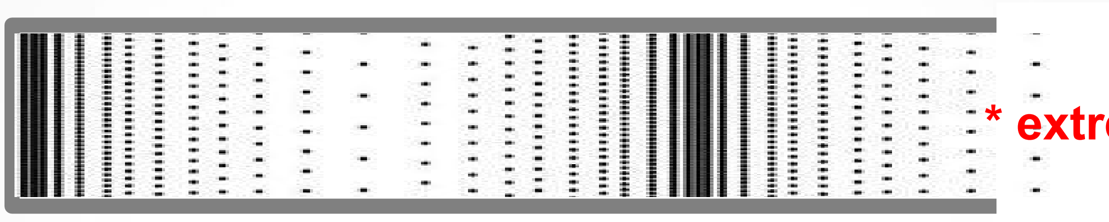
(even harmonics are absent)

3° harmônico:



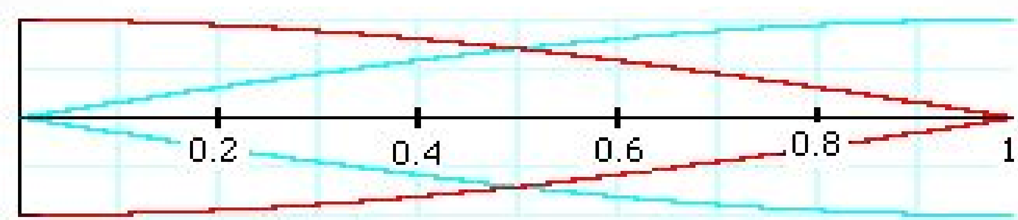
Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Aberto-Fechado**



*** extremidade aberta**

Modo Fundamental:

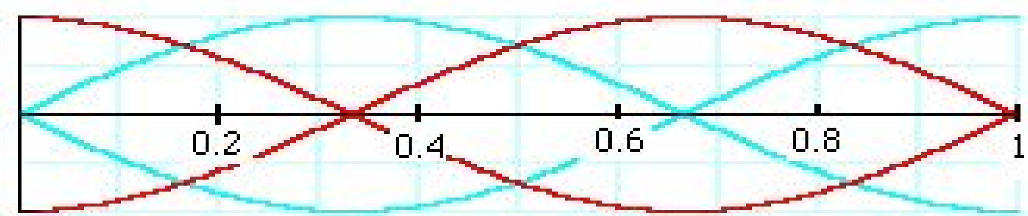


Deslocamento

Pressão

(even harmonics
are absent)

3° harmônico:



Ondas Estacionárias Acústicas

Exemplo: tubo **Aberto-Fechado**

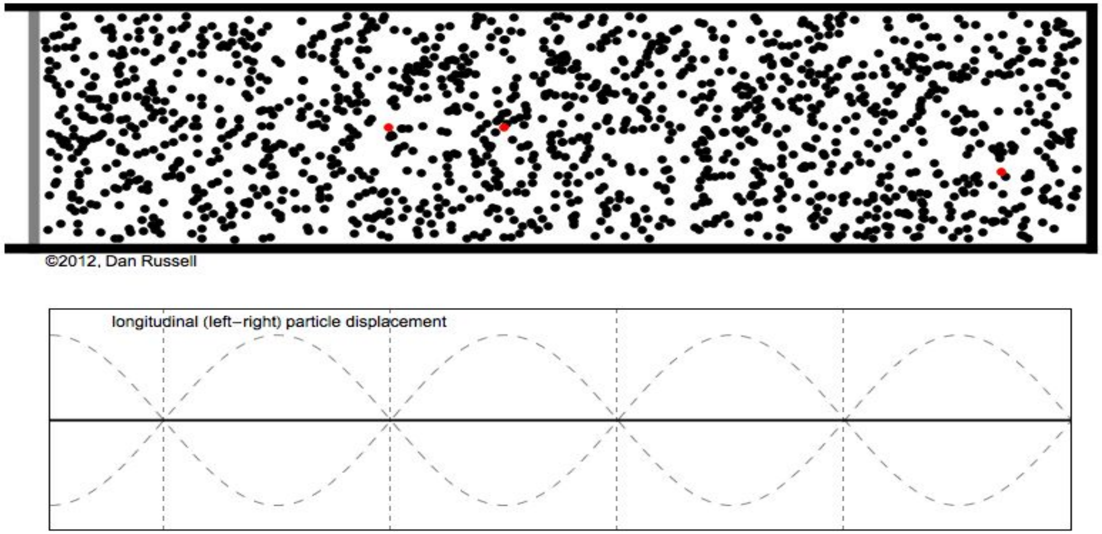


Gráfico Desloc. Longitudinal vs t

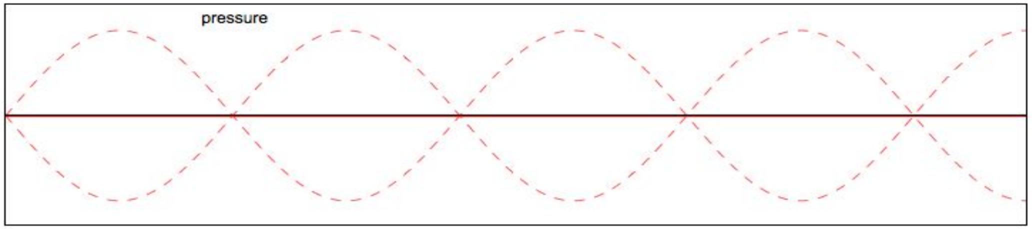


Gráfico Pressão vs t

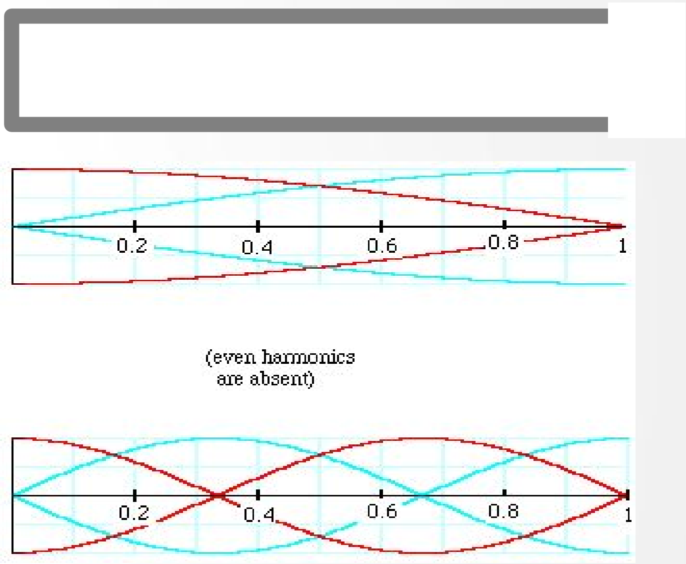
* as partículas das extremidades não se movem com relação às paredes.

O nó de pressão coincide com o anti-nó de deslocamento!

Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em um tubo **Aberto-Fechado**

$$Y(x=L,t) = 2Asen(kL)cos(\omega t) = 2A$$



$$sen(kL) = 1$$

$$kL = m\frac{\pi}{2};\; m = 1, 3, 5, ...$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_m}L = m\frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow \lambda_m = \frac{4L}{m} \xrightarrow{v=\lambda f} f_m = \frac{v}{4L}m$$

$$m = 1, 3, 5, ...$$

Ondas Estacionárias Acústicas

Teste Conceitual 21.10

Considere as ondas em uma corda de violão vibrando e as ondas sonoras que o referido violão produz no ar circundante. As ondas na corda do violão e as ondas sonoras devem ter o(a) mesmo(a)

A) Comprimento de onda.
B) Velocidade.
C) Frequência.
D) Amplitude.

