



INSTITUTO DE FÍSICA

Universidade Federal Fluminense

# Física III

(1/ 2017)

*Fluidos, Termodinâmica, Ondas e Ótica*

**Instrutor: Prof<sup>a</sup>. Daniele Freitas**

**danielecsf@id.uff.br**

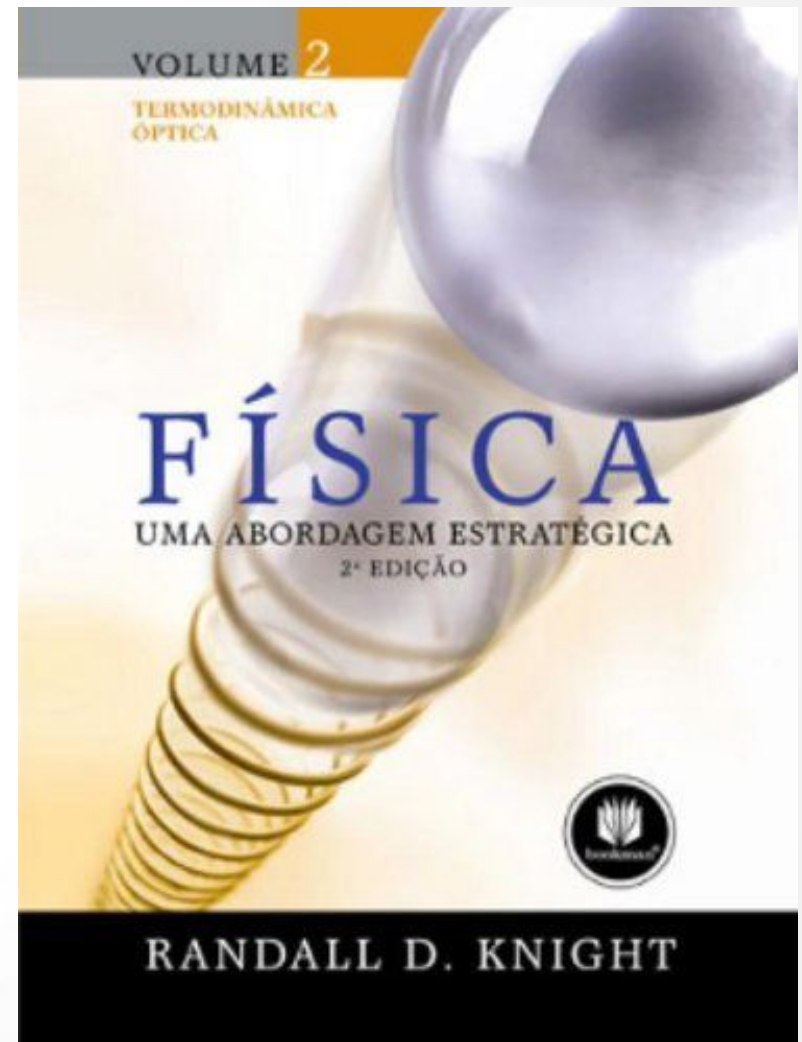
**A1-11**

**Site do curso: <http://cursos.if.uff.br/!fisica3-0117/>**

# Livro-texto recomendado

“Física, uma abordagem estratégica”, vol. **2**  
Randall L. Knight

Caps. 15 – 24



# Calendário – 1sem17 – (4as/6as)

	Seg.	Ter.	Qua.	Qui	Sex	Sab.
Março	20	21	22	23	24	
	27	28	29	30	31	
Abril	3	4	5	6	7	
	10	11	12	13	Feriado 14	
	17	18	19	20	Feriado 21	
	24	25	26	27	28	<b>P1 29</b>
Maio	Feriado 1	2	3	4	5	
	8	9	10	11	12	
	15	16	17	18	19	
	22	23	24	25	26	
Junho	29	30	31	1	2	<b>P2 3</b>
	5	6	7	8	9	
	12	13	14	Feriado 15	Recesso 16	
	19	20	21	22	23	
	26	27	28	29	30	
Julho	3	4	5	6	7	<b>P3 8</b>
	10	<b>VR 11</b>	12	13	14	<b>VS 15</b>
	17	18	19	Fim Per 20		

## Tópicos

### P1

15- Fluidos e Elasticidade

16- Descrição Macroscópica da Matéria

17- 1a Lei da Termodinâmica

Revisão

### P2

18- Conexão micro/macro

19- Máquinas Térmicas

20- Ondas I

Revisão

### P3

21- Ondas II - Superposição

22- Óptica Ondulatória

23- Óptica Geométrica

24- Instrumentos Ópticos

Revisão

# Avaliação

Provas (3): múltipla escolha

MiniTestes : 1Q discursiva da lista

$$\begin{aligned} \text{Nota final} = & \text{(Média 3 Provas)} \times 85\% \\ & + \text{(Média MiniTestes)} \times 15\% \end{aligned}$$

# **Parte I – Fluidos e Elasticidade**

(slides baseados parcialmente em material dos profs. Carlos Eduardo R. de Sousa e Daniel Jonathan)

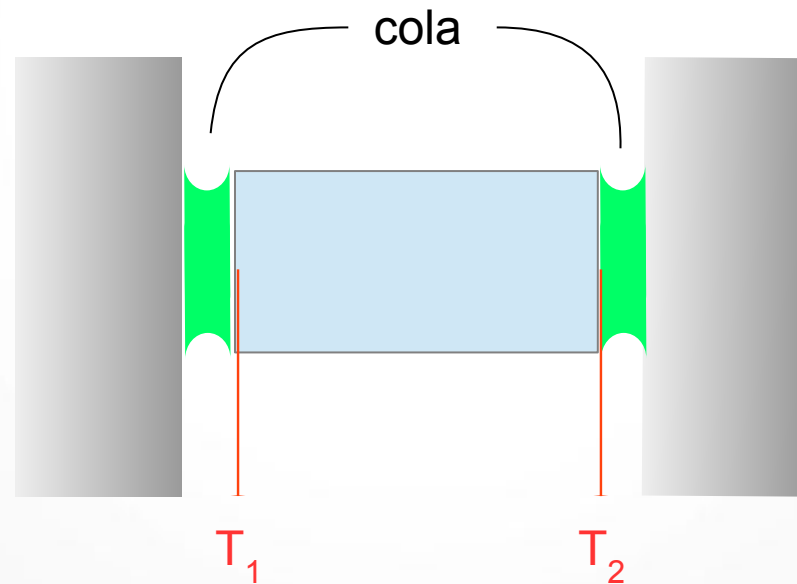
**Fluidos: sistemas macroscópicos que fluem.**



**P: O que diferencia um sólido de um fluido?**

# Fluidos: sistemas macroscópicos que fluem.

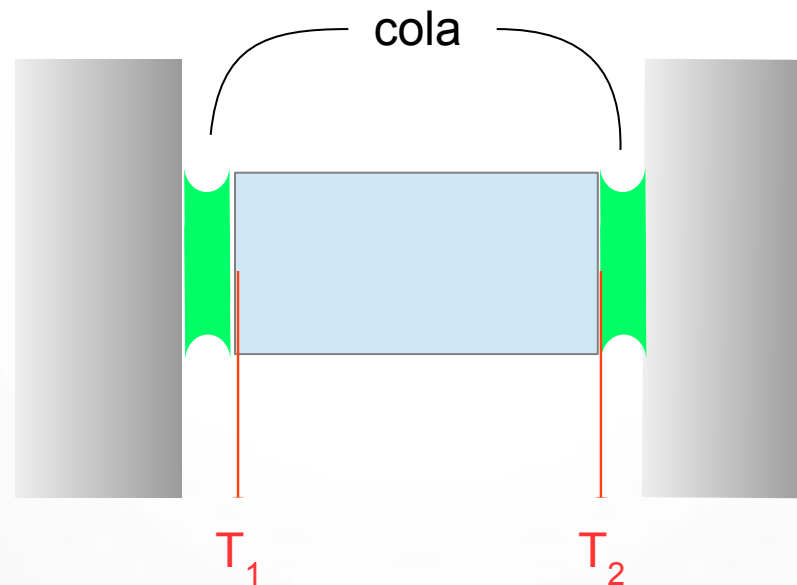
R: A diferença fundamental entre sólidos e líquidos está na forma de responder a forças (**tensões**) tangenciais à superfície



$T$  = tensão superficial  
(cisalhamento)

# Fluidos: sistemas macroscópicos que fluem.

Se a cola não estiver seca, a tensão superficial provoca deslizamento de camadas adjacentes da cola, o que leva à descida do bloco.



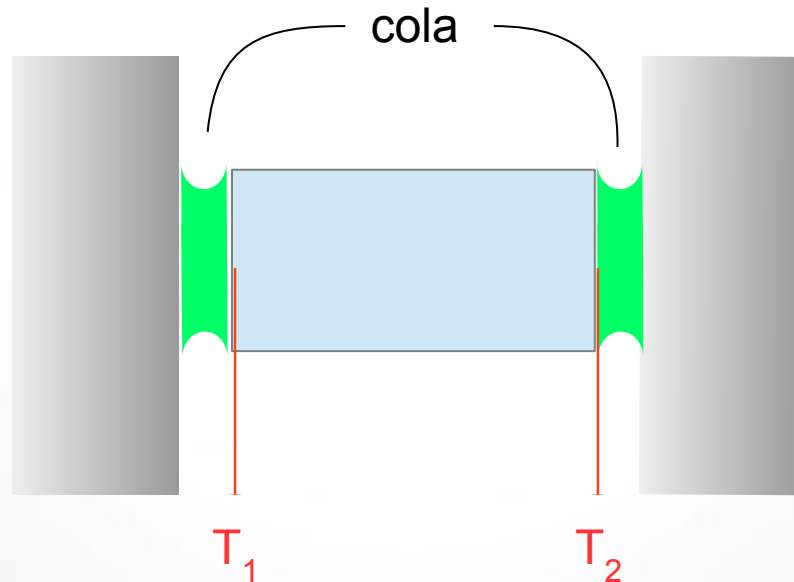
$T$  = tensão superficial  
(cisalhamento)



# Fluidos: sistemas macroscópicos que fluem.

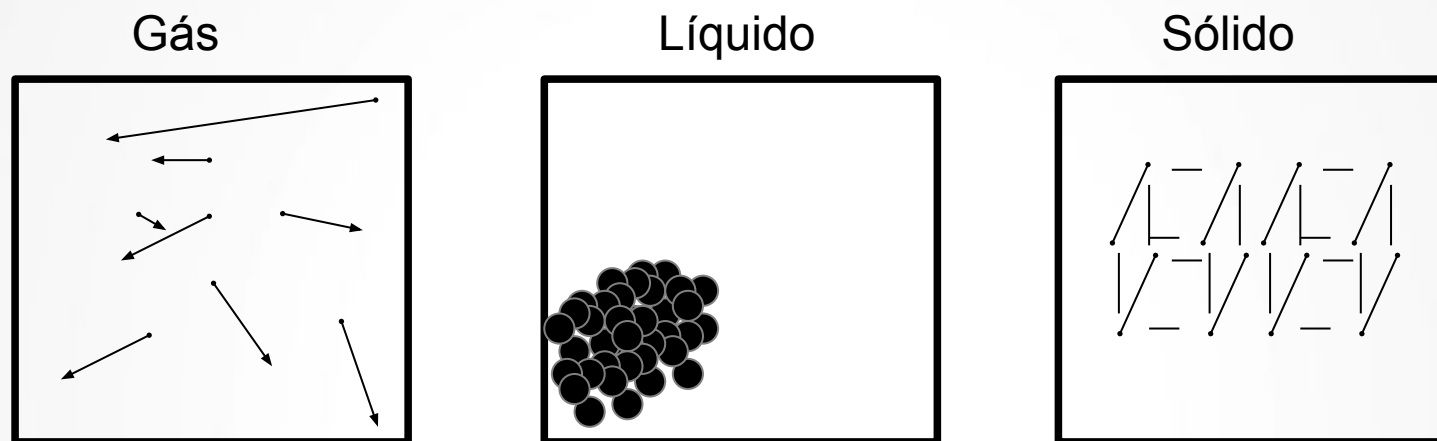
Sólido → se deforma até o equilíbrio quando sujeito a uma tensão superficial tangencial.

Fluido → não equilibra nenhuma tensão superficial tangencial, ele flui.



$T$  = tensão superficial  
(cisalhamento)

# Origem das diferenças macroscópicas: propriedades dos constituintes microscópicos da matéria



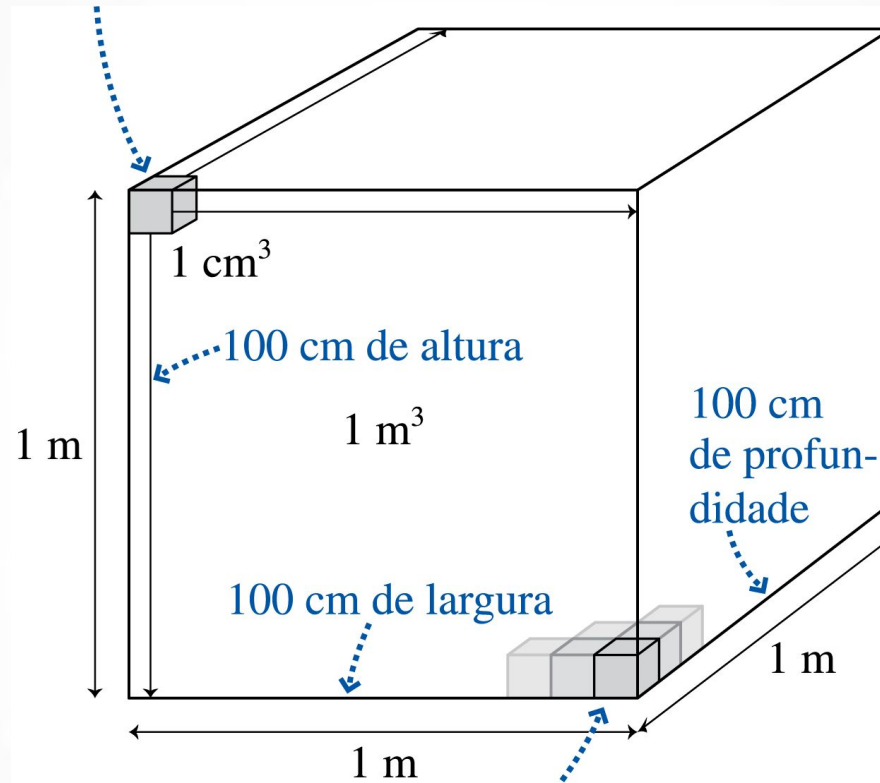
**Gás:** partículas espaçadas, interagem apenas durante colisões  
– é um fluido *compressível*.

**Líquido:** partículas ligadas fracamente umas às outras, sem deixar espaços significativos entre elas – podem fluir, mas não podem se aproximar mais – é um fluido (aprox.) *incompressível*

**Sólido:** partículas ligadas fortemente umas às outras, formando uma estrutura rígida - não fluem

# Grandezas relevantes

Volume  $\equiv$  espaço ocupado  $\rightarrow [m^3]$



$$1m^3 = 1m \times 1m \times 1m = 100cm \times 100cm \times 100cm = 10^6 cm^3$$

$$1L = 10cm \times 10cm \times 10cm = 10^3 cm^3 = 10^{-3} m^3$$

$$1mL = 1cm^3$$

# Grandezas relevantes

**Densidade**  $\equiv$  Qtde de matéria por volume:  $\rho = m/V \rightarrow [\text{kg/m}^3]$

**TABELA 15.1** Densidades de fluidos em condições padrão de temperatura (0 °C) e pressão (1 atm)

Substância	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
Ar	1,28
Álcool etílico	790
Gasolina	680
Glicerina	1.260
Hélio gasoso	0,18
Mercúrio	13.600
Óleo (comum)	900
Água do mar	1.030
Água	1.000

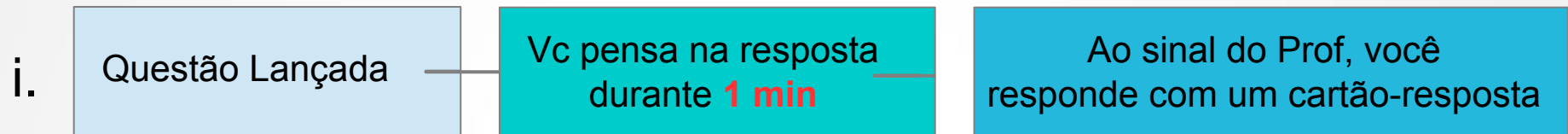
querosene  
álcool  
óleo vegetal  
água  
detergente  
leite  
xarope de maple  
xarope de milho  
mel



← bolinha de pingue-pongue  
← tampa plástica  
← contas  
← tomate cereja  
← dado  
← milho de pipoca  
← parafuso

- densidade (média) de um **objeto** = massa **total** / volume **total** do objeto
- densidade de uma **substância** (ou '**massa específica**')  
= massa/volume de uma porção pequena daquela substância

# Teste conceitual: como funciona

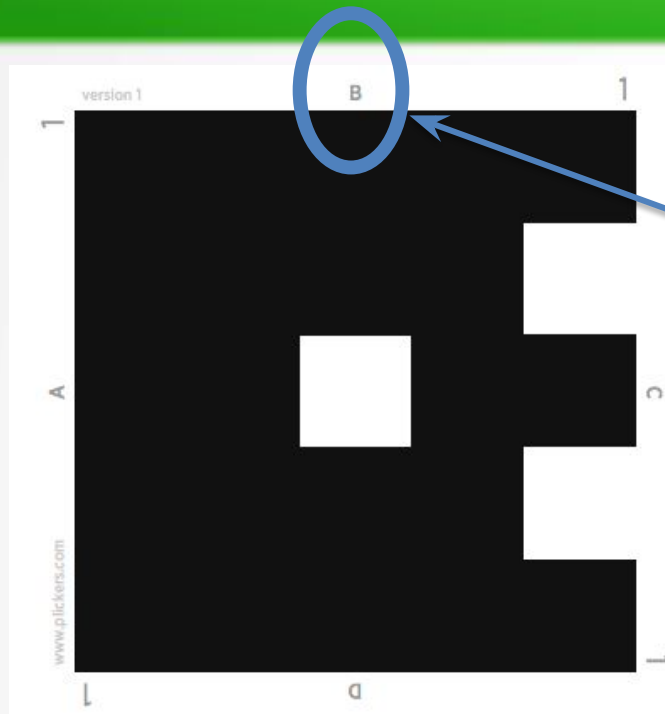


- Se  $>70\%$  da turma acertar, o prof. segue com a matéria.
- Se  $<30\%$  da turma acertar, o prof. reexplica o conteúdo e refazemos a questão.

ii. Se **30-70%** da turma acertar, você discute com um colega, cada um tentando convencer o outro de que a sua resposta é a correta

iii. Fazemos uma segunda votação e vemos como as opiniões mudaram (ou não). Independente do resultado, o professor explica a questão.