Ondas Estacionárias Acústicas

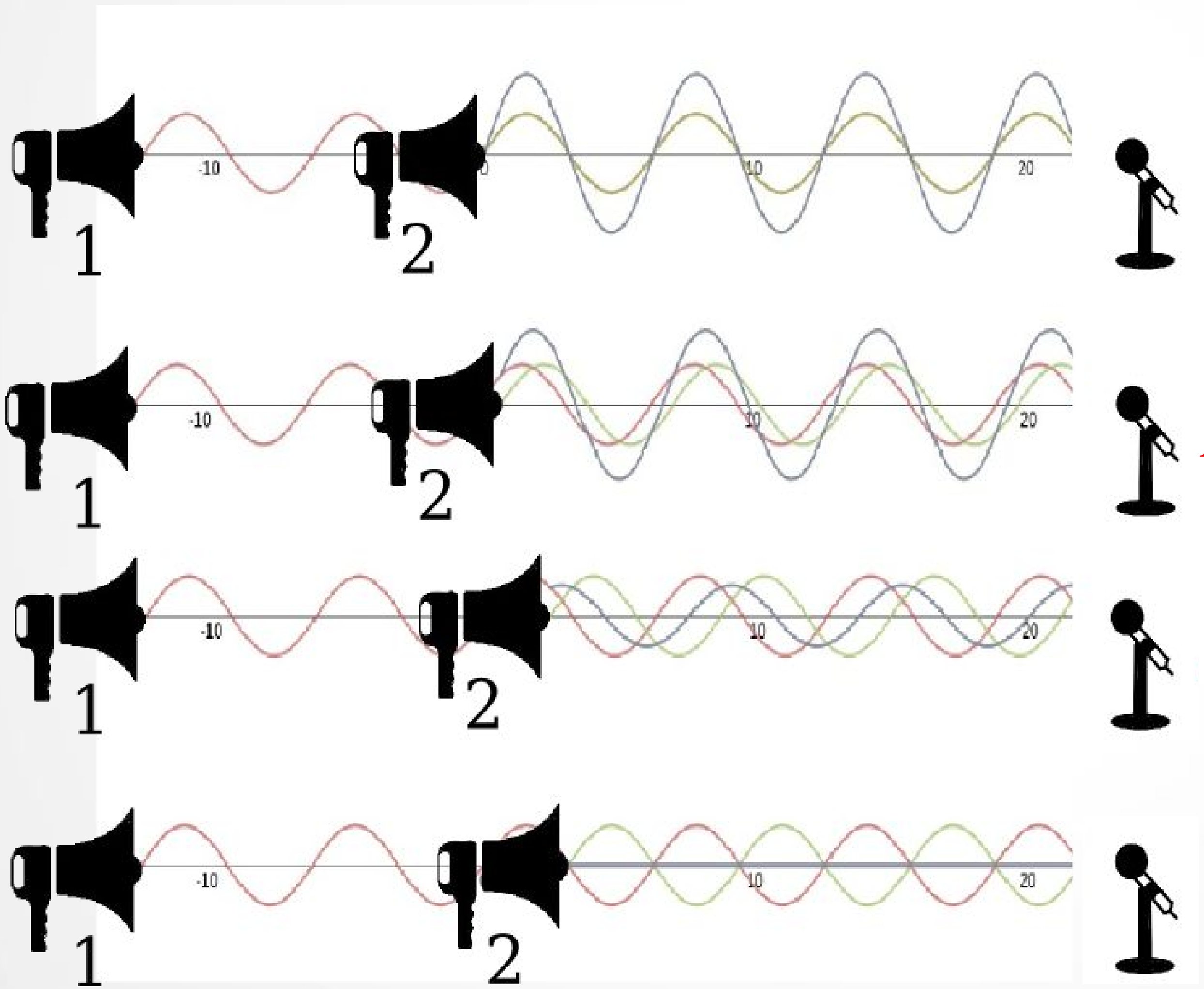
Teste Conceitual 21.11

Um tubo aberto numa extremidade e fechado na outra extremidade produz um som com frequência fundamental de 350 Hz. Se você agora abrir a extremidade fechada, a frequência fundamental torna-se

A) 87,5 Hz.
B) 175 Hz.
C) 350 Hz.
D) 700 Hz.

Interferência entre ondas

Ex: duas fontes idênticas (emitem ondas progressivas com mesmo sentido e amplitude A_0), separadas por alguma distância



Interf. totalmente construtiva

$$A = 2A_0 \rightarrow I = 4\,I_0$$

Interf. parcialmente construtiva

$$A_0 < A < 2A_0 \rightarrow I_0 < I < 4\,I_0$$

Interf. parcialmente destrutiva

$$0 < A < A_0 \rightarrow 0 < I < I_0$$

Interferência totalmente destrutiva

$$A = I = 0$$

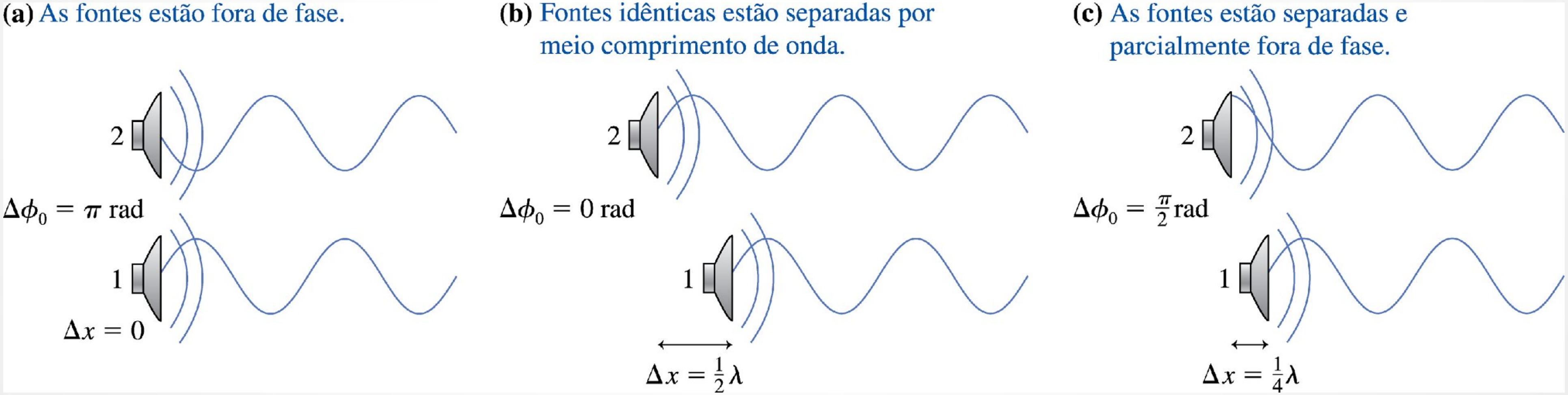
Microfone = Detector pontual

Interferência entre ondas

Em geral, o caráter da interferência (construtiva, destrutiva ou algo intermediário) entre duas fontes do mesmo tipo depende de **dois** fatores distintos

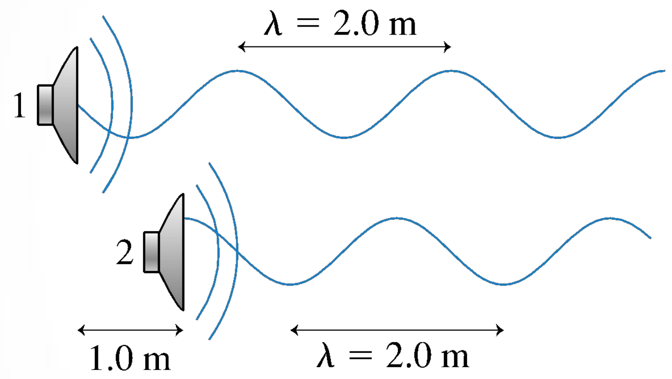
1. A distância entre as fontes
2. A diferença de fase entre as fontes num dado instante de tempo

Exemplo: uma interferência destrutiva pode ser devido apenas a (1), apenas a (2), ou a uma combinação dos dois fatores



Teste conceitual 21.12

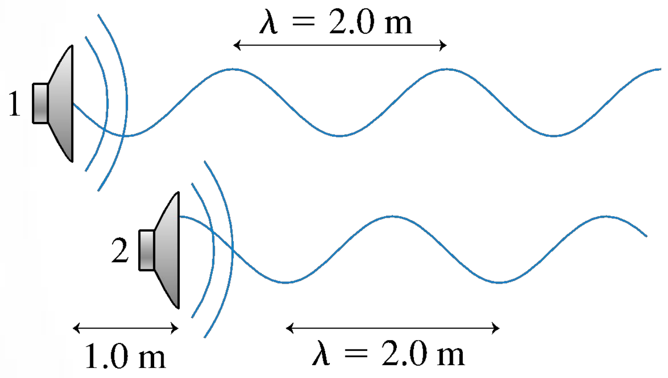
Dois alto-falantes emitem ondas com λ = 2.0m. O alto-falante 2 está 1.0m à frente do outro, e fora de fase com o primeiro da forma indicada na figura. O que se pode fazer para causar interferência construtiva entre as duas fontes?



A) Mover o AF1 para a frente em 1.0m
B) Mover o AF1 para a frente em 0.5m
C) Mover o AF1 para a trás em 0.5m
D) Mover o AF1 para a trás em 1.0m

Teste conceitual 21.13

Dois alto-falantes emitem ondas com λ = 2.0m. O alto-falante 2 está 1.0m à frente do outro, e fora de fase com o primeiro da forma indicada na figura. O que se pode fazer para causar interferência construtiva entre as duas fontes?



A) Atrasar a fase do AF1 de π/4
B) Atrasar a fase do AF1 de π/2
C) Avançar a fase do AF1 de π/4
D) Avançar a fase do AF1 de π/2

Interferência entre ondas

Análise matemática: Interferência entre duas ondas senoidais de mesmas amplitude e frequência:

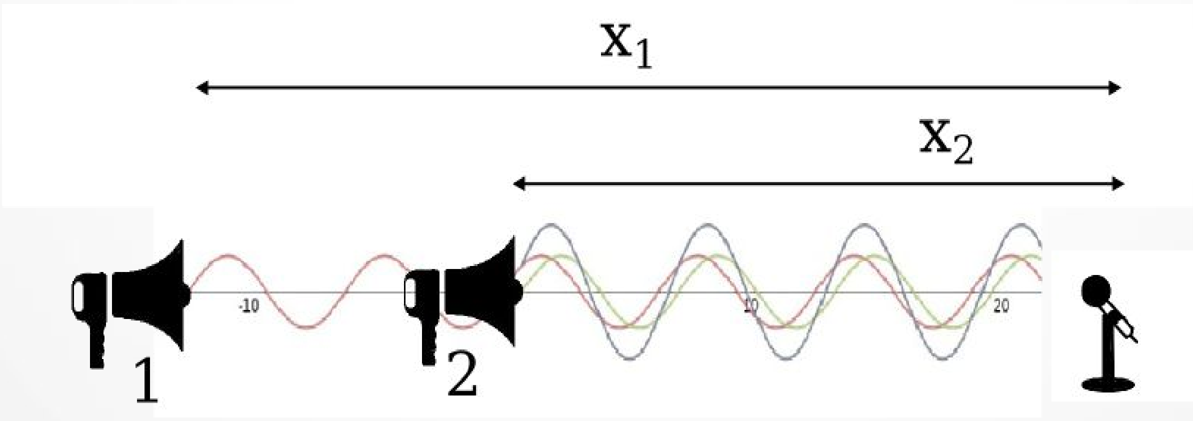
$$y_1 = A\,\mathrm{sen}\,(k\boxed{x_1} - \omega t + \boxed{\phi_{10}})$$

distância da fonte até o detector

fase no local da fonte em t =0

$$Y = y_1 + y_2$$

$$y_2 = A\,\mathrm{sen}\,(kx_2 - \omega t + \phi_{20})$$



obs: aqui, em cada onda tomamos uma origem diferente para a coordenada de posição (o ponto $x_i = 0$ fica na respectiva fonte)

Interferência entre ondas

Interferência entre duas ondas senoidais de mesmas amplitude e frequência:

$$y_1 = A\,\mathrm{sen}\,(kx_1 - \omega t + \phi_{10})$$

$$y_2 = A\,\mathrm{sen}\,(kx_2 - \omega t + \phi_{20})$$

usando: $$\mathrm{sen}(\alpha) + \mathrm{sen}(\beta) = 2\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

Amplitude

$$Y = y_1 + y_2 = \boxed{2Acos(\frac{\Delta\varphi}{2})}sen(k\bar{x} - \omega t + \bar{\phi})$$

$$\bar{\phi} = \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2} \qquad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) + \phi_{20} - \phi_{10}$$

Interferência entre ondas

Interferência entre duas ondas senoidais de mesmas amplitude e frequência:

$$Y = y_1 + y_2 = 2A cos(\frac{\Delta\varphi}{2}) sen(k\bar{x} - \omega t + \bar{\phi})$$

Diferença de fase das duas ondas na posição do detector:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) + \phi_{20} - \phi_{10}$$

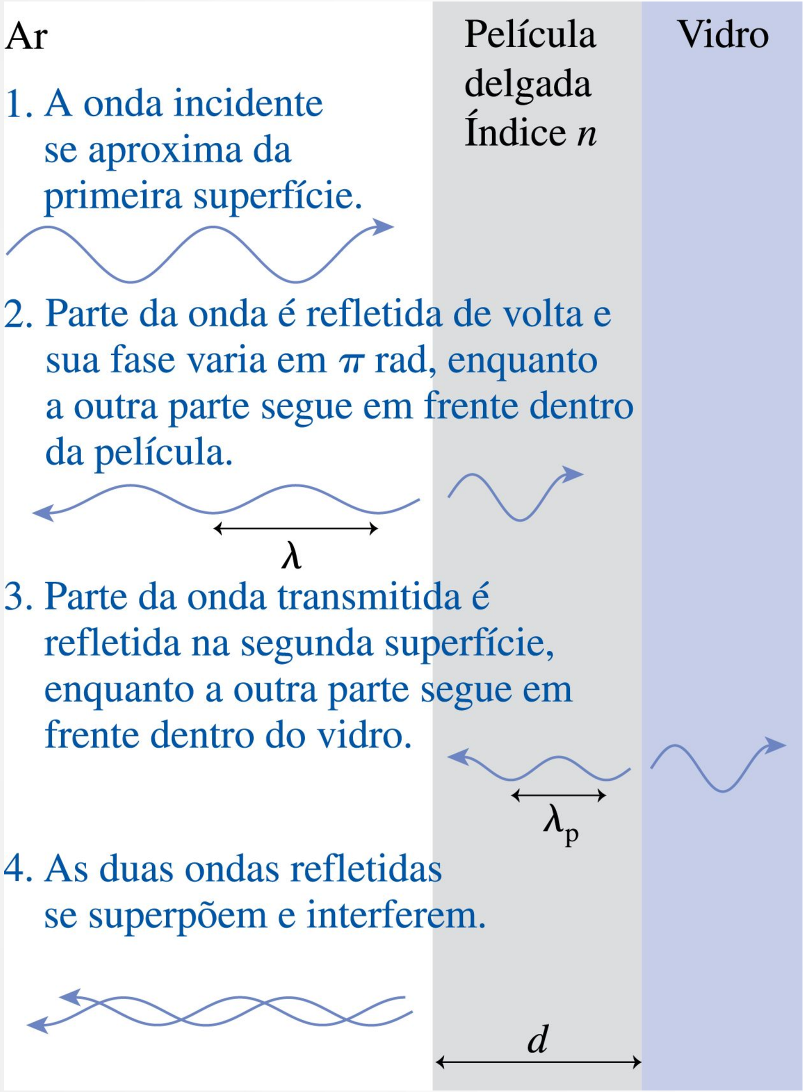
$$\frac{\Delta\varphi}{2} = m\pi$$

Interferência tot. construtiva

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = (m + \frac{1}{2})\pi$$

Interferência tot. destrutiva

Aplicação: Revestimentos óticos com película delgada...