# Teste Conceitual: tecnologia



- 64 cartões, todos diferentes
- Resposta levantando o cartão com sua resposta virada pra cima
- Letras pequenas de propósito (p/ seu colega não ver sua resposta!)

Eu escaneio a turma usando um aplicativo no celular



# Grandezas relevantes

**Densidade**  $\equiv$  Qtde de matéria por volume:  $\rho = m/V \rightarrow [\text{kg/m}^3]$

**TABELA 15.1** Densidades de fluidos em condições padrão de temperatura (0 °C) e pressão (1 atm)

Substância	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
Ar	1,28
Álcool etílico	790
Gasolina	680
Glicerina	1.260
Hélio gasoso	0,18
Mercúrio	13.600
Óleo (comum)	900
Água do mar	1.030
Água	1.000

## Teste conceitual 15.1

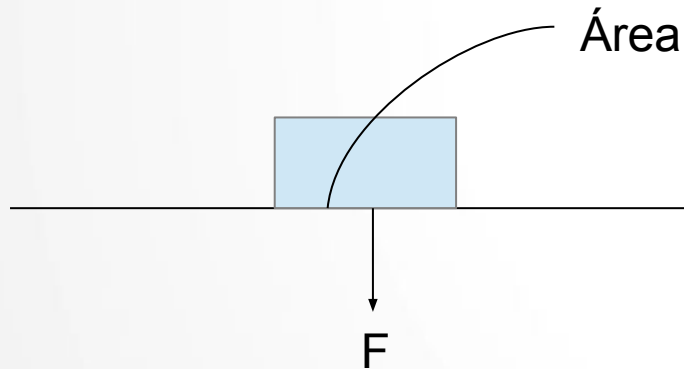
Se um objeto tem densidade igual a **1g/cm<sup>3</sup>**, ele é

- A) Mais denso que a água
- B) Tão denso como a água
- C) Um pouco menos denso que a água
- D) Muito menos denso que a água

# Grandezas relevantes

## Pressão

→ Uma grandeza relacionada com a força *perpendicular* a uma superfície.

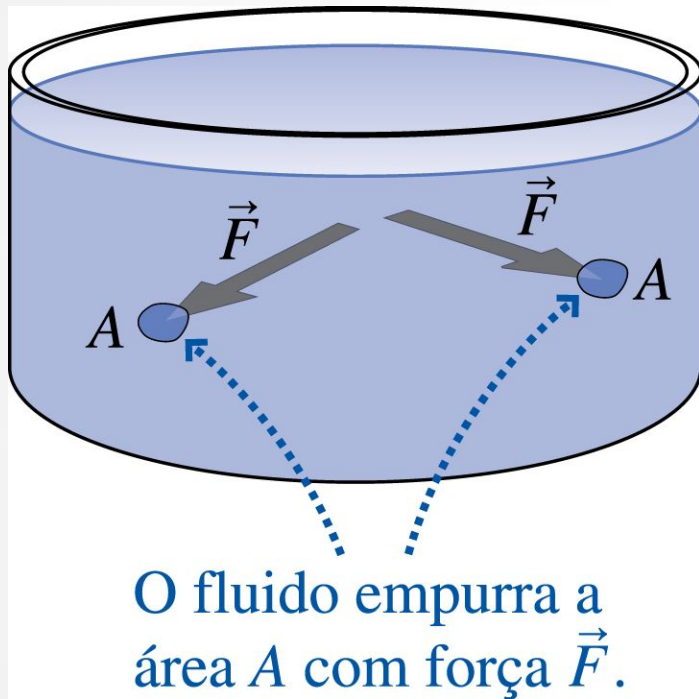


$$\text{Pressão} \equiv | \text{Força} | / \text{Área}$$

unidade no SI:  $\text{N/m}^2 = \text{Pa}$  (pascal)



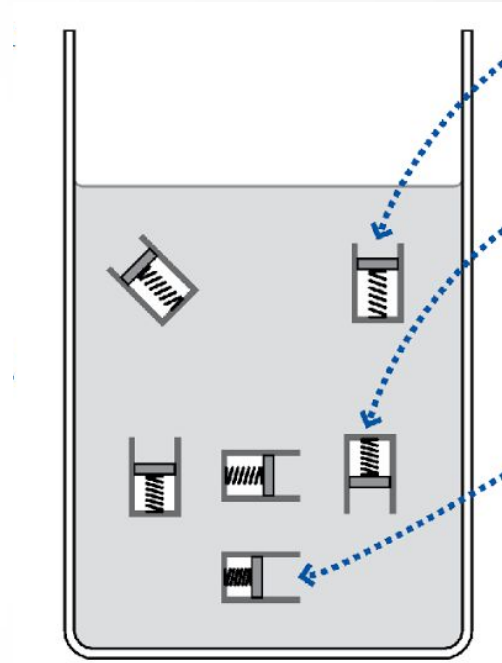
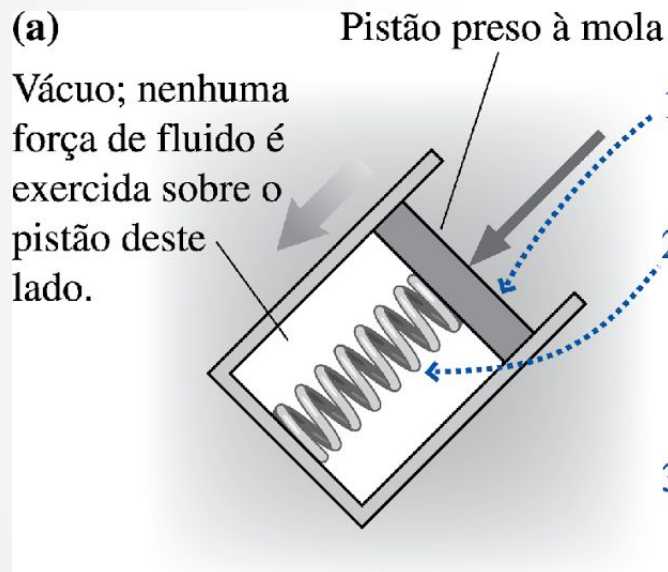
# Pressão num fluido



Mas... a pressão existe em **todos** os pontos do fluido

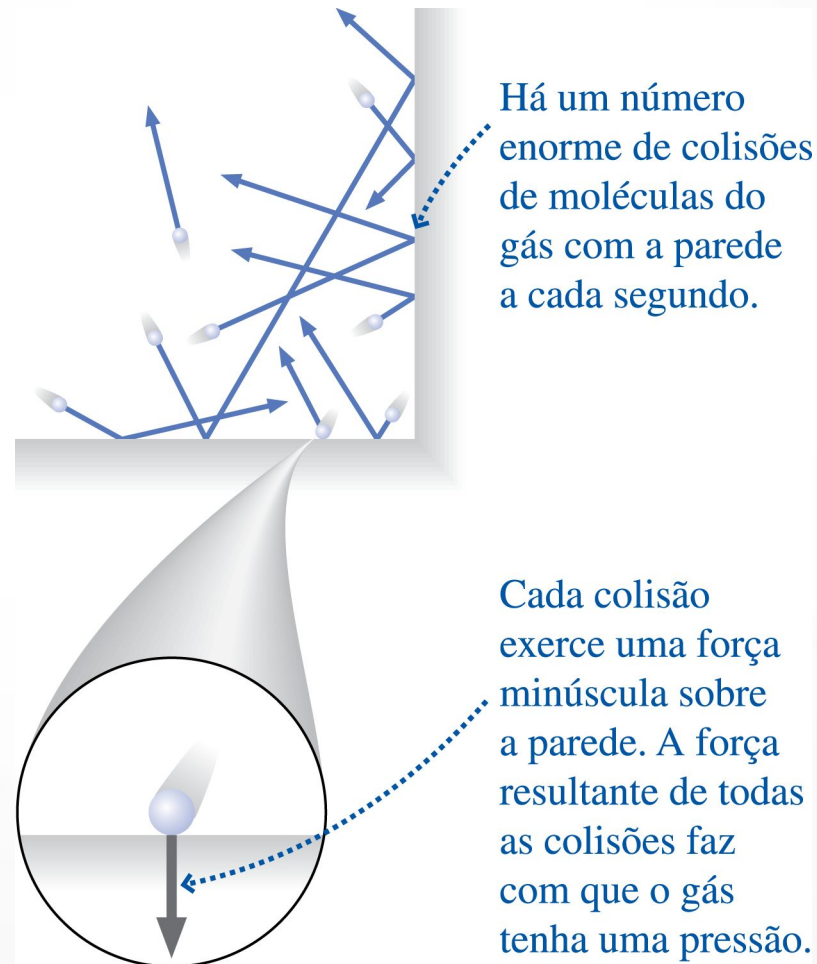
# A Pressão é uma quantidade escalar (não tem direção ou sentido)!

Considere um medidor formado por um pequeno pistão preso a uma mola. Quanto maior a pressão, maior a deformação



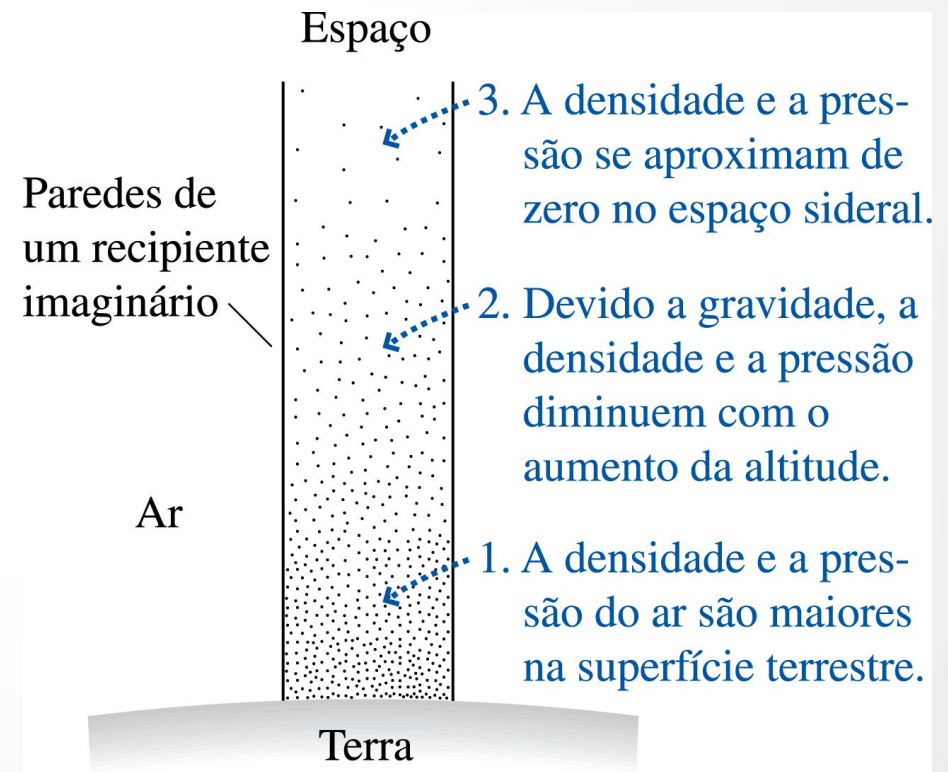
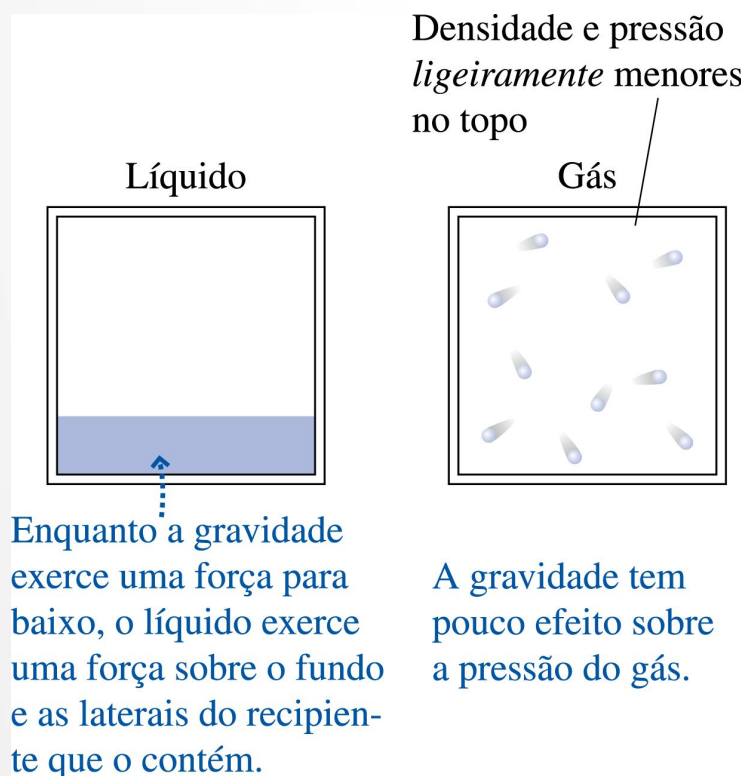
Num dado ponto do fluido, a deformação é a mesma independentemente da direção que aponta o medidor!

# Origem da pressão: colisões das partículas microscópicas do fluido umas com as outras, e com as paredes do recipiente



## Duas contribuições para essas colisões:

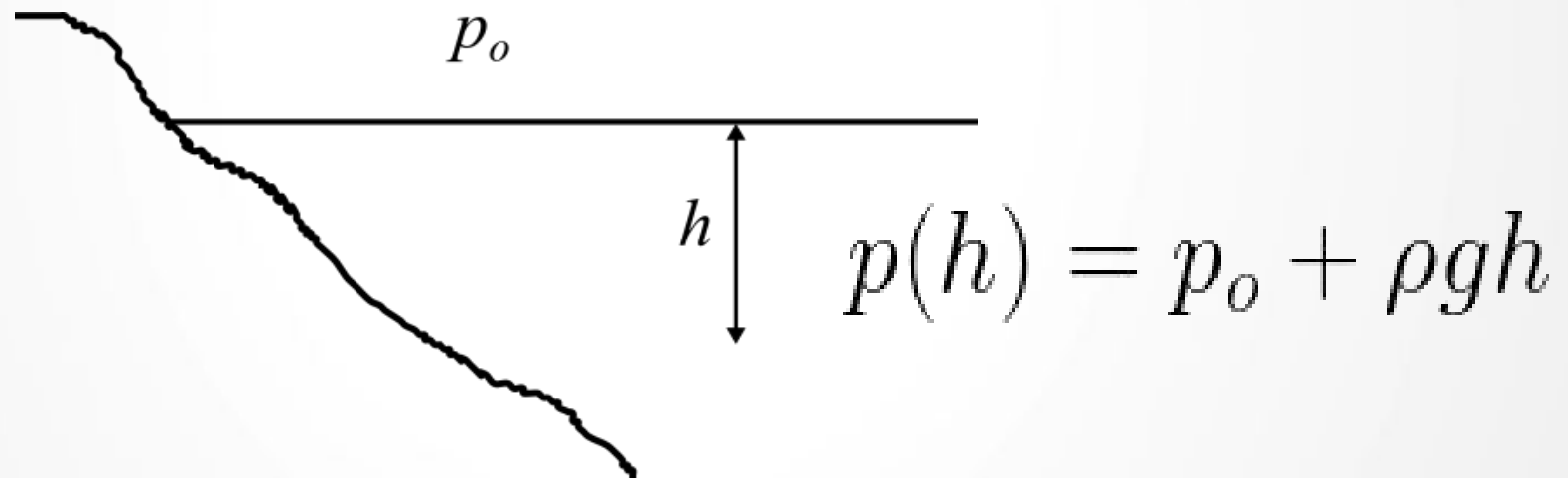
- **Agitação térmica das partículas.**  
Relevante em gases, pouco relevante em líquidos
- **A atração gravitacional sobre o fluido.** Relevante em líquidos ou em volumes imensos de gases (ex: a atmosfera inteira). Pouco relevante em pequenos recipientes de gás.