Condição p/ interferência destrutiva:

$$\lambda = \frac{2nd}{m - 1/2}$$

Batimentos

Batimentos

Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes

$$y_1 = A\,\text{sen}\,(k_1 x - \omega_1 t + \phi_{10})$$

$$y_2 = A\,\text{sen}\,(k_2 x - \omega_2 t + \phi_{20})$$

➡ Supondo (para simplificação dos cálculos):

1. Ponto de observação na origem → x = 0
2. ondas com mesmas amplitudes A
3. As duas fontes em fase
4. A fase das fontes são $\varphi_{10} = \varphi_{20} = \pi$

Batimentos

Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes

$$y_1 = A\,\mathrm{sen}\left(k_1 x - \omega_1 t + \phi_{10}\right)$$

$$y_2 = A\,\mathrm{sen}\left(k_2 x - \omega_2 t + \phi_{20}\right)$$

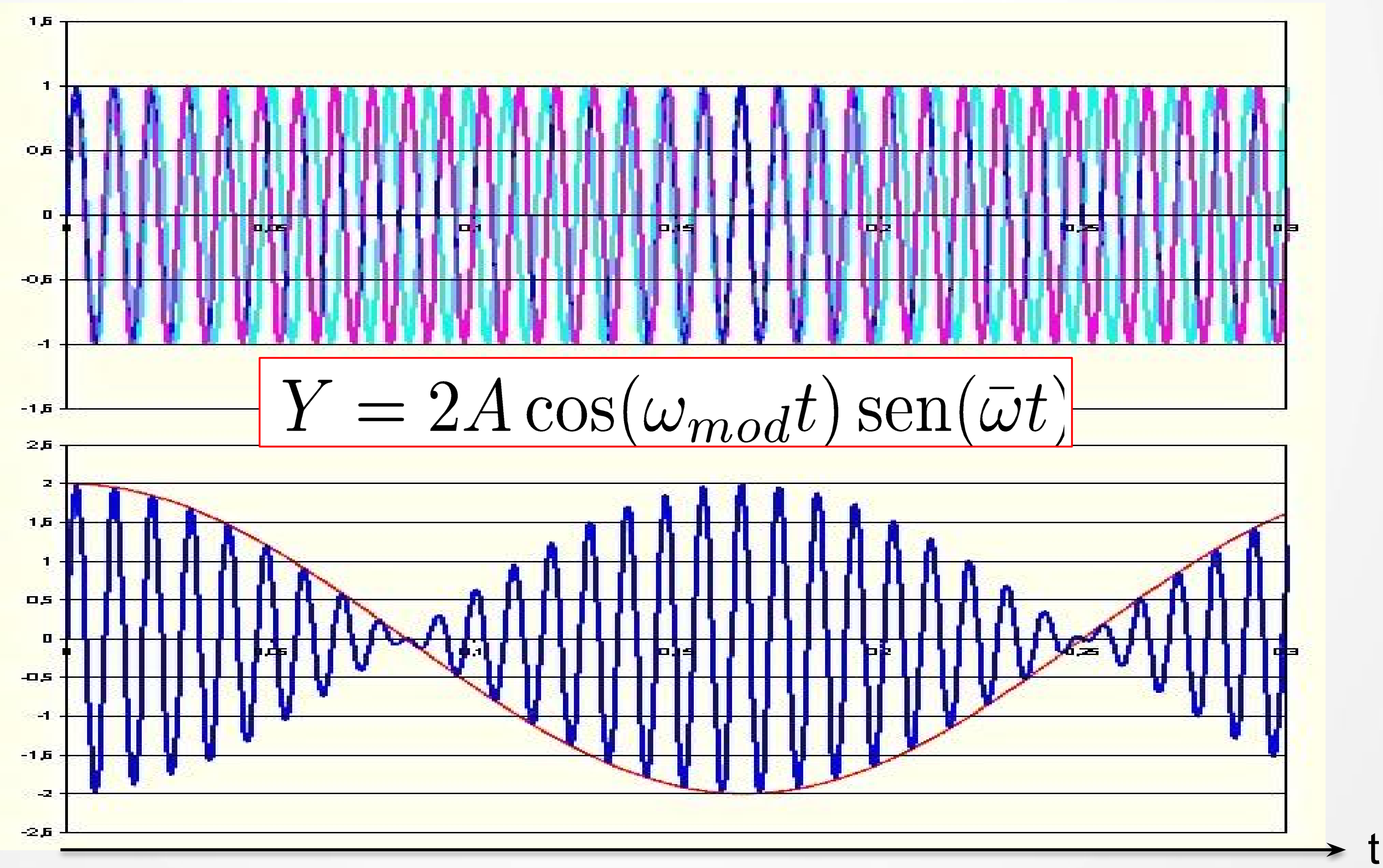
$$\rightarrow \quad Y = y_1 + y_2 = 2A\cos(\omega_{mod} t)\,\mathrm{sen}(\bar{\omega} t)$$

$$\omega_{mod} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \quad \rightarrow$$ **Frequência de Modulação (baixa)**

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad \rightarrow$$ **Frequência média (alta)**

Batimentos

Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes

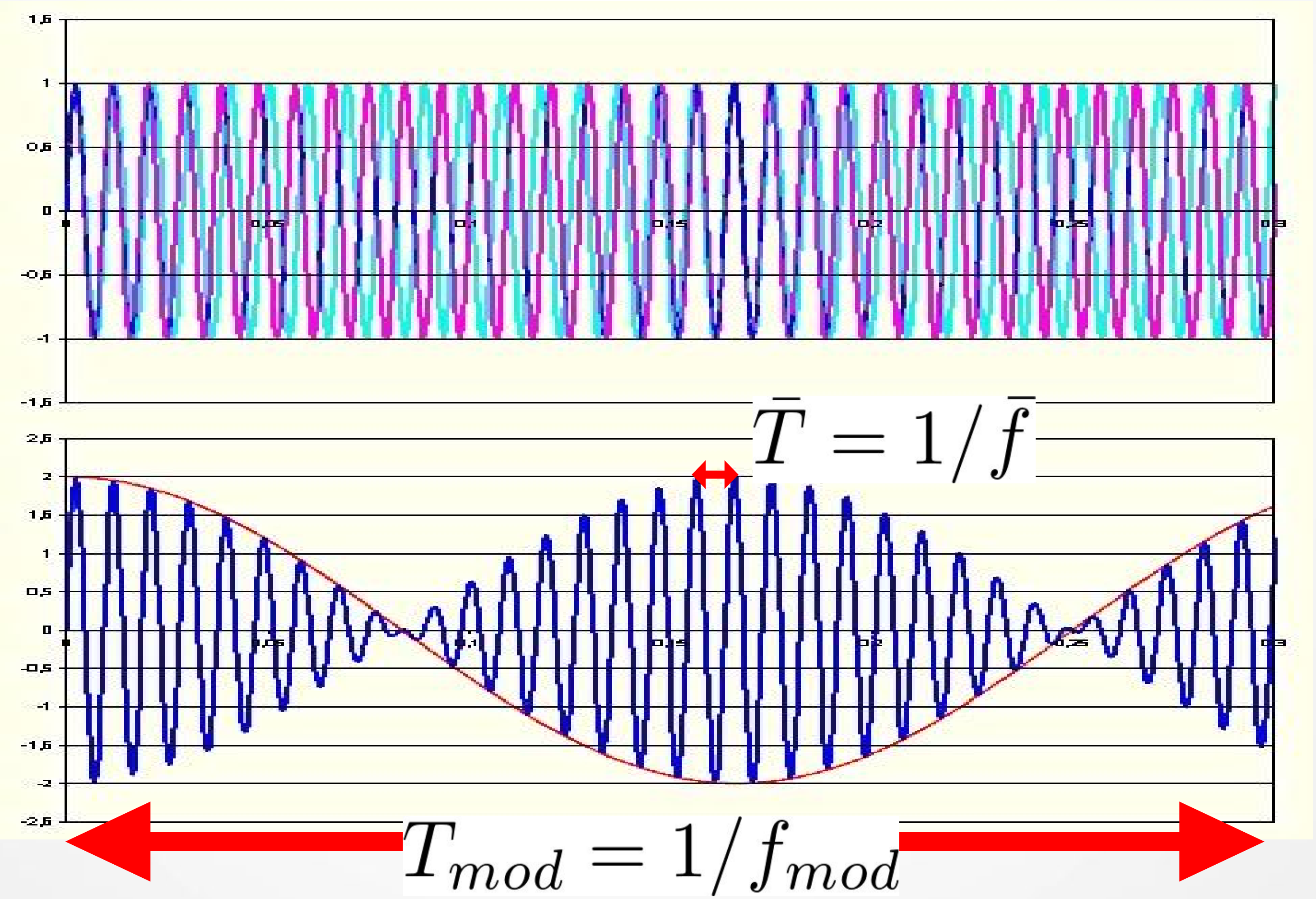


$$Y = 2A\cos(\omega_{mod}t)\,\mathrm{sen}(\bar{\omega}t)$$

Batimentos

Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes

$$Y = 2A\cos(\omega_{mod}t)\,\mathrm{sen}(\bar{\omega}t)$$



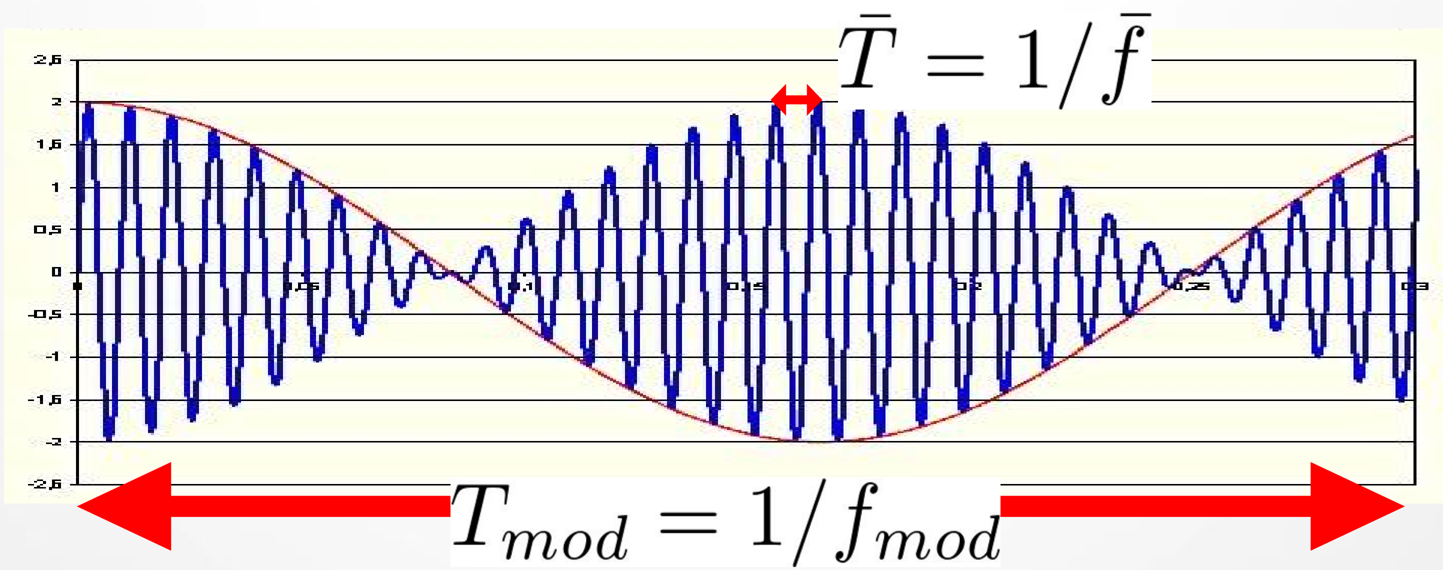
Batimentos

Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes

$$Y = 2A\cos(\omega_{mod}t)\,\mathrm{sen}(\bar{\omega}t)$$

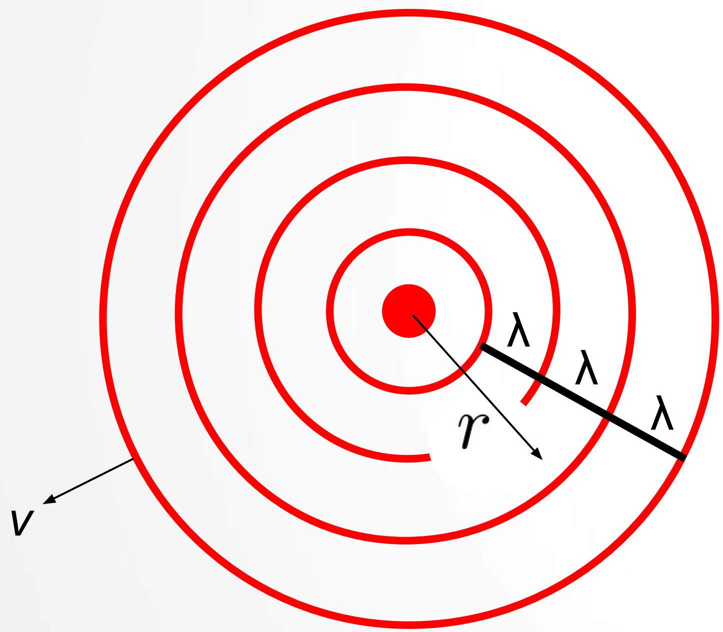
Máximos de amplitude ocorrem a cada <u>meio período</u> de modulação (T_{bat} = T_{mod} / 2)!