Pressão do ar no nível do mar: 101.300 Pa

# Lei de Stevin

Pressão sob a superfície de um fluido ***incompressível*** em ***equilíbrio hidrostático***.  
(Ex: líquido parado em um recipiente)

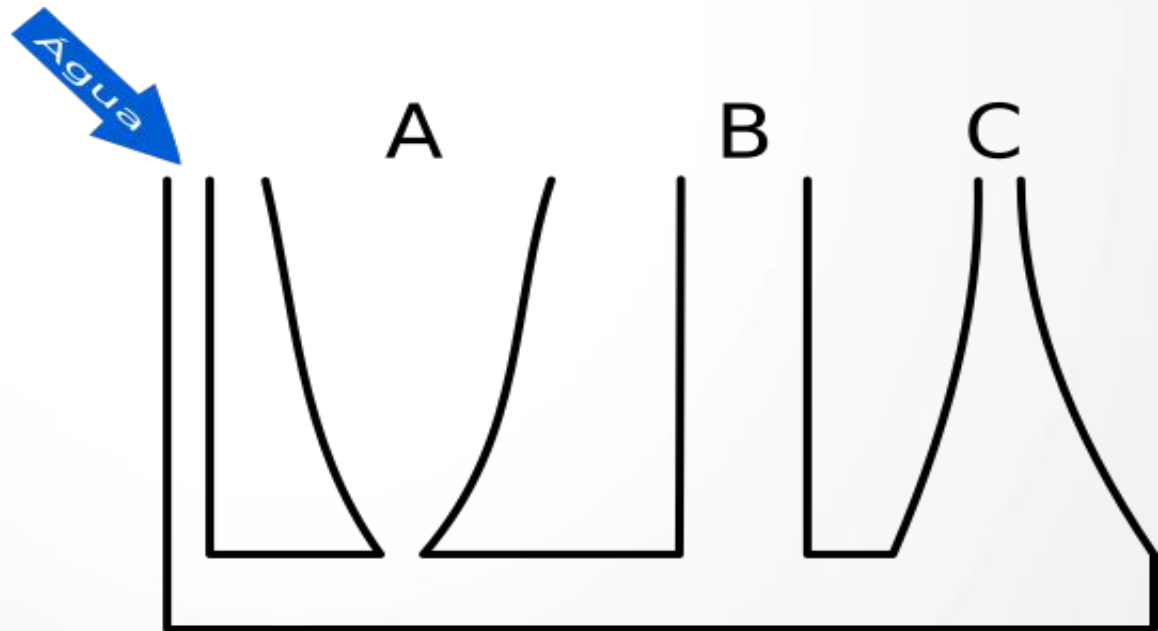


**A pressão hidrostática só depende da profundidade e da pressão na superfície!**

## Teste Conceitual 15.2

Água é lentamente derramada no recipiente da figura abaixo até que o nível tenha aumentado nos tubos A, B e C. Interrompe-se o derramamento antes que haja o transbordamento. Como se comparam entre si as profundidades de água nas três colunas (parcialmente cheias)?

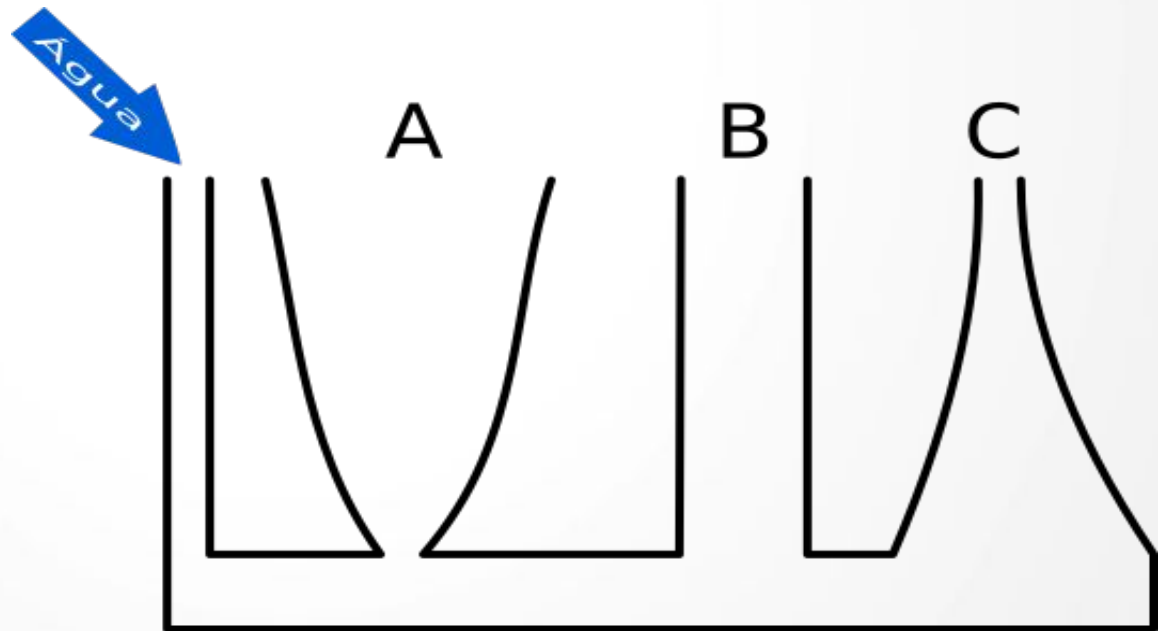
- (A)  $d_A > d_B > d_C$
- (B)  $d_A < d_B < d_C$
- (C)  $d_A > d_B = d_C$
- (D)  $d_A = d_B = d_C$



## Teste Conceitual 15.2

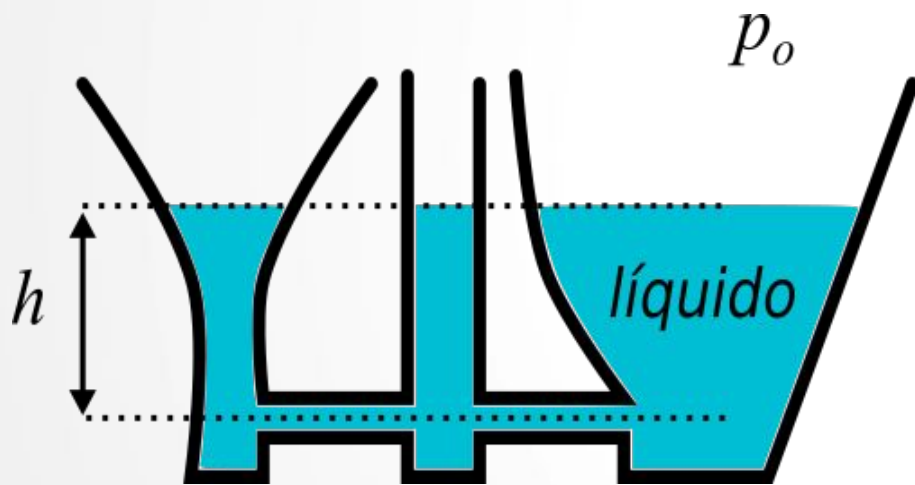
Água é lentamente derramada no recipiente da figura abaixo até que o nível tenha aumentado nos tubos A, B e C. Interrompe-se o derramamento antes que haja o transbordamento. Como se comparam entre si as profundidades de água nas três colunas (parcialmente cheias)?

- (A)  $d_A > d_B > d_C$
- (B)  $d_A < d_B < d_C$
- (C)  $d_A > d_B = d_C$
- (D)  $d_A = d_B = d_C$



# Vasos Comunicantes

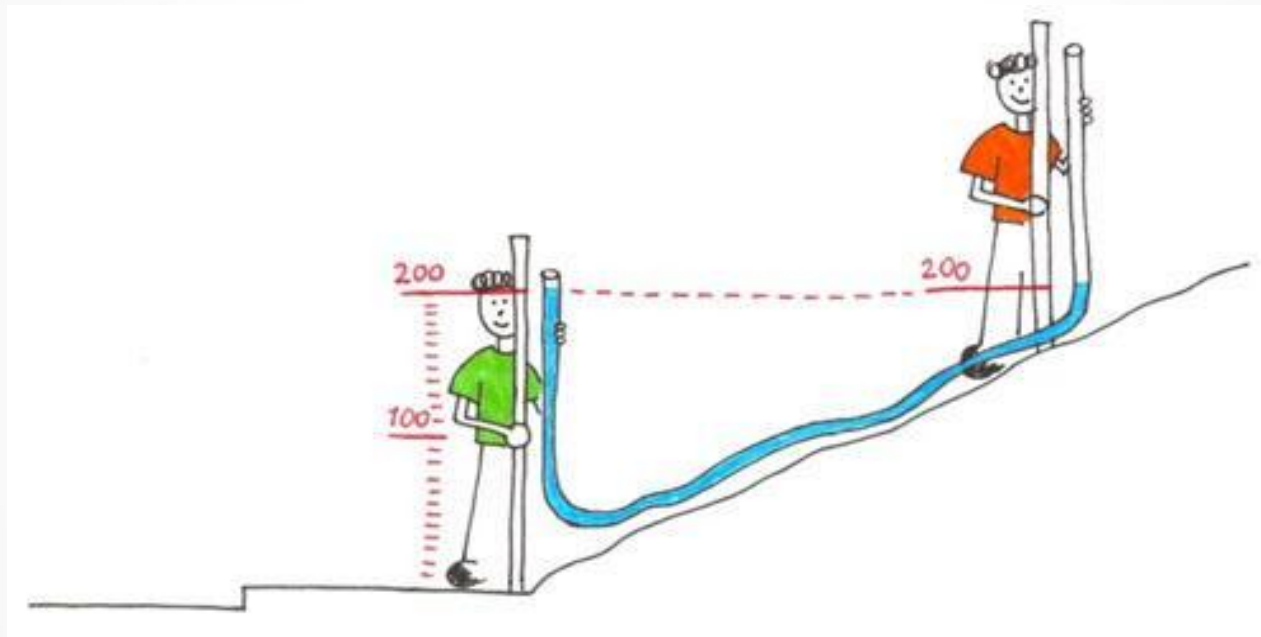
Um líquido em equilíbrio hidrostático, contido num recipiente conectado, sobe até a mesma altura em todas as regiões!





# Vasos Comunicantes

**Um líquido em equilíbrio hidrostático, contido num recipiente conectado, sobe até a mesma altura em todas as regiões!**

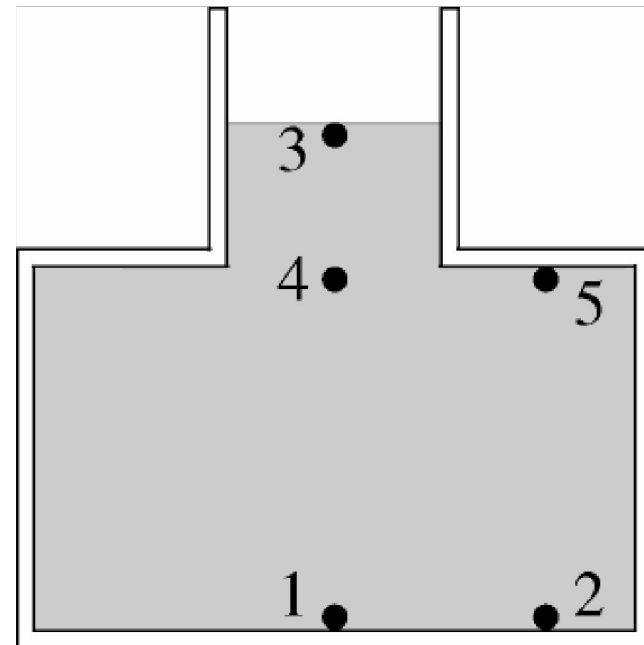


A mangueira de nível, utilizada na construção civil, é uma aplicação prática deste fenômeno!

## Teste Conceitual 15.3

Supondo que o fluido na figura está todo em equilíbrio estático, a pressão no ponto 5 é

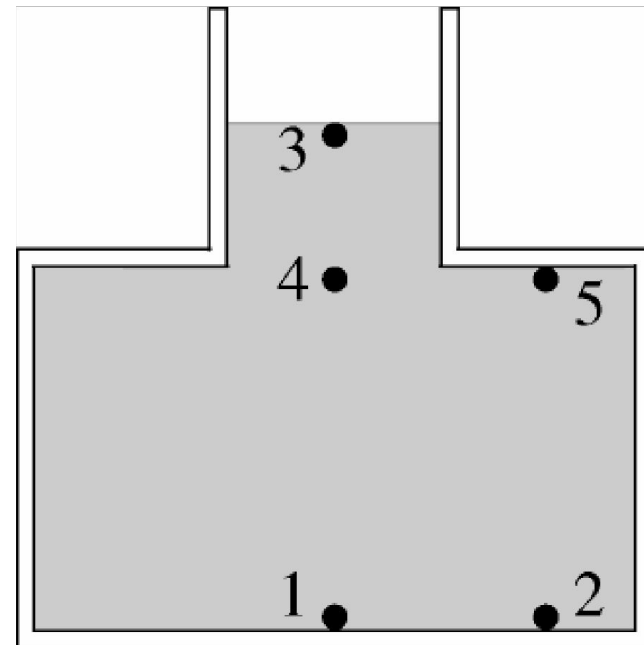
- A) Maior que a do ponto 4
- B) Igual à do ponto 4
- C) Menor que a do ponto 4
- D) Não dá para determinar



## Teste Conceitual 15.3

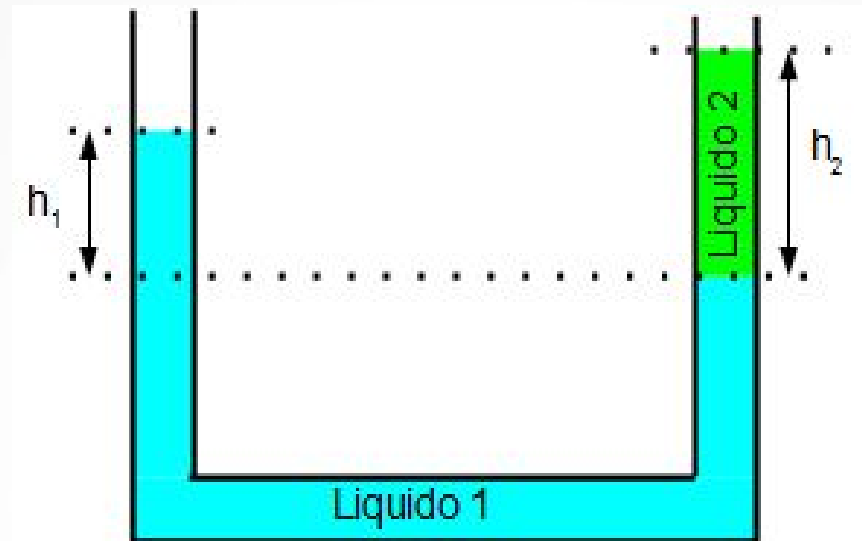
Supondo que o fluido na figura está todo em equilíbrio estático, a pressão no ponto 5 é

- A) Maior que a do ponto 4
- B) Igual à do ponto 4**
- C) Menor que a do ponto 4
- D) Não dá para determinar



**Se abrirmos um furo no ponto 5, sairá um esguicho!**

## Aplicação: Tubo em U com dois líquidos distintos.



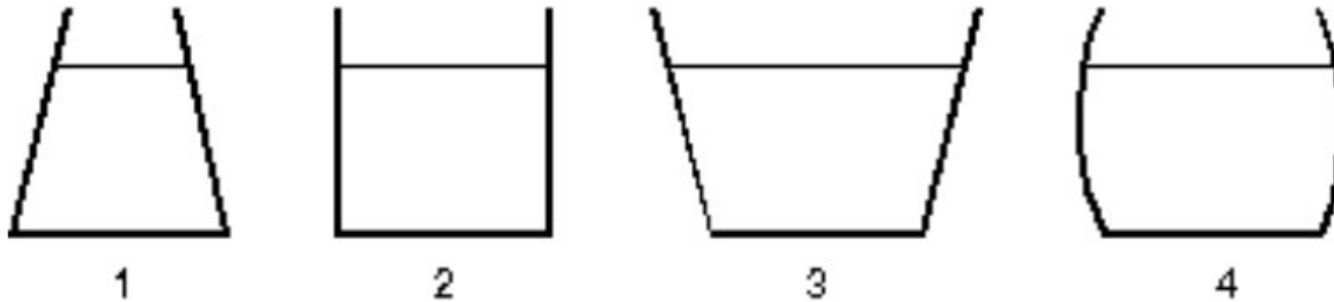
Pela Lei de Stevin, a diferença de pressão entre dois pontos de um líquido é cte, dependendo apenas do desnível entre esses pontos.

Logo, **se produzirmos uma variação de pressão num ponto do líquido, essa variação se transmite igualmente a todos os pontos do líquido.** Esse conceito é conhecido por

**“Princípio de Pascal”**

V. exemplo 15.4

## Teste Conceitual 15.4

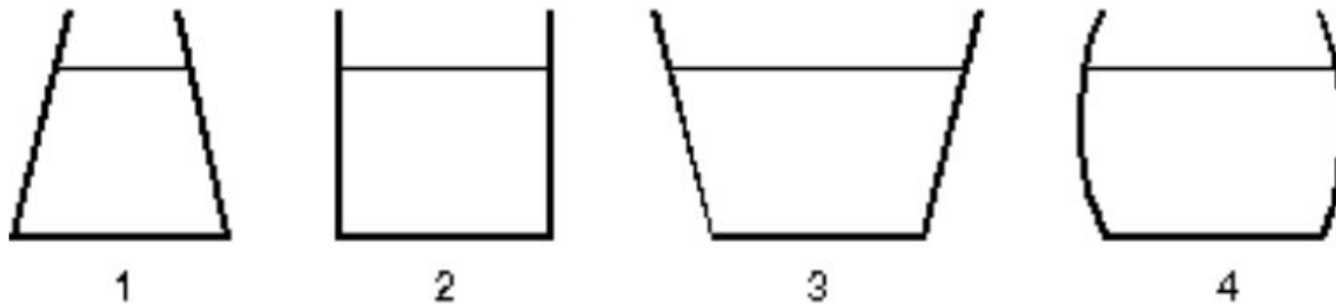


As vasilhas de água mostradas acima têm formatos e volumes diferentes, mas a mesma área de fundo, e estão preenchidas até a mesma altura.

Considere a força total exercida pela água no fundo de cada vasilha. Podemos dizer que

- A)  $F_1 < F_2 < F_4 < F_3$
- B)  $F_3 < F_4 < F_2 < F_1$
- C)  $F_1 < F_2 = F_4 < F_3$
- D)  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$

## Teste Conceitual 15.4



As vasilhas de água mostradas acima têm formatos e volumes diferentes, mas a mesma área de fundo, e estão preenchidas até a mesma altura.