$$\boxed{f_{bat} = 2f_{mod} = f_2 - f_1}$$



Ondas 2D-3D

Recordando: Ondas 2D produzidas por uma fonte pontual



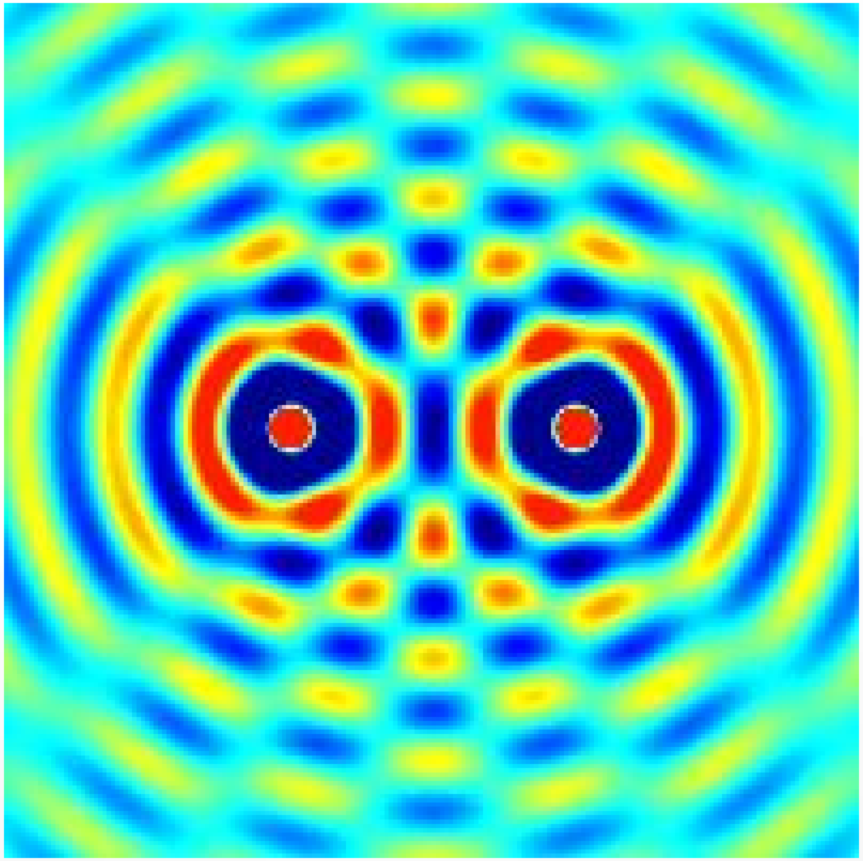
$$y(r,t) = A(r)sen(kr - \omega t + \phi_0)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$ = distância com relação a fonte

As Frentes de Onda são as cristas da onda. Elas são separadas por um comprimento de onda e se afastam da fonte com velocidade *v*.

Ondas em 2D-3D

O que ocorre quando duas ondas circulares ou esféricas se superpõem???



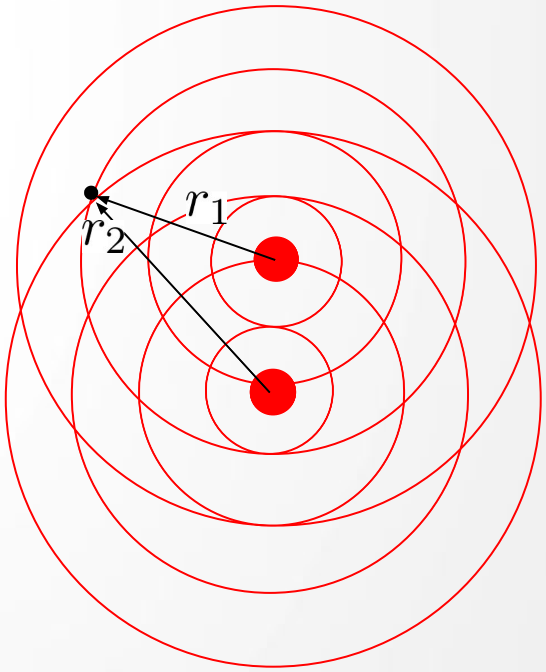
Interferência entre ondas: caso 2D

$$Y(r,t) = y_1 + y_2$$

$$= A\,\mathrm{sen}\,(kr_1 - \omega t + \phi_{10}) + A\,\mathrm{sen}\,(kr_2 - \omega t + \phi_{20})$$

$$= \boxed{2Acos(\frac{\Delta\varphi}{2})} sen(k\bar{r} - \omega t + \bar{\phi})$$

Amplitude



onde: $$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + \phi_{20} - \phi_{10}$$

$$\bar{\phi} = \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2} \qquad \bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

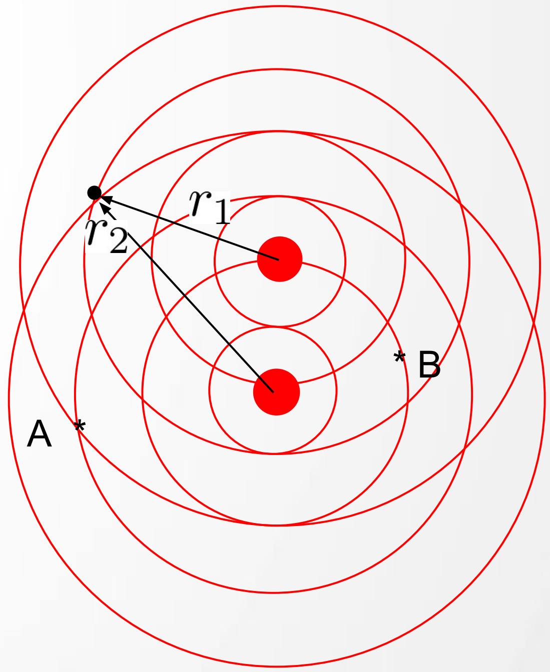
Interferência entre ondas: caso 2D

Localizando os pontos de interferência construtiva/destrutiva

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + \phi_{20} - \phi_{10}$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = m\pi$$ → **Interferência tot. construtiva**

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = (m + \frac{1}{2})\pi$$ → **Interferência tot. destrutiva**



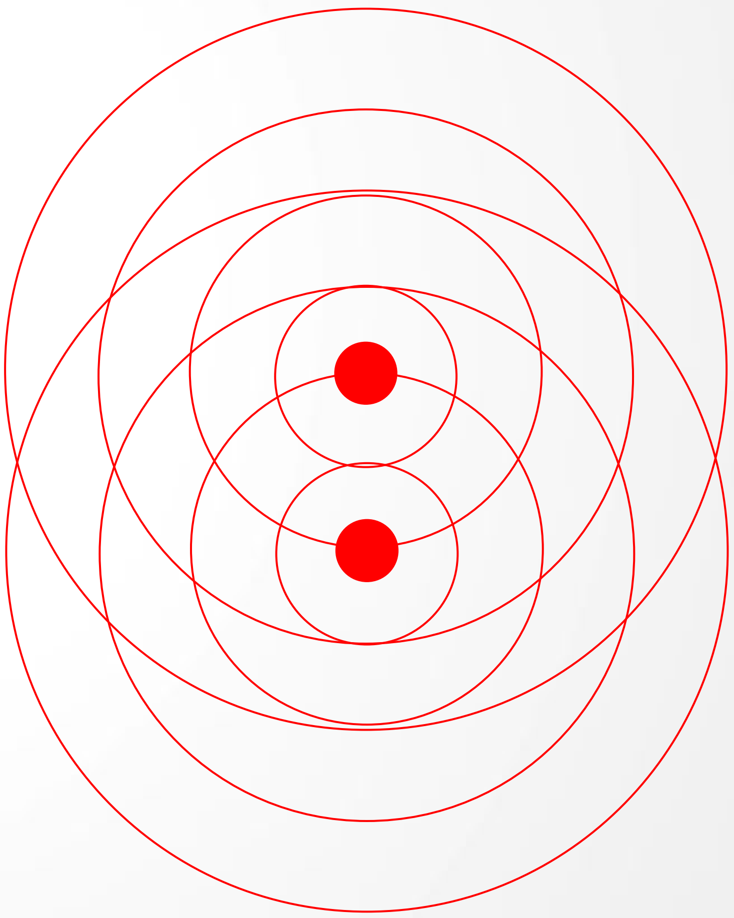
Obs: p/ Fontes em Fase: $\phi_{20} - \phi_{10} = 0$

$$\rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta r)$$

Teste conceitual 21.14

Assumindo fontes em fase, qual a forma geométrica do conjunto de pontos nos quais $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi$ num dado instante do tempo?