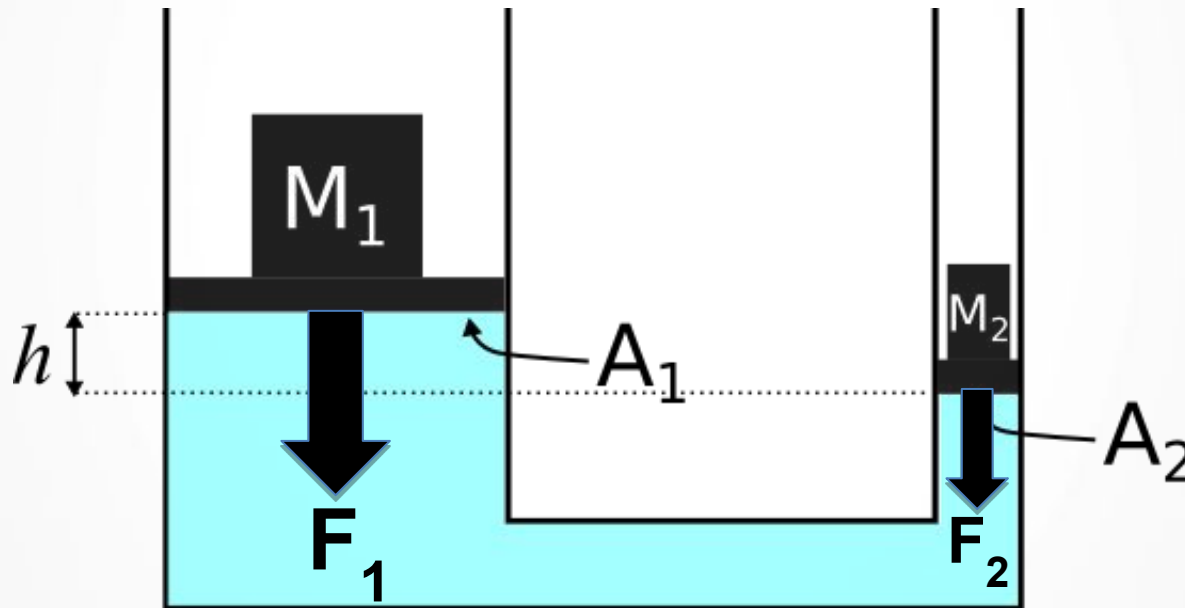
Considere a força total exercida pela água no fundo de cada vasilha. Podemos dizer que

- A)  $F_1 < F_2 < F_4 < F_3$
- B)  $F_3 < F_4 < F_2 < F_1$
- C)  $F_1 < F_2 = F_4 < F_3$
- D)  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$**

# Aplicação: Elevador Hidráulico

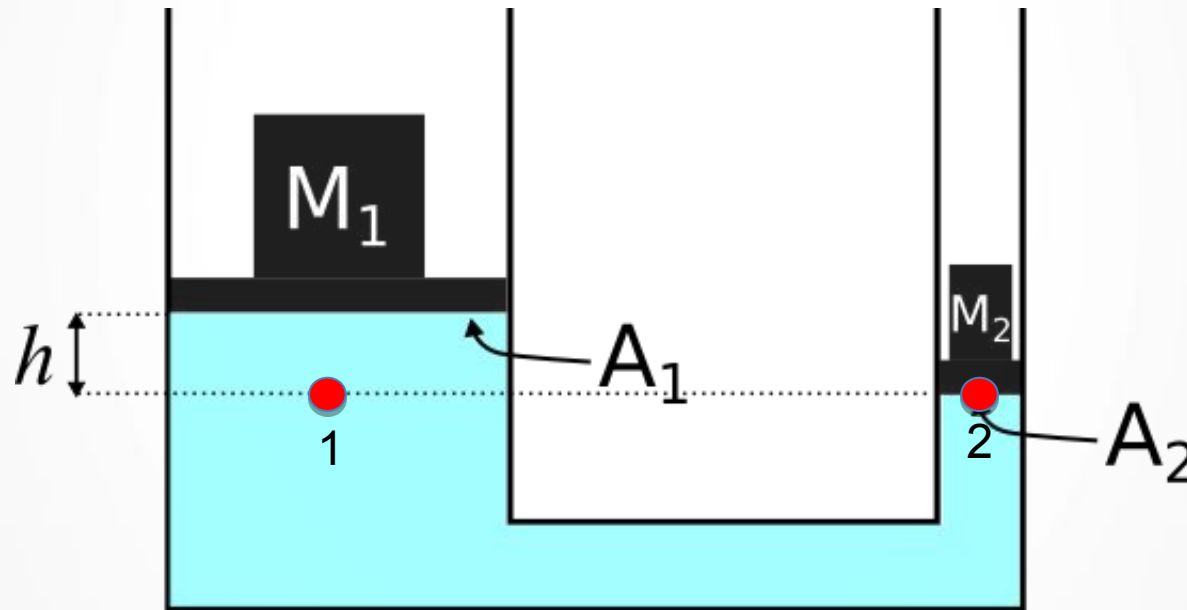
→ Multiplicação da força (usado p.ex num elevador de oficina mecânica)

“Uma pequena massa pode equilibrar uma massa gigante...”



# Aplicação: Elevador Hidráulico

→ Multiplicação da força (usado p.ex num elevador de oficina mecânica)

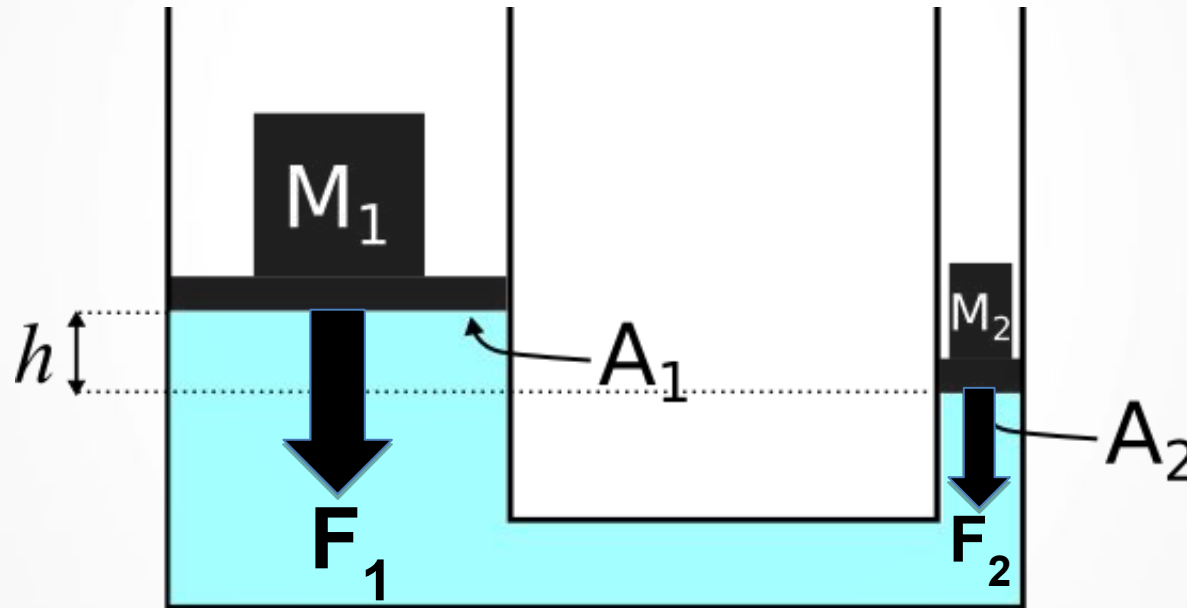


$$p_1 = p_2 \Rightarrow p_0 + \frac{F_1}{A_1} + \rho gh = p_0 + \frac{F_2}{A_2}$$



# Aplicação: Elevador Hidráulico

→ Multiplicação da força (usado p.ex num elevador de oficina mecânica)



$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} + \rho gh$$

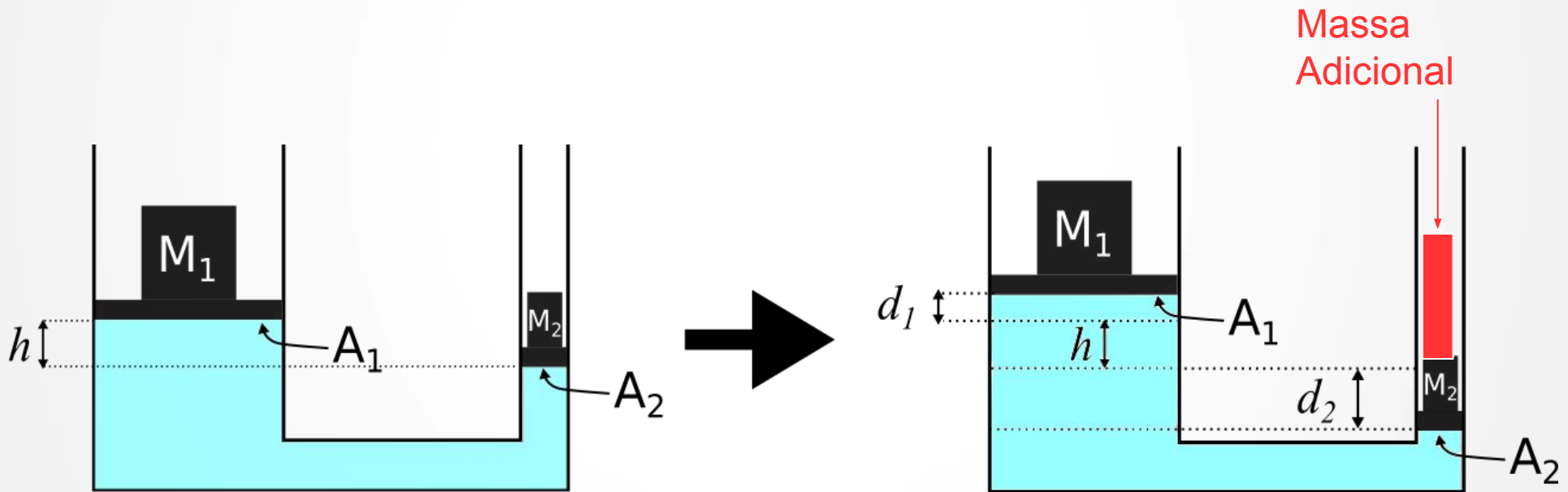
→ Uma peq. força numa peq. área equilibra uma gde força numa gde área!

Olhar o problema resolvido 15.7!

# Aplicação: Elevador Hidráulico

→ Multiplicação da força (usado p.ex num elevador de oficina mecânica)

De quanto subirá o pistão 1 se deslocamos o pistão 2 para baixo, colocando, por exemplo, uma massa adicional?



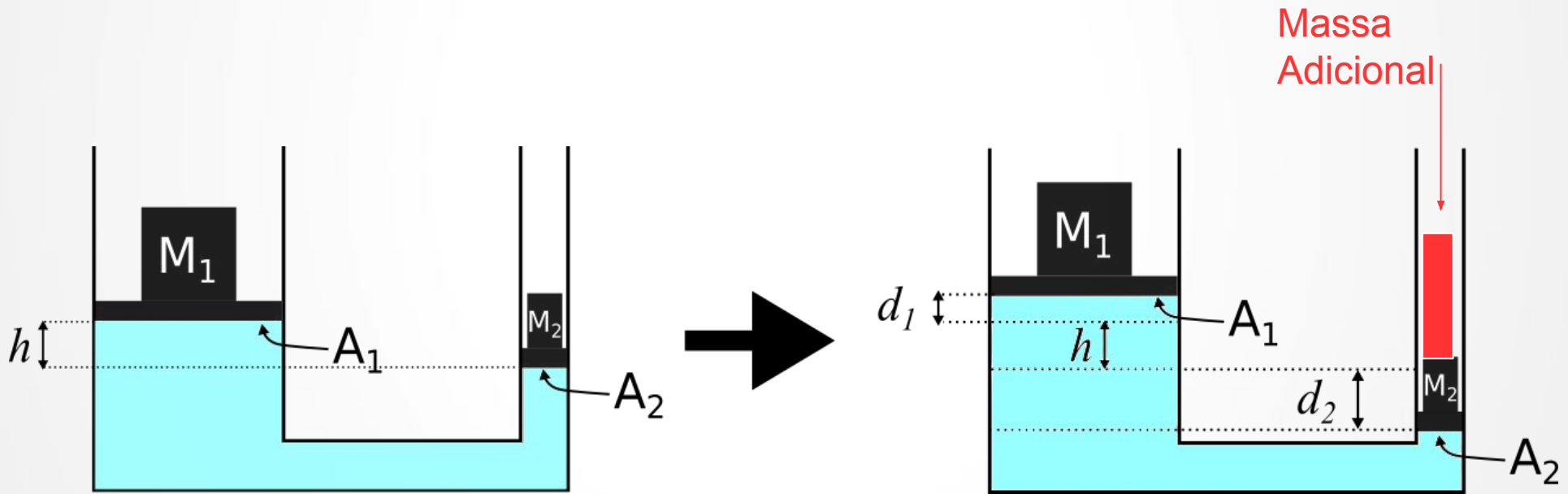
Como o líquido é incompressível:

$$d_1 = d_2 \frac{A_2}{A_1}$$

# Aplicação: Elevador Hidráulico

→ Multiplicação da força (usado p.ex num elevador de oficina mecânica)

Qual deve ser a força adicional para levantar o pistão 1 de uma distância  $d_1$ ?



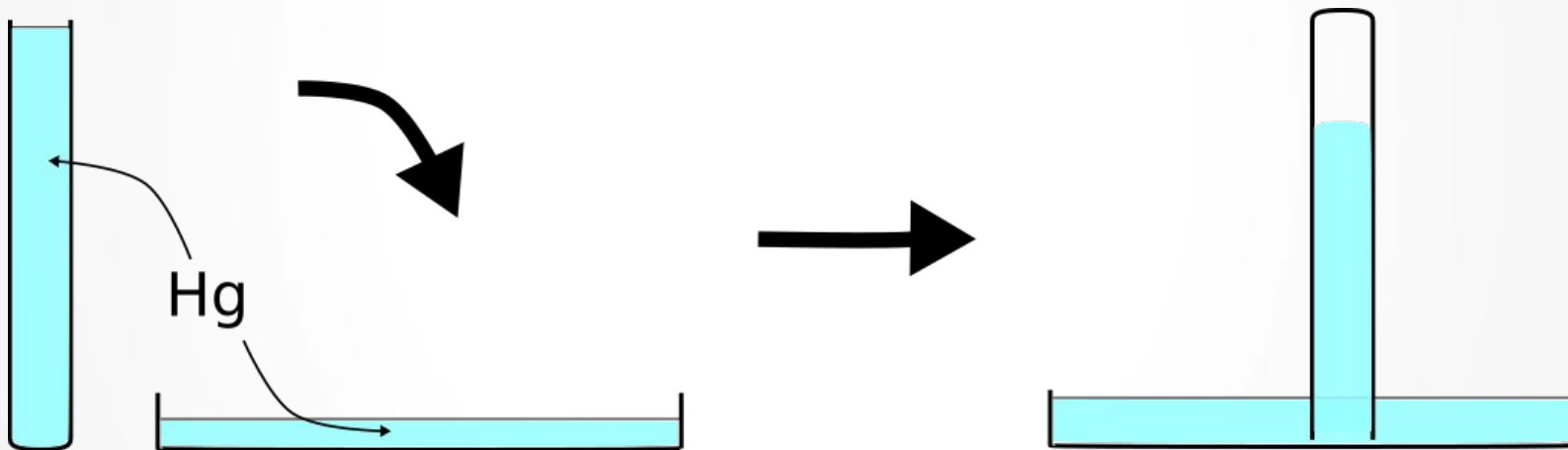
$$F'_2 - F_2 = \rho g d_1 (A_1 + A_2)$$

→ Olhar o problema resolvido 15.7!

**Qual a força exercida pelo ar em nosso antebraço?**

## Medidores de Pressão: Barômetro de mercúrio

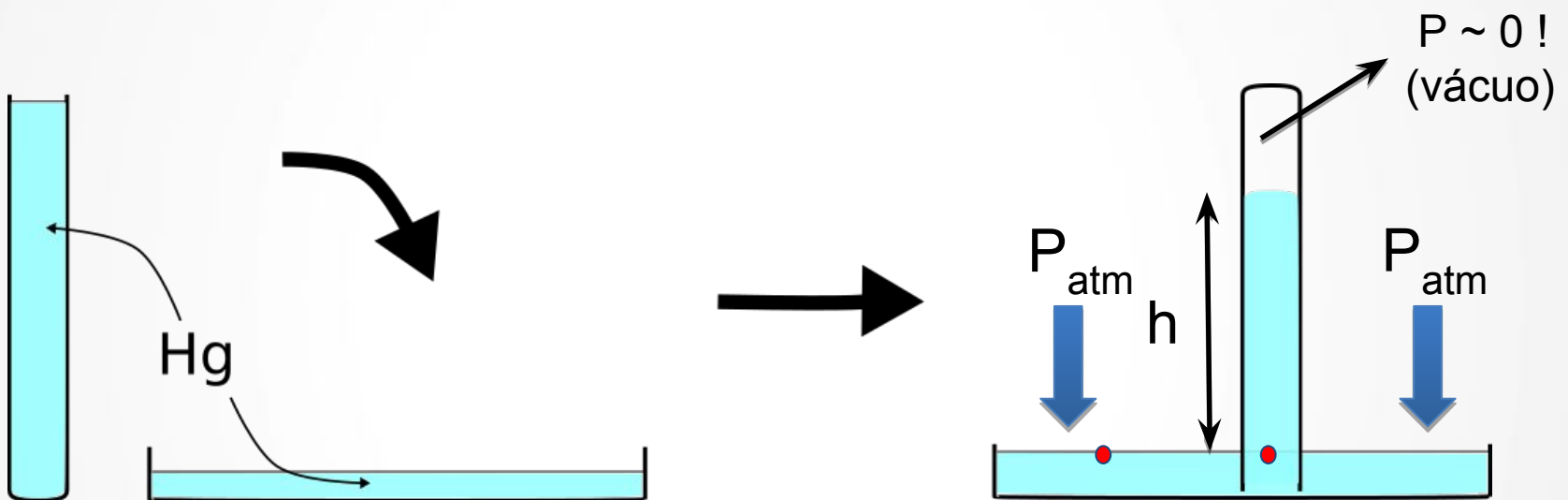
(Hg é um metal líquido à temp. ambiente, com  $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg / m}^3$ )



Por que o líquido não escorre totalmente?

## Medidores de Pressão: Barômetro de mercúrio

(Hg é um metal líquido à temp. ambiente, com  $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg / m}^3$ )



$$P_{\text{atm}} = \rho_{\text{Hg}} g h$$

Na altura do mar e a  $0^\circ\text{C}$ ,  $h = 0,760 \text{ m} \rightarrow P_{\text{atm}} = 101,3\text{kPa}$

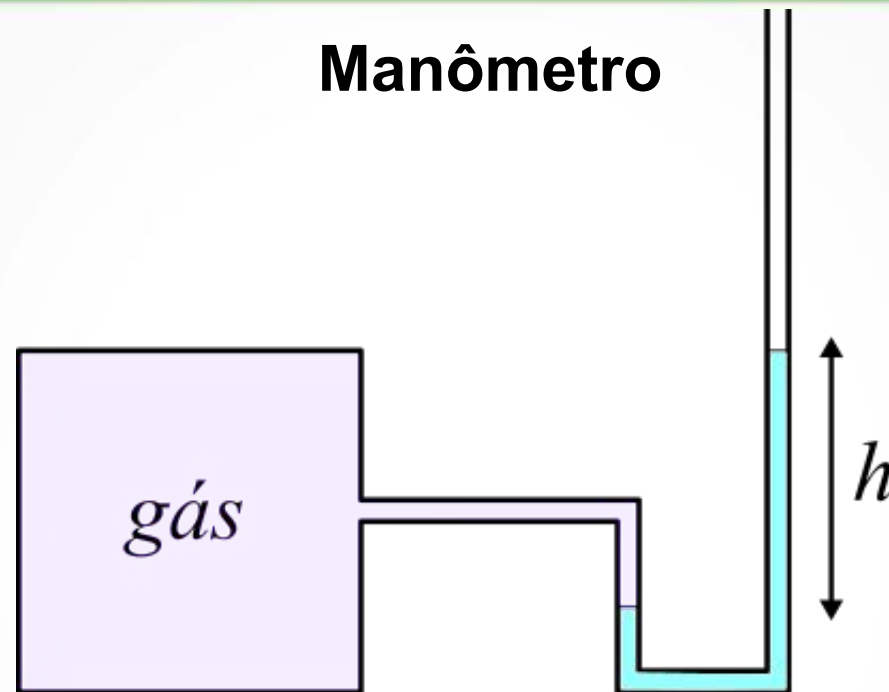
## Outras unidades de pressão

Por tradição, em muitas situações práticas usa-se unidades de pressão diferentes do Pascal

**TABELA 15.2** Unidades de pressão

Unidade	Abreviação	Valor correspondente a 1 atm	Usos
pascal	Pa	101,3 kPa	unidade do SI: 1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup>
atmosfera	atm	1 atm	geral
milímetros de mercúrio	mm de Hg	760 mm de Hg	pressão barométrica e gases
polegadas de mercúrio	pol	29,92 polegadas	pressão barométrica nas previsões de tempo nos EUA
libras por polegada quadrada	psi	14,7 psi	engenharia e indústria
100kPa	bar	1,013 bar	geral – útil pois é quase igual a 1 atm mas é um ‘numero redondo’ no SI

# Medidores de Pressão



A altura  $h$  fornece a pressão do gás.

$$p_m = \text{pressão manométrica} = p_{\text{gás}} - 1\text{atm} = \rho gh$$

Ex: medidores de pressão de pneu em postos de gasolina

**Obs: A pressão manométrica pode ser nula ou mesmo negativa!**

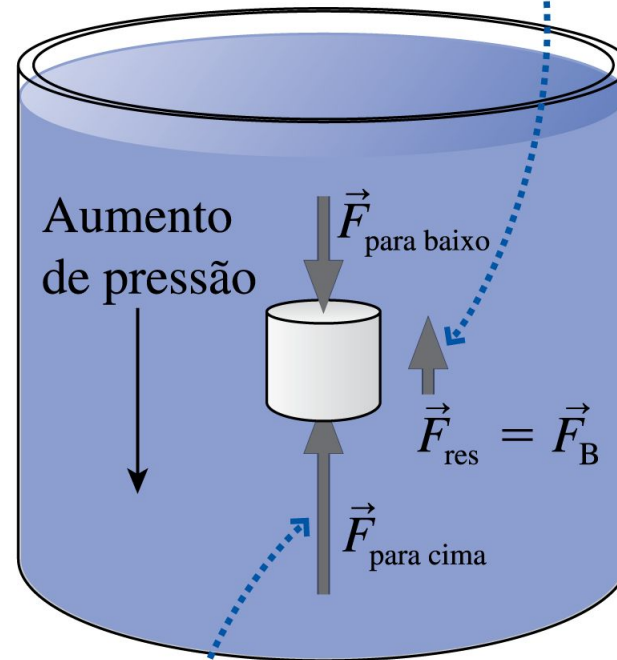


# Empuxo

Considere um objeto cilíndrico de um material qualquer, submerso em um fluido.

Como a pressão aumenta com a profundidade, a força sobre o objeto devido ao contato com o fluido é diferente de zero e aponta **para cima**.

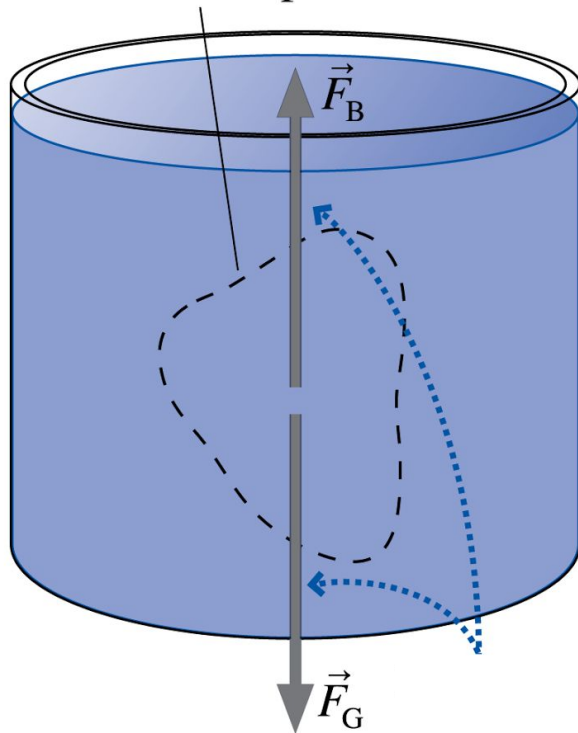
A força resultante do fluido sobre o cilindro é a força de empuxo  $\vec{F}_B$ .



$F_{\text{para cima}} > F_{\text{para baixo}}$  porque a pressão é maior no fundo. Logo, o fluido exerce uma força resultante orientada para cima.

# A mesma conclusão se aplica para objetos de **qualquer** formato, total ou parcialmente submersos no fluido

(a) Limite imaginário em torno de uma parcela de fluido

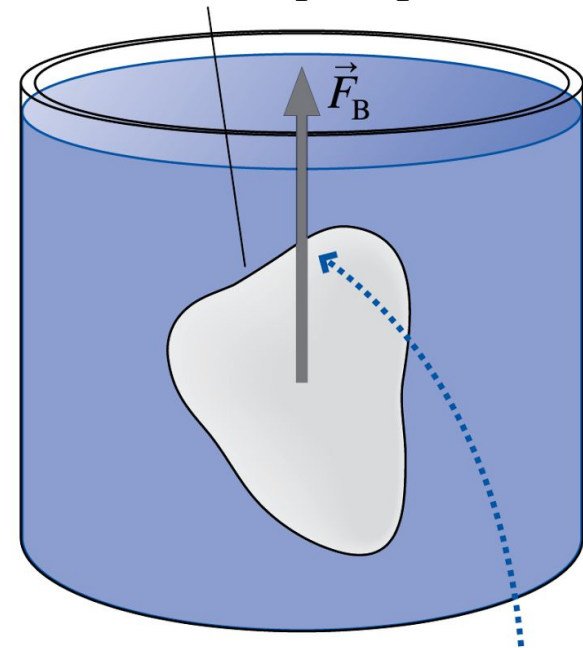


$F_B$  = força de empuxo sobre o volume tracejado devido ao resto do fluido

$F_G$  = peso do volume tracejado de fluido

Num fluido em equilíbrio:  $F_B + F_G = 0$

(b) Objeto real de mesmo tamanho e formato que a parcela do fluido



O objeto sofre a MESMA força de empuxo vertical que seria sentida sobre o volume de fluido que ele deslocou, pois o restante do fluido não foi alterado

# Princípio de Arquimedes

A noção da força de empuxo dá origem a um princípio muito importante e básico para a descrição de sistemas flutuantes e/ou submersos como os barcos e submarinos

## Princípio de Arquimedes:

**“Um corpo total ou parcialmente imerso num fluido recebe um empuxo igual e contrário ao peso da porção de fluido deslocado e aplicado no centro de gravidade do referido fluido deslocado.”**

Arquimedes de Siracusa, no seu livro “Sobre corpos flutuantes” (séc III A.C.)



# Princípio de Arquimedes

## Princípio de Arquimedes:

**“Um corpo total ou parcialmente imerso num fluido recebe um empuxo igual e contrário ao peso da porção de fluido deslocado e aplicado no centro de gravidade do referido fluido deslocado.”**

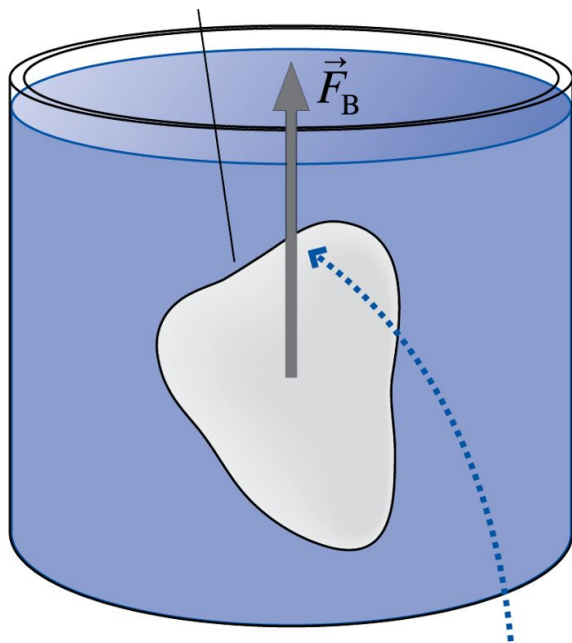
Arquimedes de Siracusa, no seu livro  
“Sobre corpos flutuantes” (séc III A.C.)



único exemplar existente do texto grego original, copiado por volta do ano 1000 DC e só encontrado em 1906 “escondido” atrás de outro texto do século XIII. Vejam <http://archimedespalimpsest.org>

# Princípio de Arquimedes

Matematicamente ....



$F_B$  força de empuxo

Sendo  $m_f = \rho_f V_f$

fluido deslocado

$$F_B = \rho_f V_f g$$

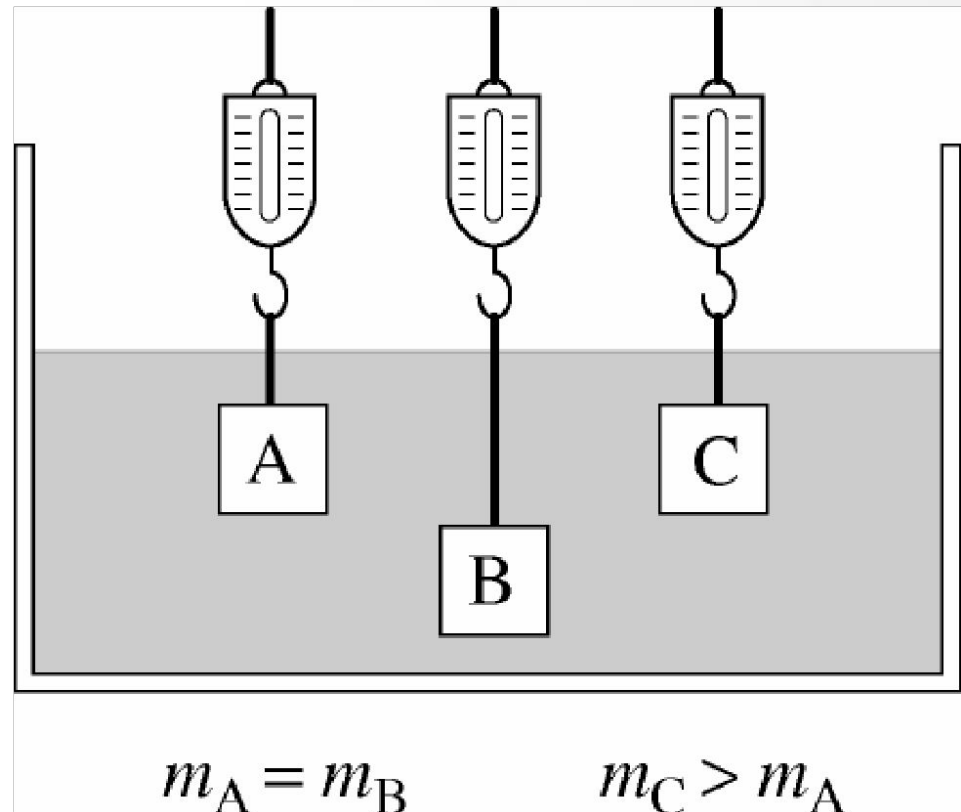
Não confunda densidade e volume do fluido deslocado com a densidade e volume do objeto!

## Teste Conceitual 15.5

Três blocos de mesmo tamanho e com as massas indicadas estão suspensos de balanças enquanto são mergulhados num fluido, conforme a figura.

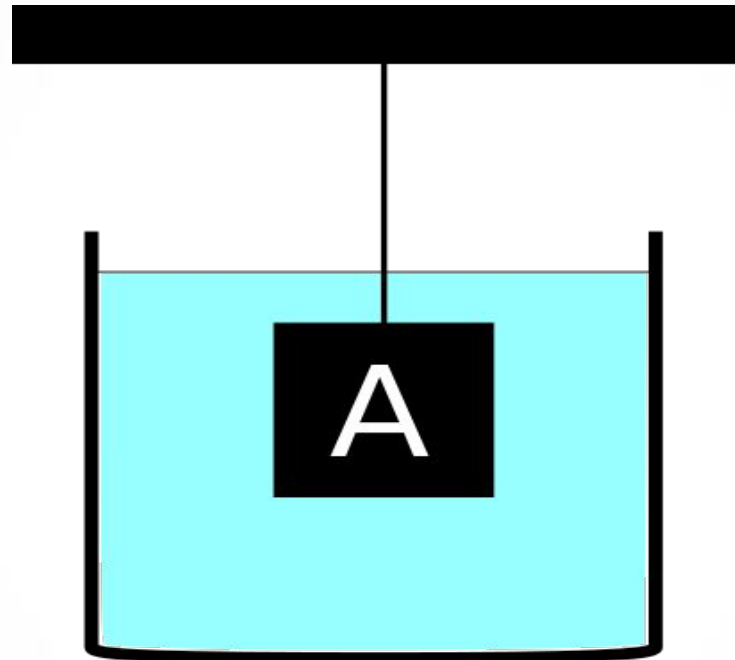
P: como se ordenam os pesos aparentes dos blocos, conforme medidos pelas balanças?