A) pontos discretos ao longo de uma linha reta
B) pontos discretos ao longo de uma linha curva
C) uma linha reta contínua
D) uma linha curva contínua

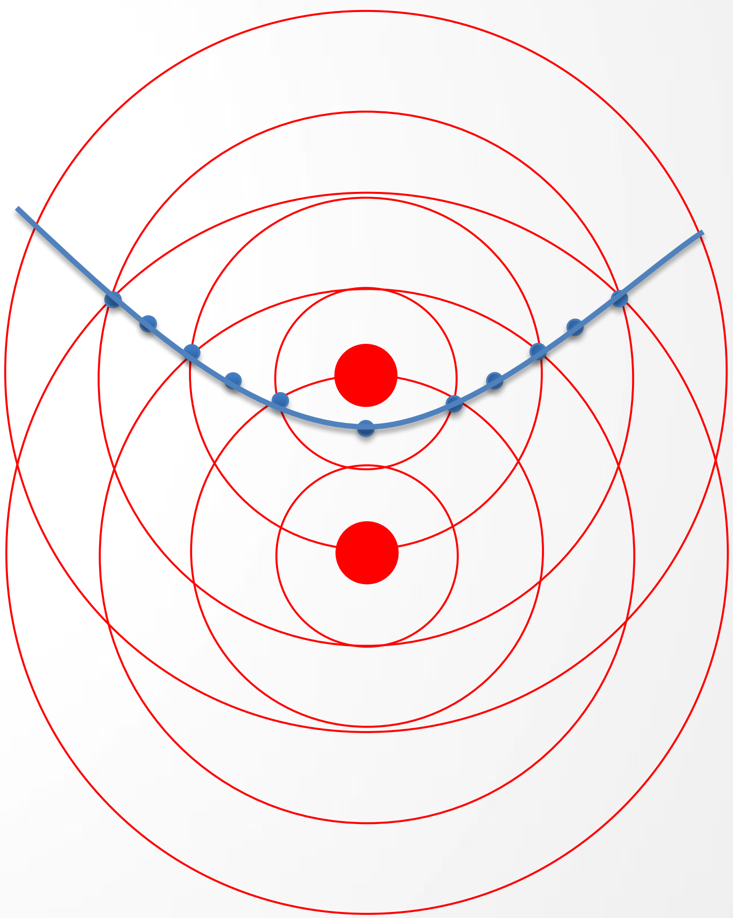


Interferência entre ondas: caso 2D

Assumindo fontes em fase, qual a forma geométrica do conjunto de pontos nos quais $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi$ num dado instante do tempo?

A) pontos discretos ao longo de uma linha reta
B) pontos discretos ao longo de uma linha curva
C) uma linha reta contínua
D) uma linha curva contínua

$r_2 - r_1 = \lambda$

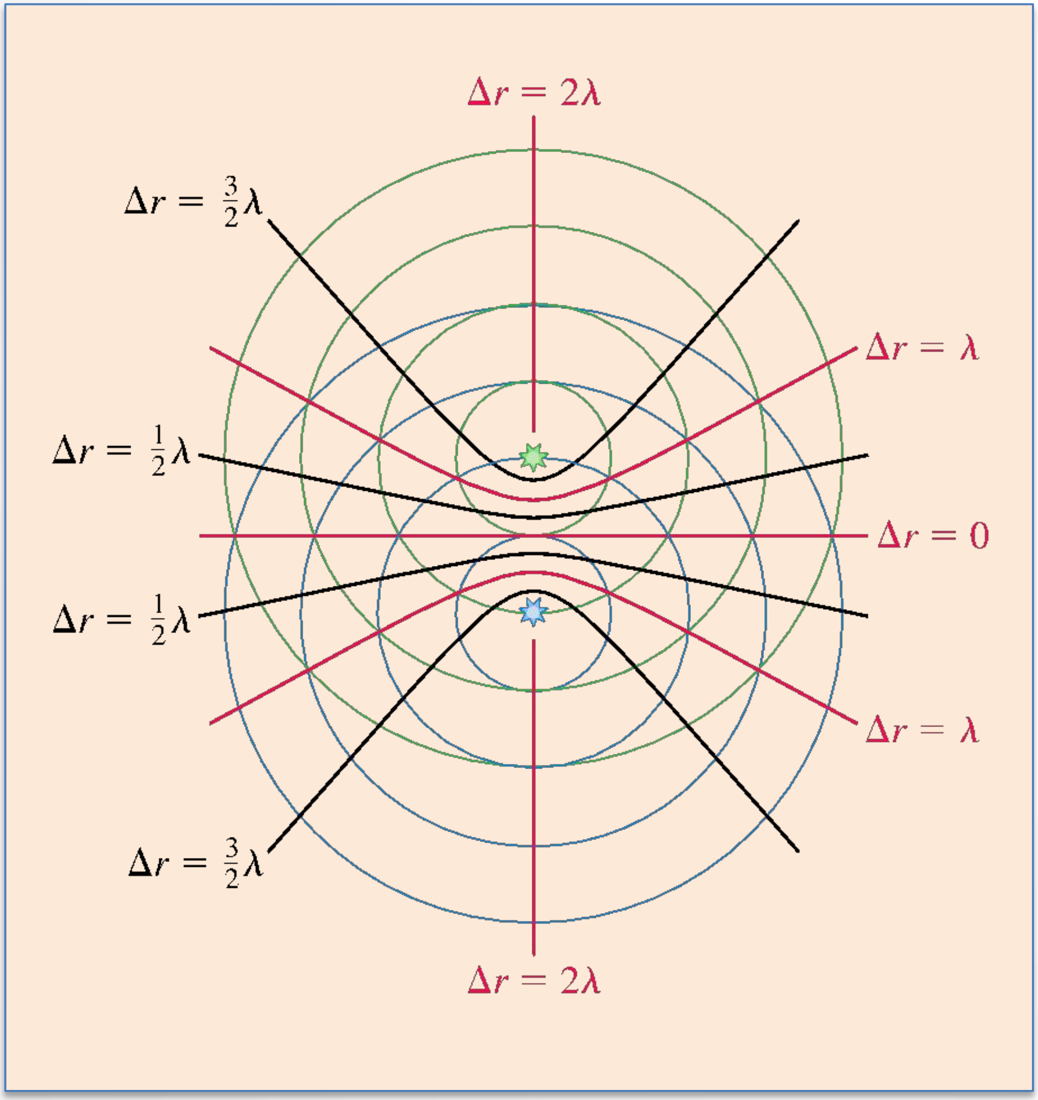


"linha antinodal", formada por pontos tipo 'crista-crista', 'vale-vale', e todos os demais nos quais $r_2 - r_1 = m\lambda$

Em todos esses pontos ocorre interferência construtiva!

Note que a propagação das ondas não afeta a localização desses pontos!