(Obs: Assuma que os fios são inextensíveis e de massa desprezível)



- A)  $P_A^{\text{apar}} = P_C^{\text{apar}} < P_B^{\text{apar}}$   
 B)  $P_A^{\text{apar}} = P_C^{\text{apar}} < P_B^{\text{apar}}$   
 C)  $P_A^{\text{apar}} < P_B^{\text{apar}} < P_C^{\text{apar}}$   
 D)  $P_A^{\text{apar}} = P_B^{\text{apar}} = P_C^{\text{apar}}$

**Problema: Qual a Tensão no barbante da figura abaixo?**

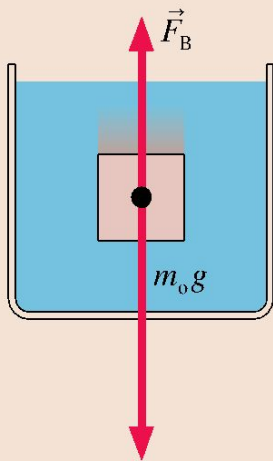


Fluido: Álcool Etílico – bloco: Alumínio sólido com volume  $100\text{cm}^3$ .

$$\rho_{\text{álcool}} = 790 \text{ kg/m}^3 / \rho_{\text{Al}} = 2700 \text{ kg/m}^3$$

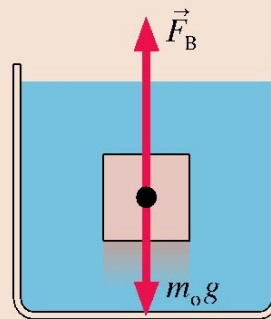
# Empuxo e Flutuação

$$\rho_o > \rho_f$$



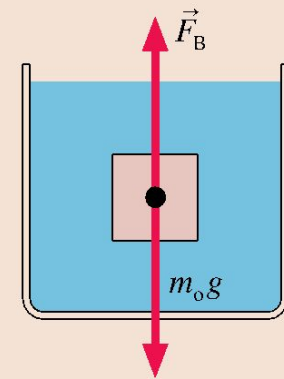
Objeto afunda

$$\rho_o < \rho_f$$



Objeto sobe até a superfície,  
onde flutua parcialmente submerso

$$\rho_o = \rho_f$$

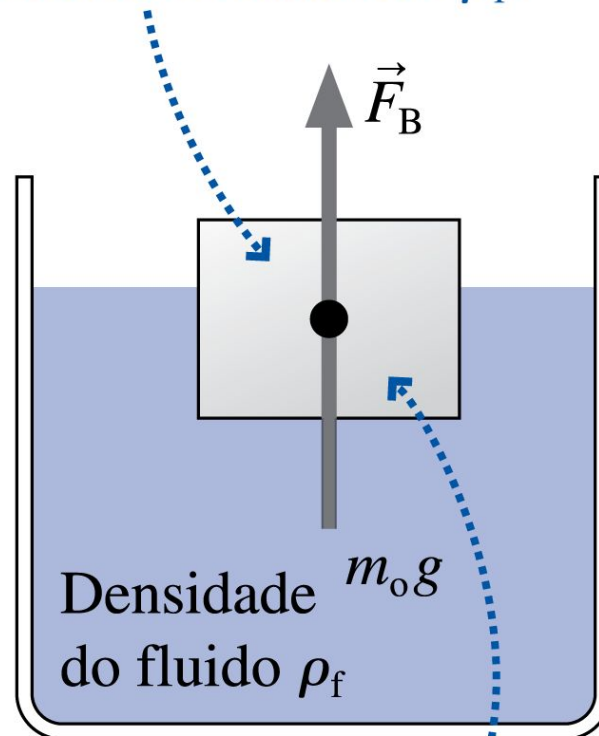


Objeto em equilíbrio  
hidrostático



# Empuxo e Flutuação

Um objeto de densidade  $\rho_o$  e volume  $V_o$  está flutuando num fluido de densidade  $\rho_f$ .

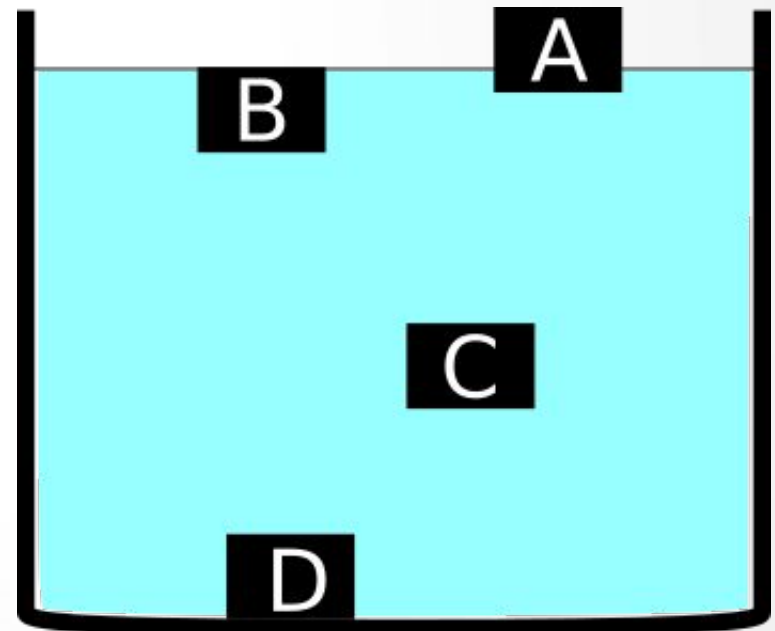


O volume submerso do objeto é igual ao volume  $V_f$  do objeto do fluido deslocado.

## Teste Conceitual 15.6

Os blocos A, B, C e D têm o mesmo volume, e se equilibram nas posições indicadas. Determine a sequência correta referente aos Empuxos sobre cada um deles.

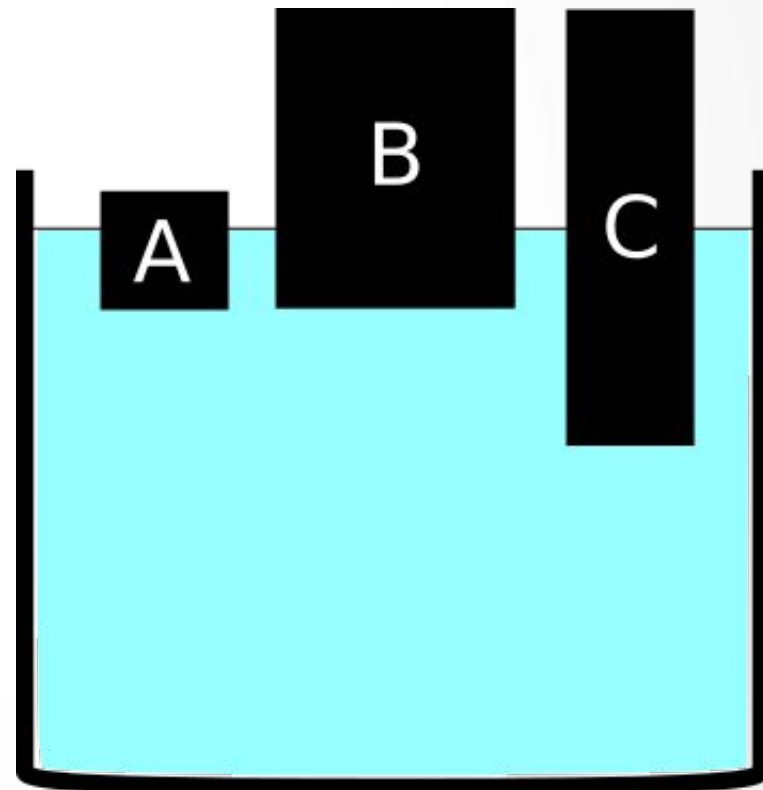
- (A)  $E_A < E_B = E_C = E_D$   
(B)  $E_A < E_B < E_C < E_D$   
(C)  $E_A < E_B = E_C < E_D$   
(D)  $E_D < E_C < E_B < E_A$



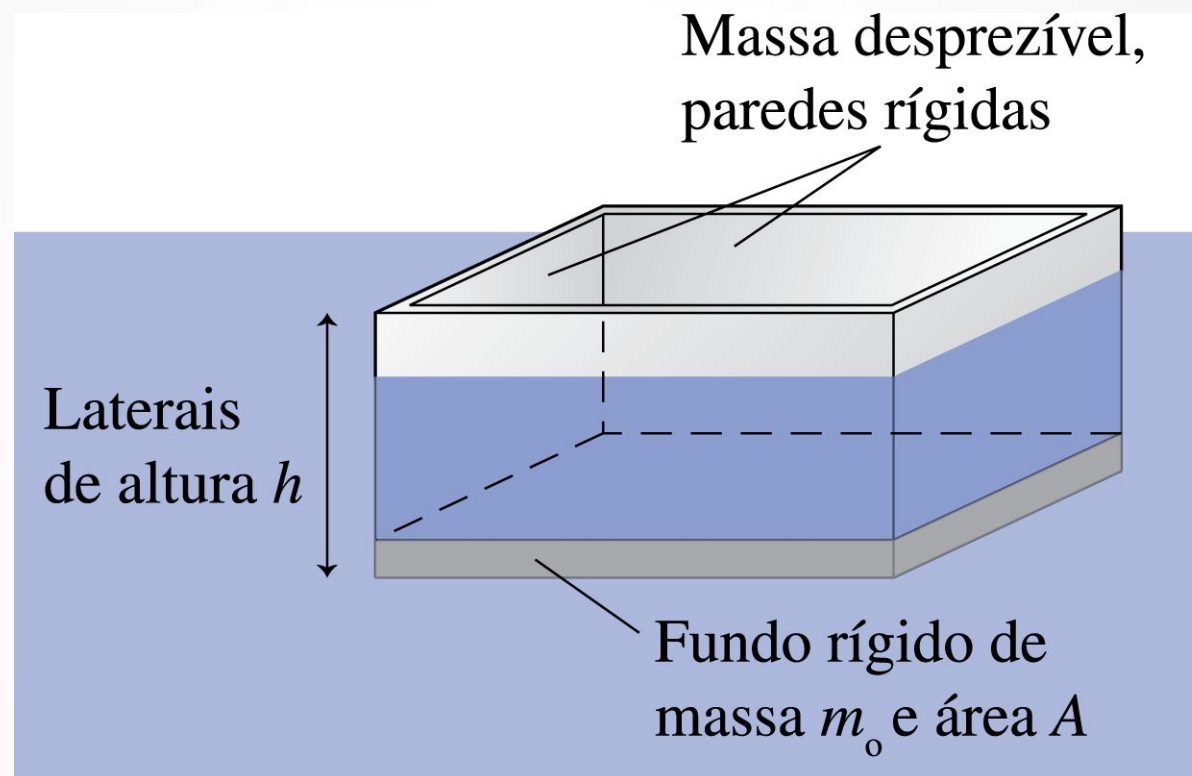
## Teste Conceitual 15.7

Ordene as densidades dos três blocos.

- (A)  $\rho_A < \rho_C < \rho_B$
- (B)  $\rho_A = \rho_B < \rho_C$
- (C)  $\rho_B = \rho_C < \rho_A$
- (D)  $\rho_B < \rho_C < \rho_A$



# Flutuação: “modelo” para um barco



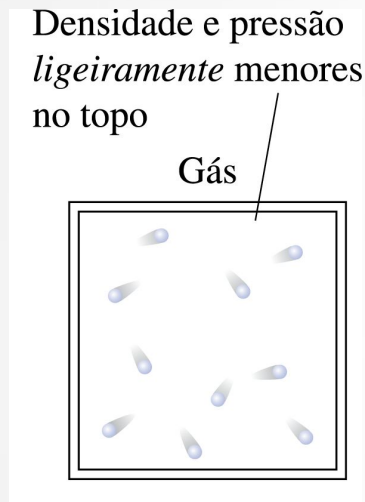
## Teste Conceitual 15.8

Água salgada é mais densa que água doce. Um navio flutua tanto na água doce quanto na água salgada. Comparado com a água doce, o volume deslocado pelo casco do navio na água salgada é:

- (A) maior que o volume da água doce.
- (B) menor que o volume da água doce.
- (C) igual ao volume da água doce.
- (D) impossível determinar sem saber o valor da pressão atmosférica.

# Pressão em gases

Atenção: a Lei de Stevin **não** se aplica no caso de fluidos compressíveis (ex: gases)



$$~~p(h) = p_0 + \rho gh~~$$

Paredes de um recipiente imaginário

Ar

Espaço

Terra

1. A densidade e a pressão do ar são maiores na superfície terrestre.
2. Devido a gravidade, a densidade e a pressão diminuem com o aumento da altitude.
3. A densidade e a pressão se aproximam de zero no espaço sideral.

Nesse caso, pode-se mostrar que, num recipiente a temperatura constante, vale a relação

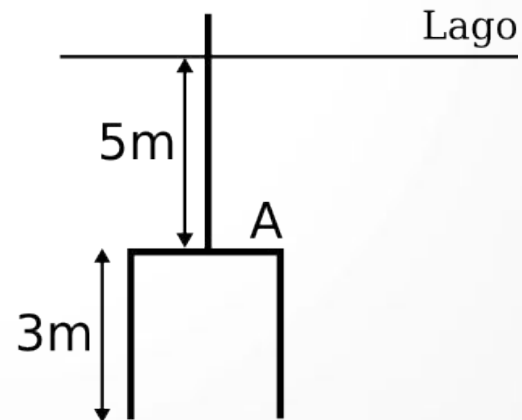
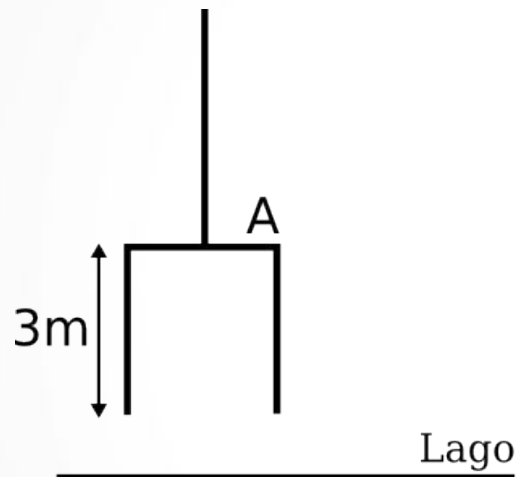
$$P(z) \sim P_0 \exp(-z / z_0)$$

onde (na Terra)  $z_0 \sim 8,5$  km!

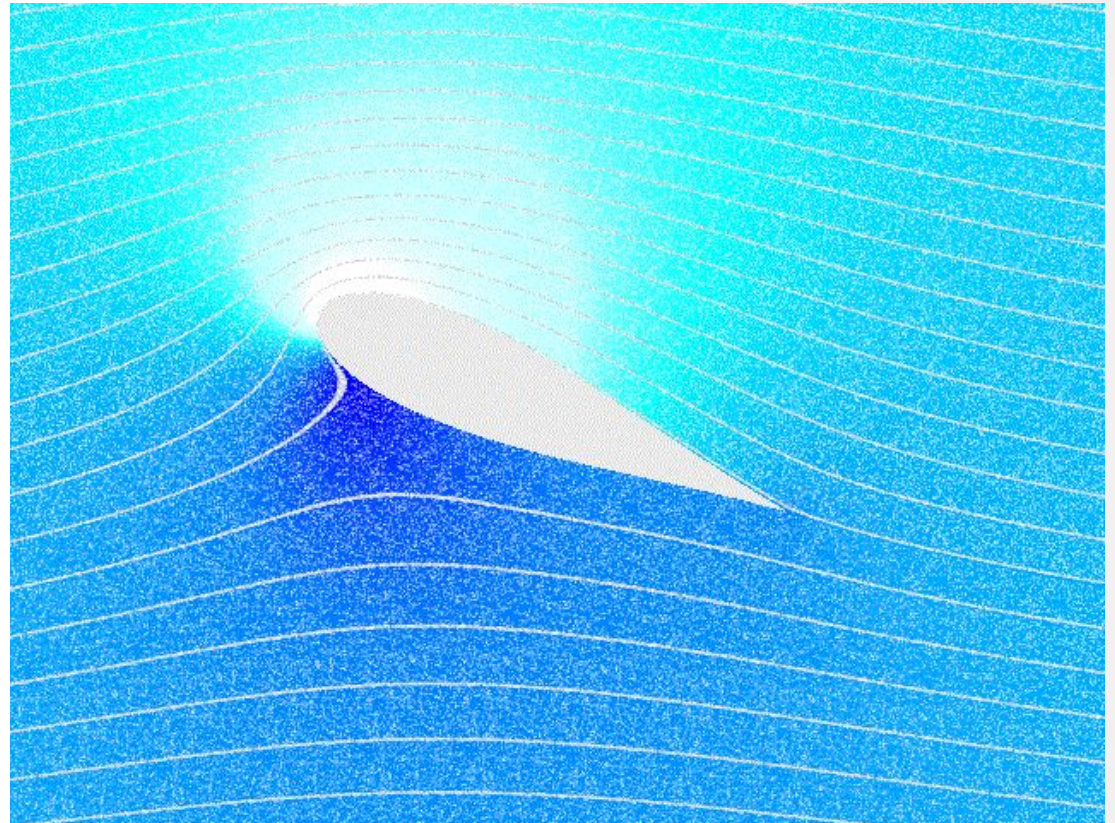
Assim, para recipientes pequenos,  $P(z) \sim$  constante

## Problema – Para o lar

Que fração do volume da campânula é ocupada pela água?