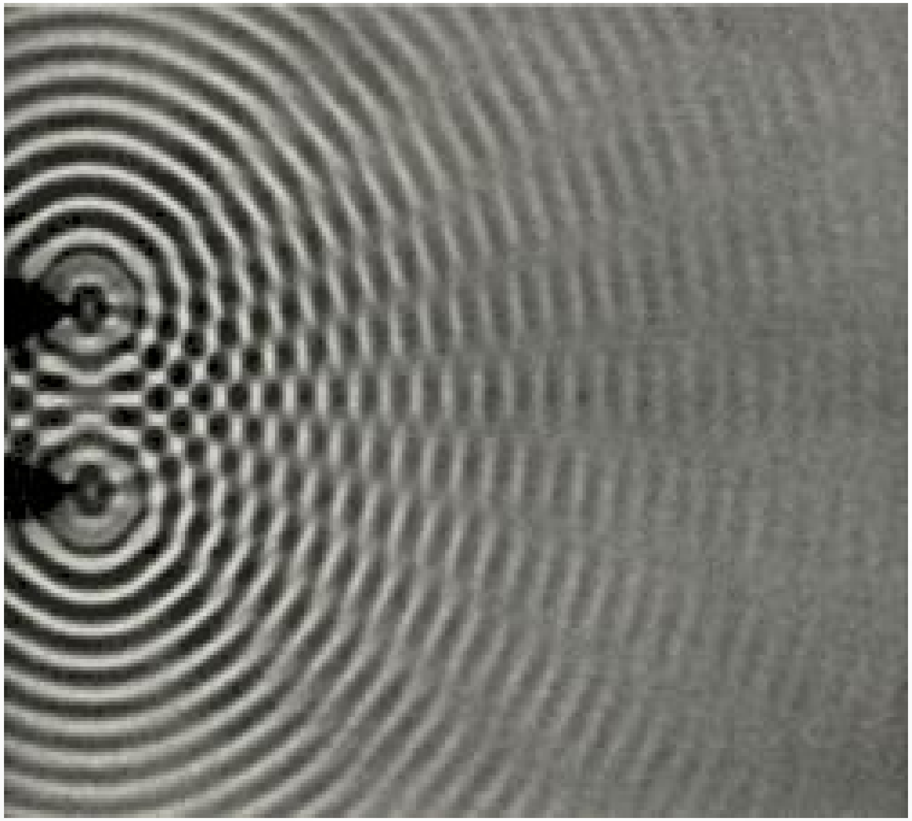
Interferência entre ondas: caso 2D



linhas antinodais
(interf. construtiva)

linhas nodais
(interf. destrutiva)

Ondas em 2D-3D



Interferência entre ondas: caso 2D

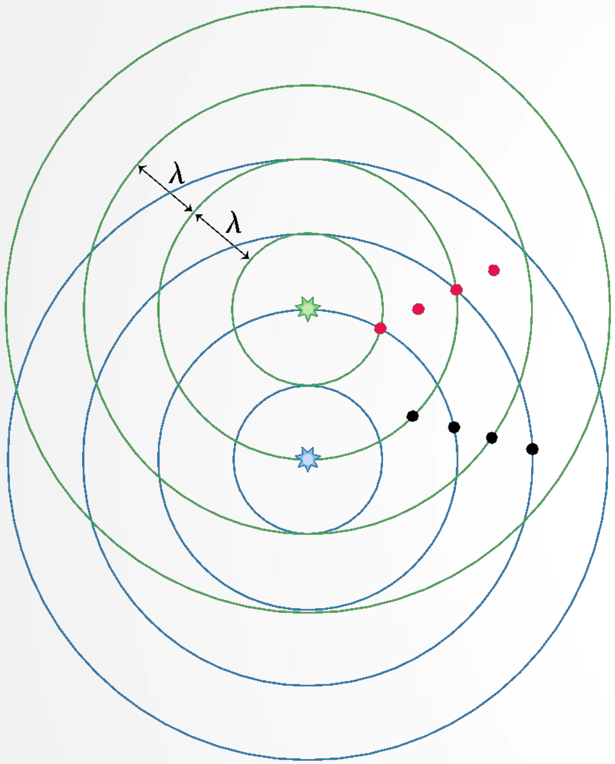
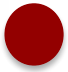
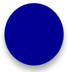


Fig. 21.6



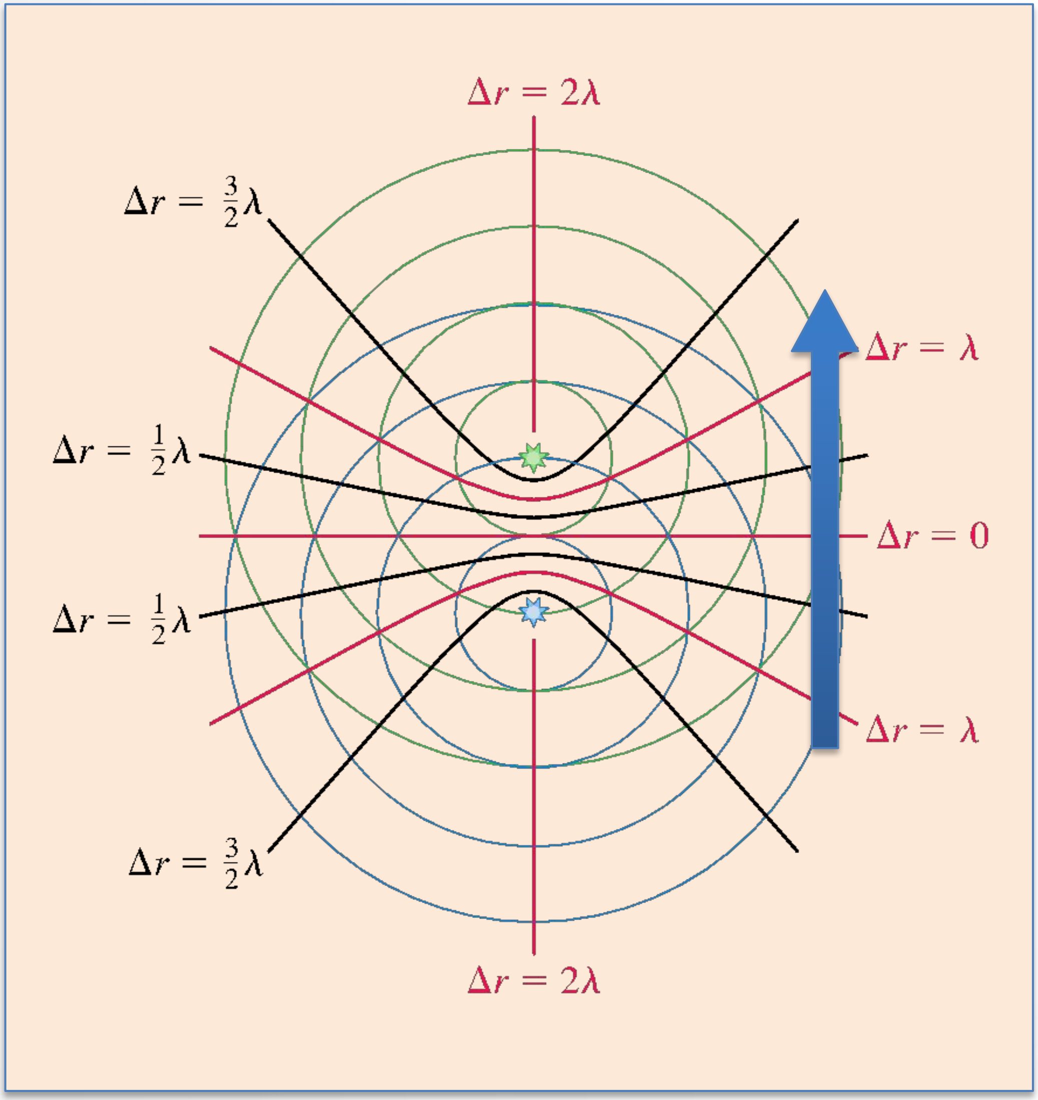
Interf. construtiva (crista c/ crista ou vale c/ vale)



Interf. destrutiva (crista c/ vale ou vale c/ crista)

A propagação das ondas não afeta a localização dos pontos de interferência destrutiva e construtiva!

Teste conceitual 21.15



Assumindo que se tratam de ondas sonoras, o que uma pessoa que caminha com velocidade cte. ao longo da reta indicada irá perceber?

A) Um som de frequência constante mas com uma variação periódica no volume
B) Um som de volume constante mas com uma variação periódica na frequência
C) Um som de volume e frequência constantes
D) Um som de volume e frequência variando periodicamente