# Hidrodinâmica : Fluidos em movimento





# Hidrodinâmica : Fluidos em movimento

**Porém, entender o movimento de fluidos reais no caso mais geral é um dos problemas mais difíceis da Física !**

Vórtices

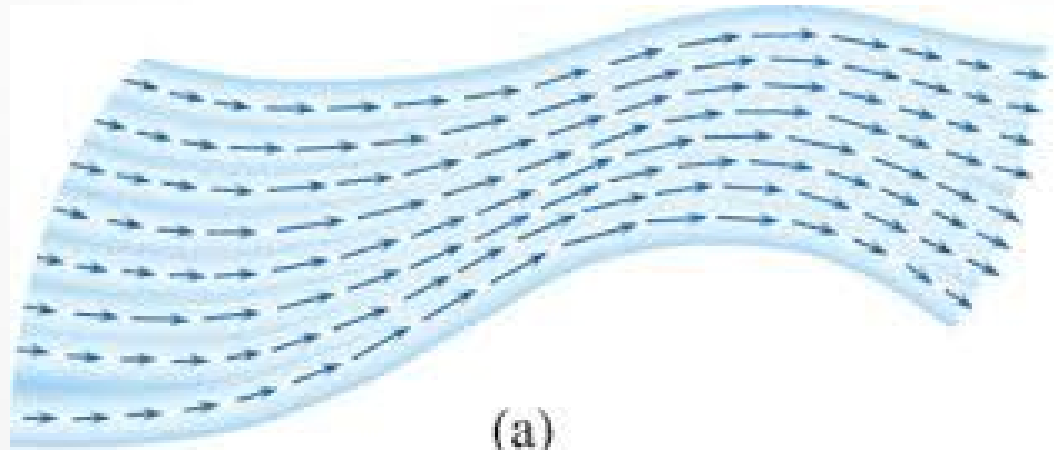


Turbulência

# Hidrodinâmica : Fluidos em movimento

Aqui vamos nos restringir inicialmente a situações idealizadas, suficientes para uma 1ª aproximação. Vamos supor que o fluido:

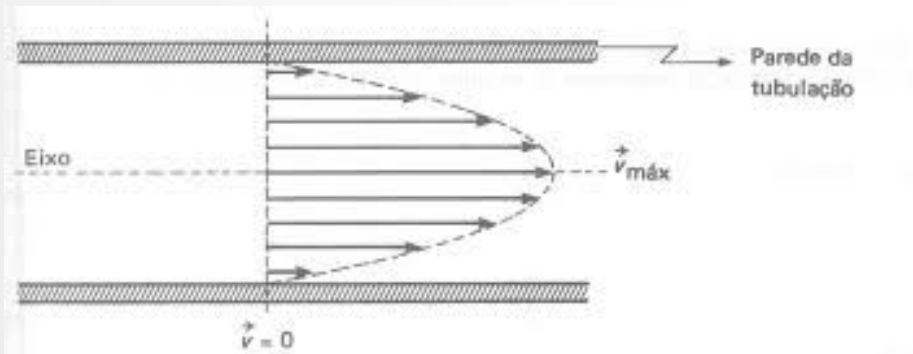
- é **incompressível**
- Flui de forma **estacionária**: a **velocidade das partículas passando por um dado ponto do fluido não muda no tempo.**



# Hidrodinâmica : Fluidos em movimento

- **não possui viscosidade** ou seja, desprezaremos o atrito entre as partículas do fluido, bem como com as paredes ao longo dos quais ocorre um escoamento.

um fluido viscoso  
“agarra nas paredes”

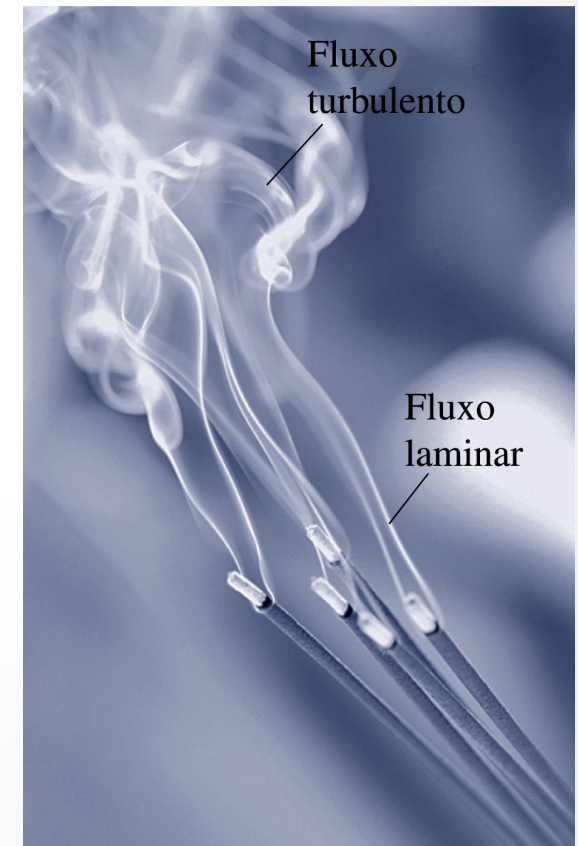
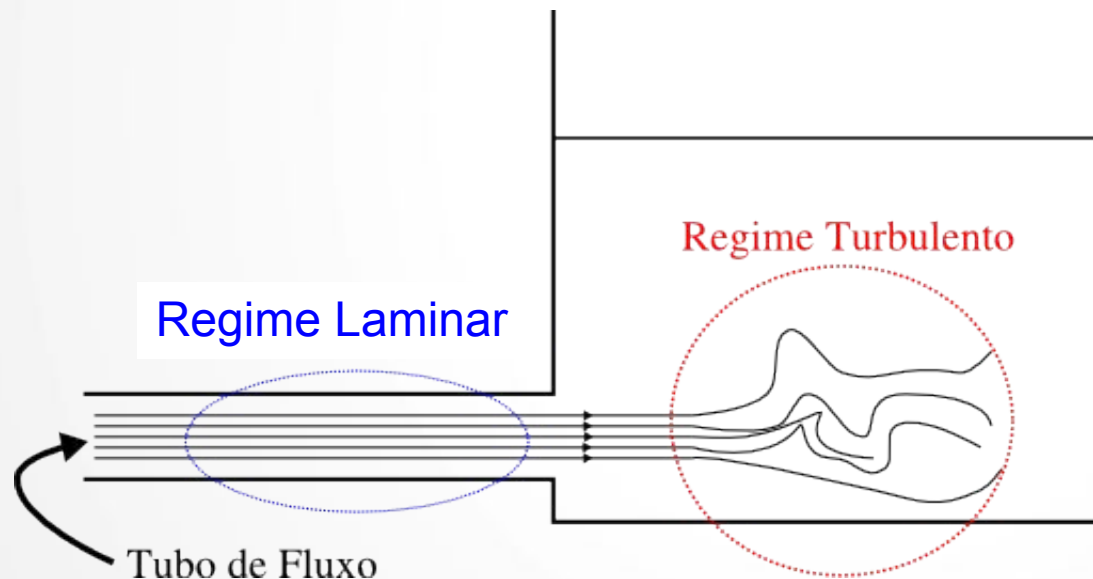


óleo lubrificante com diferentes viscosidades.

Obs: A viscosidade é essencial para compreender o comportamento de fluidos em muitas situações reais – desprezá-la é “como estudar as propriedades da água seca” (R. Feynman).

# Fluxo laminar

Um fluxo estacionário é chamado de fluxo laminar, oposto de fluxo turbulento.

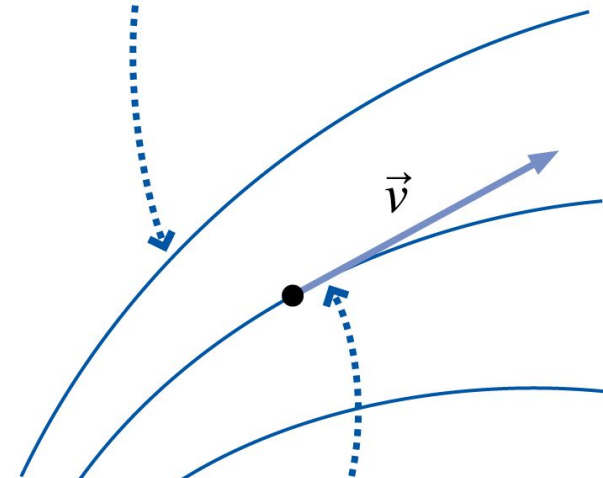


# Linhas de Fluxo e tubos de fluxo

**Linha de fluxo** : trajetória seguida por uma partícula qualquer em um fluido em movimento estacionário.



1. Linhas de fluxo nunca se cruzam.



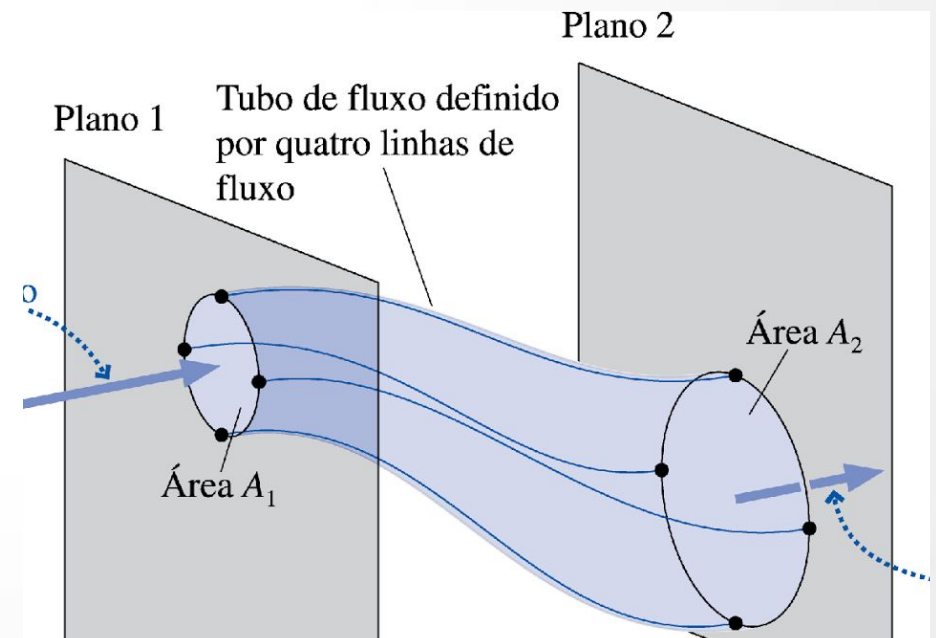
2. A velocidade da partícula do fluido é tangente à linha de fluxo.

3. A velocidade é maior onde as linhas de fluxo estão mais próximas.

# Linhas de Fluxo e tubos de fluxo

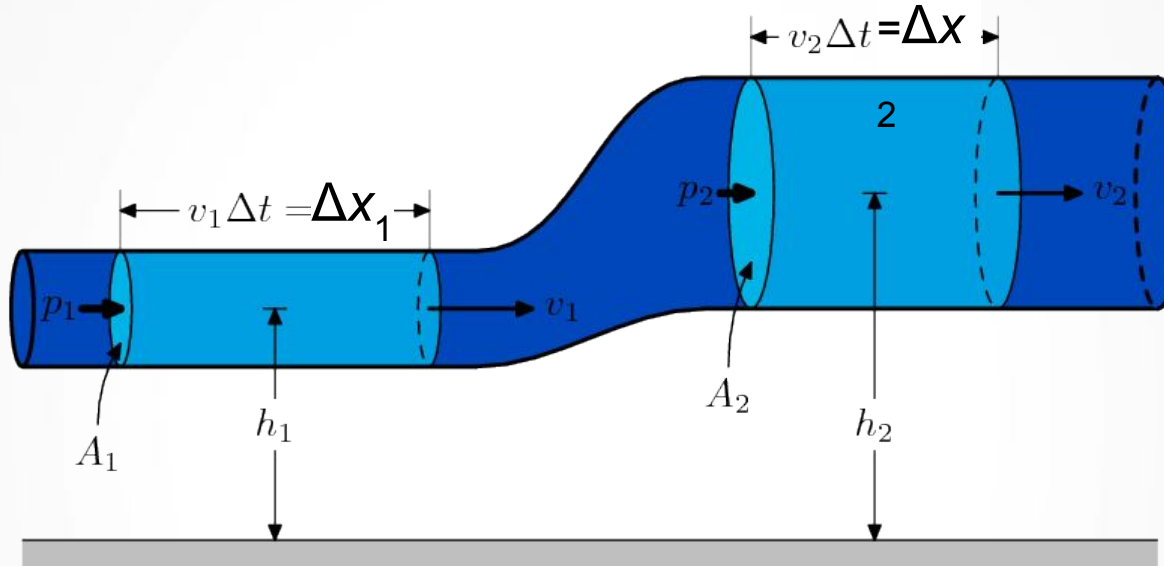
**Linha de fluxo** : trajetória seguida por uma partícula qualquer em um fluido em movimento estacionário.

**Tubo de fluxo**: feixe de linhas de fluxo que atravessa uma determinada área do fluido



# Equação da Continuidade

Considerando o movimento de um fluido em um tubo de fluxo

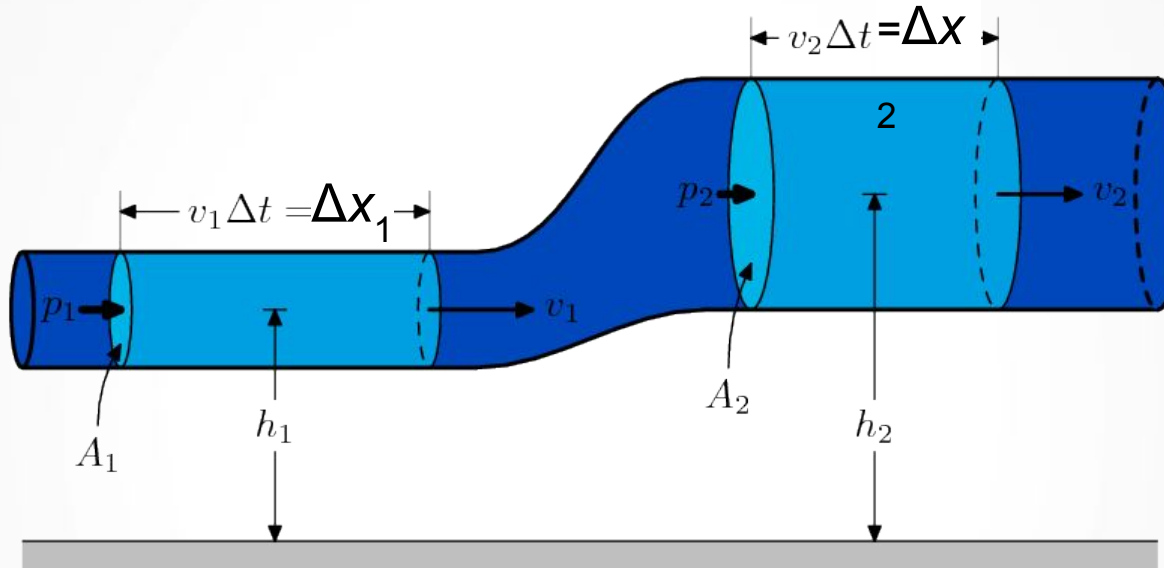


Em  $\Delta t$  um vol  $V_1$  do líquido atravessa  $A_1$ . Se a velocidade do fluido é  $v_1$ ,

$$V_1 = A_1 v_1 \Delta t$$

# Equação da Continuidade

Considerando o movimento de um fluido em um tubo de fluxo



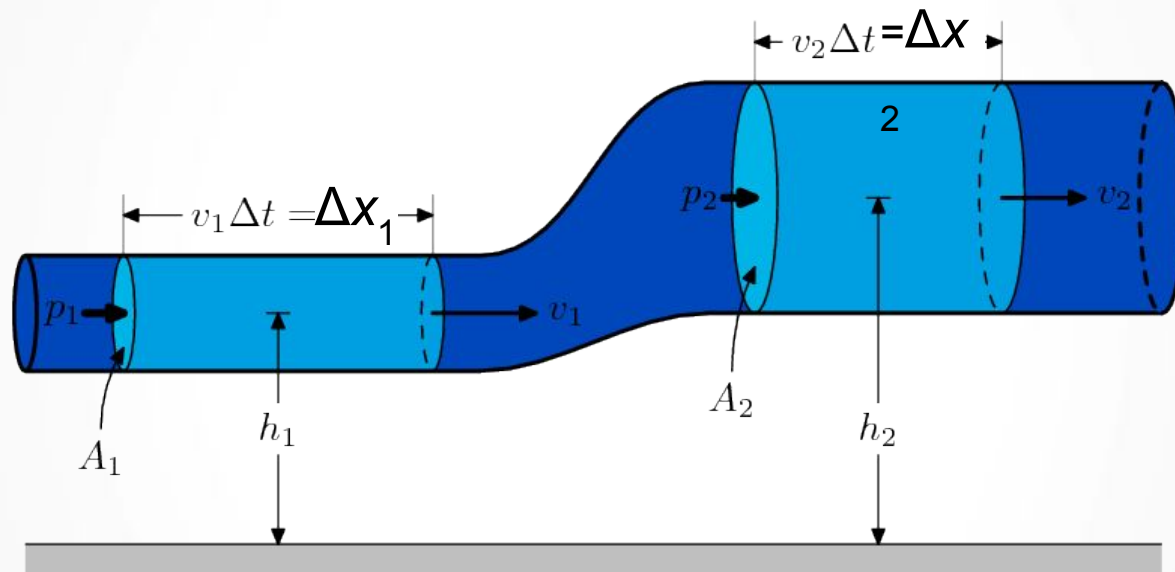
A mesma análise pode ser feita para  $A_2$ , de forma que em  $\Delta t$ , um vol  $V_2$  do líquido atravessa  $A_2$ . Neste caso, a velocidade do fluido é  $v_2$ ,

$$V_2 = A_2 v_2 \Delta t$$



# Equação da Continuidade

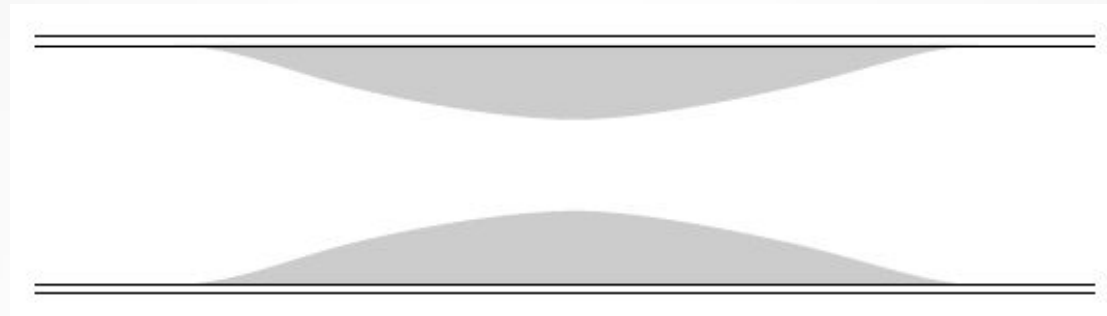
Como o fluido não é criado e nem destruído entre  $A_1$  e  $A_2$ ,



$$V_1 = V_2 \mapsto A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t$$

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2} = Q \text{ (vazão de volume)} \\ \text{[m}^3\text{/s]}$$

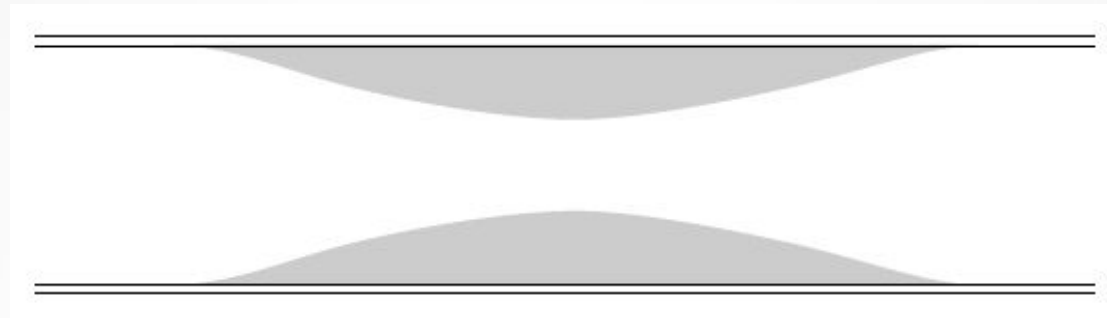
## Teste Conceitual 15.9



Sangue corre por uma artéria coronária que está parcialmente bloqueada por depósitos nas paredes. Em qual parte da artéria o fluxo (qtde de sangue fluindo por unidade de tempo) é maior?

- A) Na parte mais estreita
- B) Na parte mais larga
- C) O fluxo é igual em ambas as partes

## Teste Conceitual 15.10

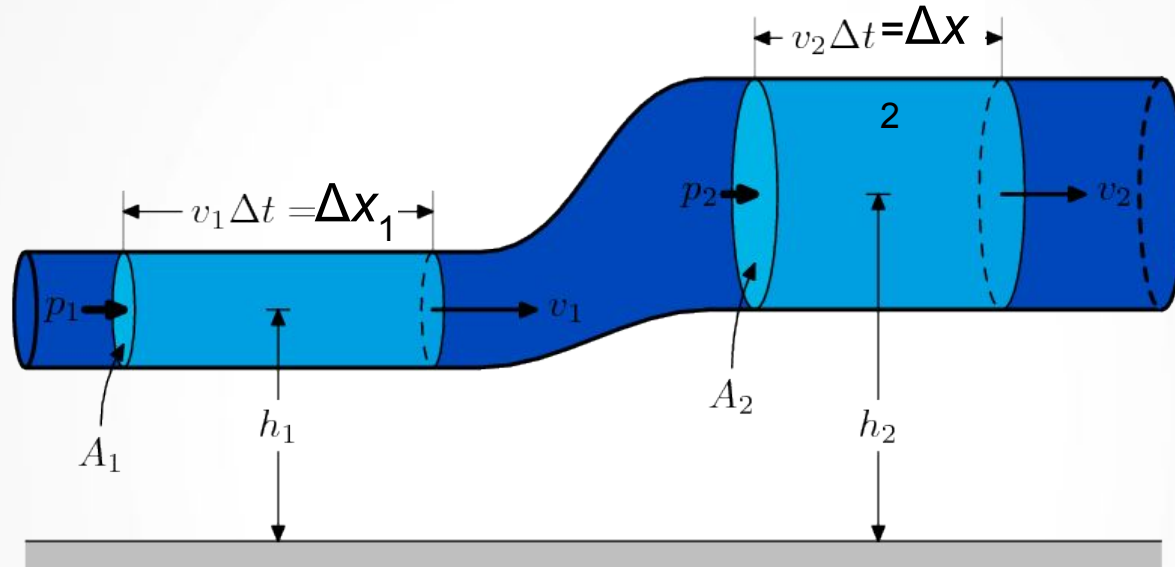


Sangue corre por uma artéria coronária que está parcialmente bloqueada por depósitos nas paredes. Em qual parte da artéria o sangue corre mais rápido?

- A) Na parte mais estreita
- B) Na parte mais larga
- C) A velocidade é igual em ambas as partes

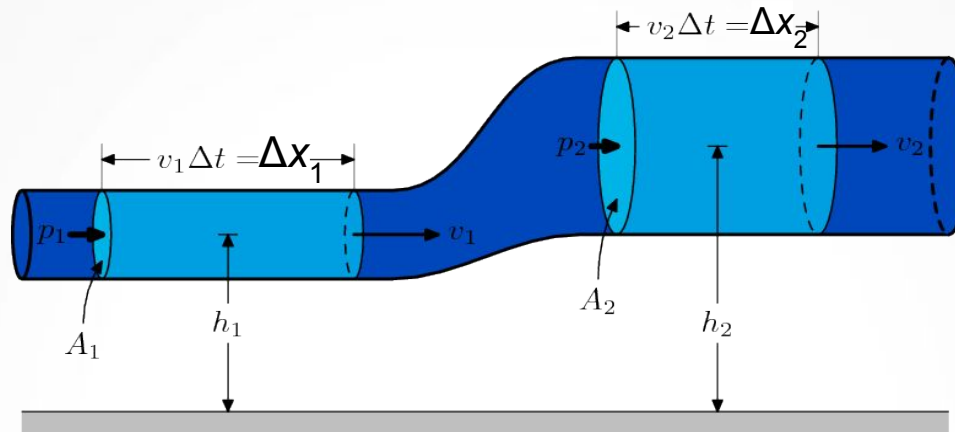
# Equação de Bernoulli (Daniel Bernoulli, 1738)

Expressa a **Conservação de Energia** em um fluido ideal



P: quais são as trocas de energia envolvidas quando o líquido, inicialmente compreendido entre  $A_1$  e  $A_2$ , se move para a região entre  $A_1 + \Delta x_1$  e  $A_2 + \Delta x_2$  ?

# Equação de Bernoulli

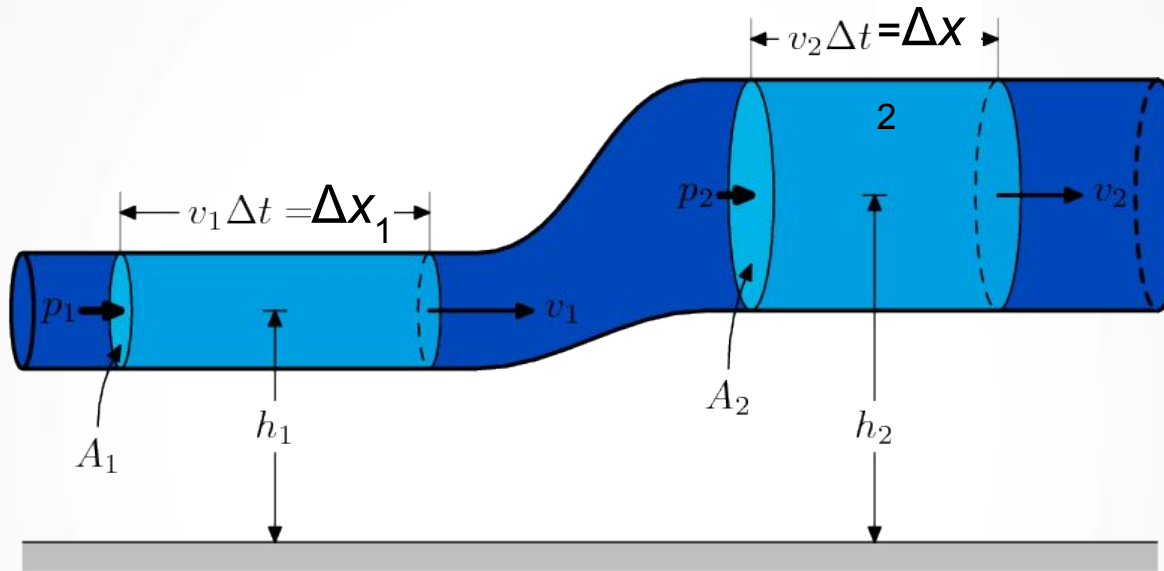


Conservação de Energia:  $\Delta E^{cin} + \Delta U = W^{ext}$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1 = W^{ext}$$

# Equação de Bernoulli

Considere o **trabalho**  $W^{ext}$  realizado **sobre** o fluido enquanto ele se desloca



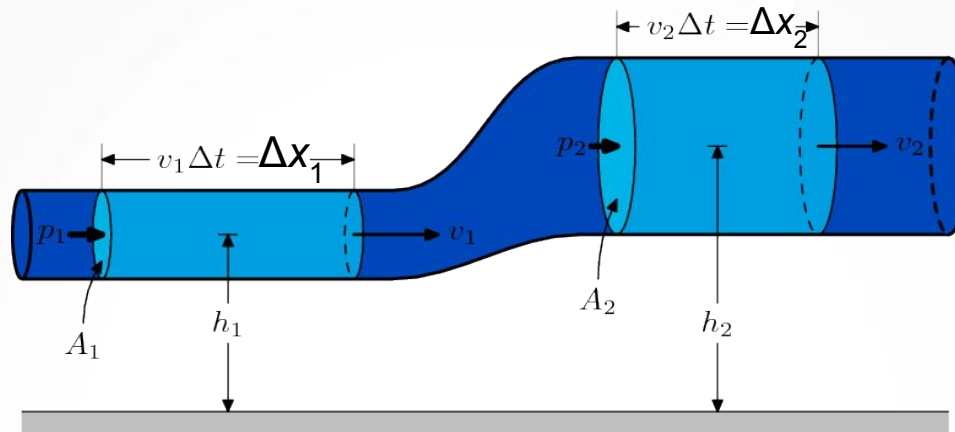
$=0$  (forças  $\square$  desloc)

$$W^{ext} = W_1 + W_2 + \cancel{W^{lateral}}$$

$$W_1 = \square F_1 \Delta x_1 = P_1 A_1 \Delta x_1 = \square P_1 V$$

$$W_2 = -F_2 \Delta x_2 = -P_2 A_2 \Delta x_2 = -P_2 V$$

# Equação de Bernoulli

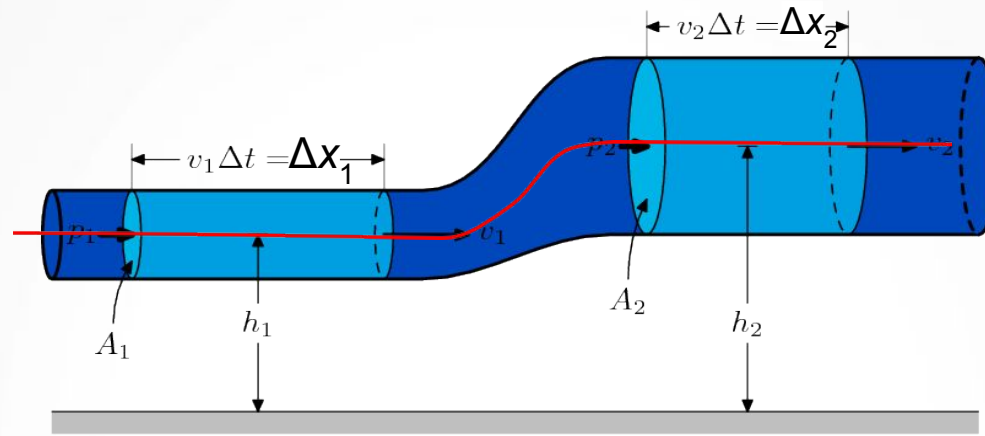


Conservação de Energia:  $\Delta E + \Delta U = W^{ext}$

$$W^{ext} = W_1 + W_2 = P_1 V - P_2 V$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1 = P_1 V - P_2 V$$

# Equação de Bernoulli



$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1 = P_1V - P_2V$$

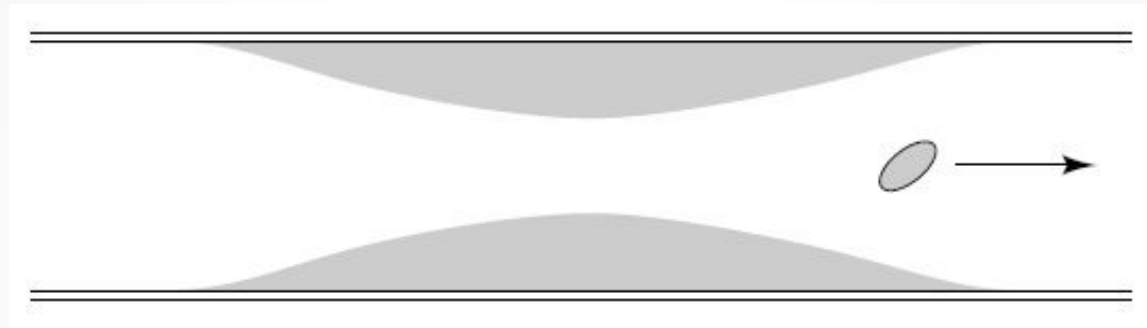
Equação de Bernoulli

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

**ATENÇÃO:** A Equação de Bernoulli relaciona dois pontos na mesma linha de fluxo.



## Teste Conceitual 15.11



Uma plaqueta é carregada pelo fluxo de sangue através de uma artéria coronária que está parcialmente bloqueada por depósitos nas paredes. Quando a plaqueta sai da região estreita e passa para a região mais larga ela sente

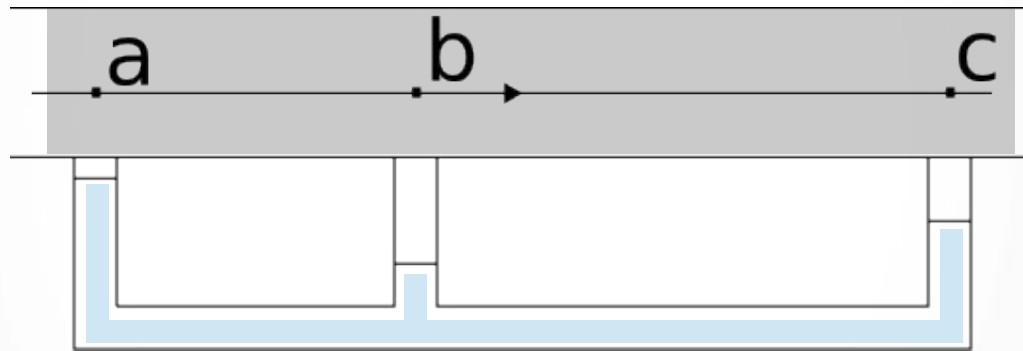
- A) um aumento na pressão
- B) nenhuma mudança na pressão
- C) uma queda na pressão.

## Teste Conceitual 15.12

Gás flui no tubo cinza abaixo, o qual tem variações internas de diâmetro que não podem ser vistas diretamente.

Qual a sequência correta entre as velocidades do gás nos pontos a, b, c?

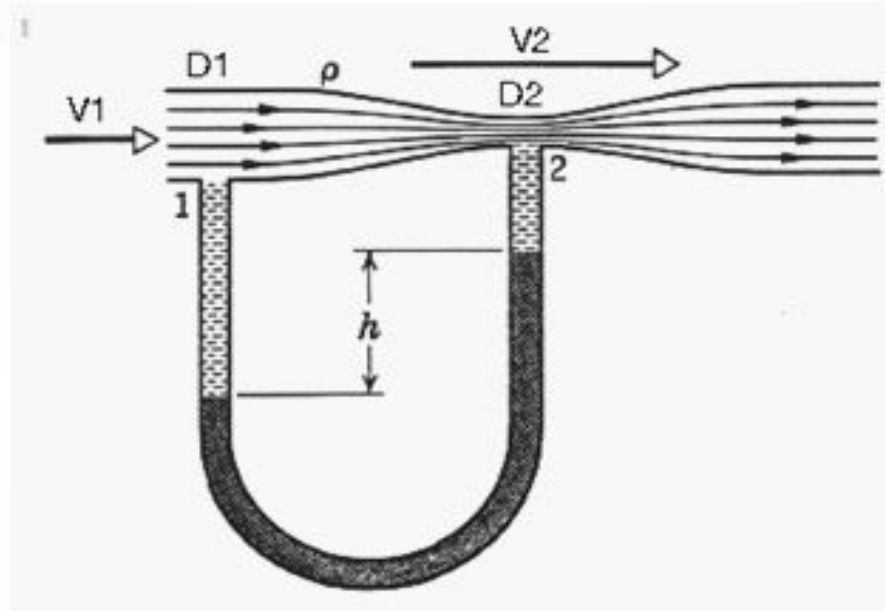
Obs: assumamos que podemos usar a eq. de Bernoulli



- (A)  $v_a < v_b < v_c$
- (B)  $v_a < v_b > v_c$
- (C)  $v_a > v_c > v_b$
- (D)  $v_a < v_c < v_b$

# Aplicação: Tubo de Venturi

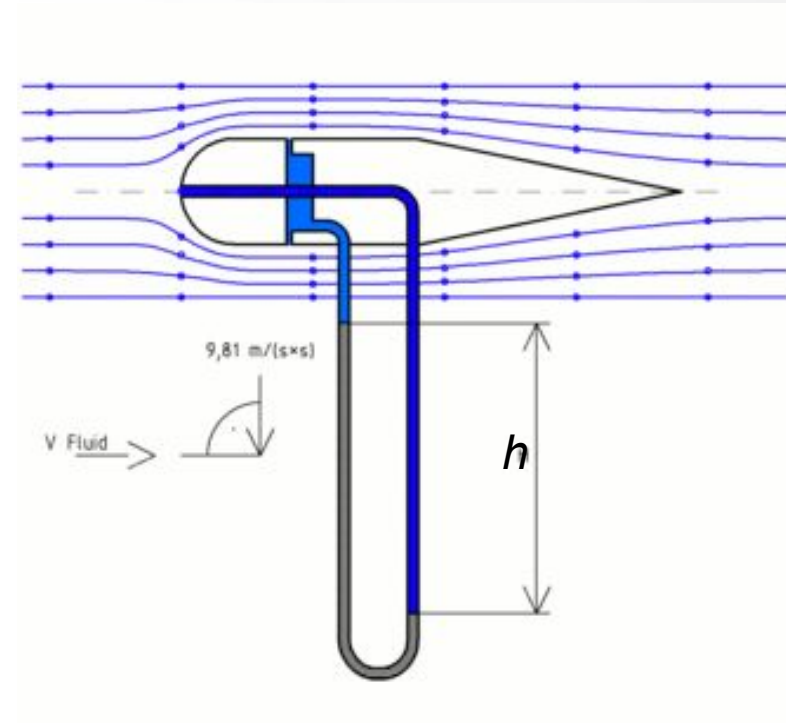
(mede a velocidade de gases)



$$v_1 = \sqrt{\frac{2\rho_{liq}gh}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}} A_2$$

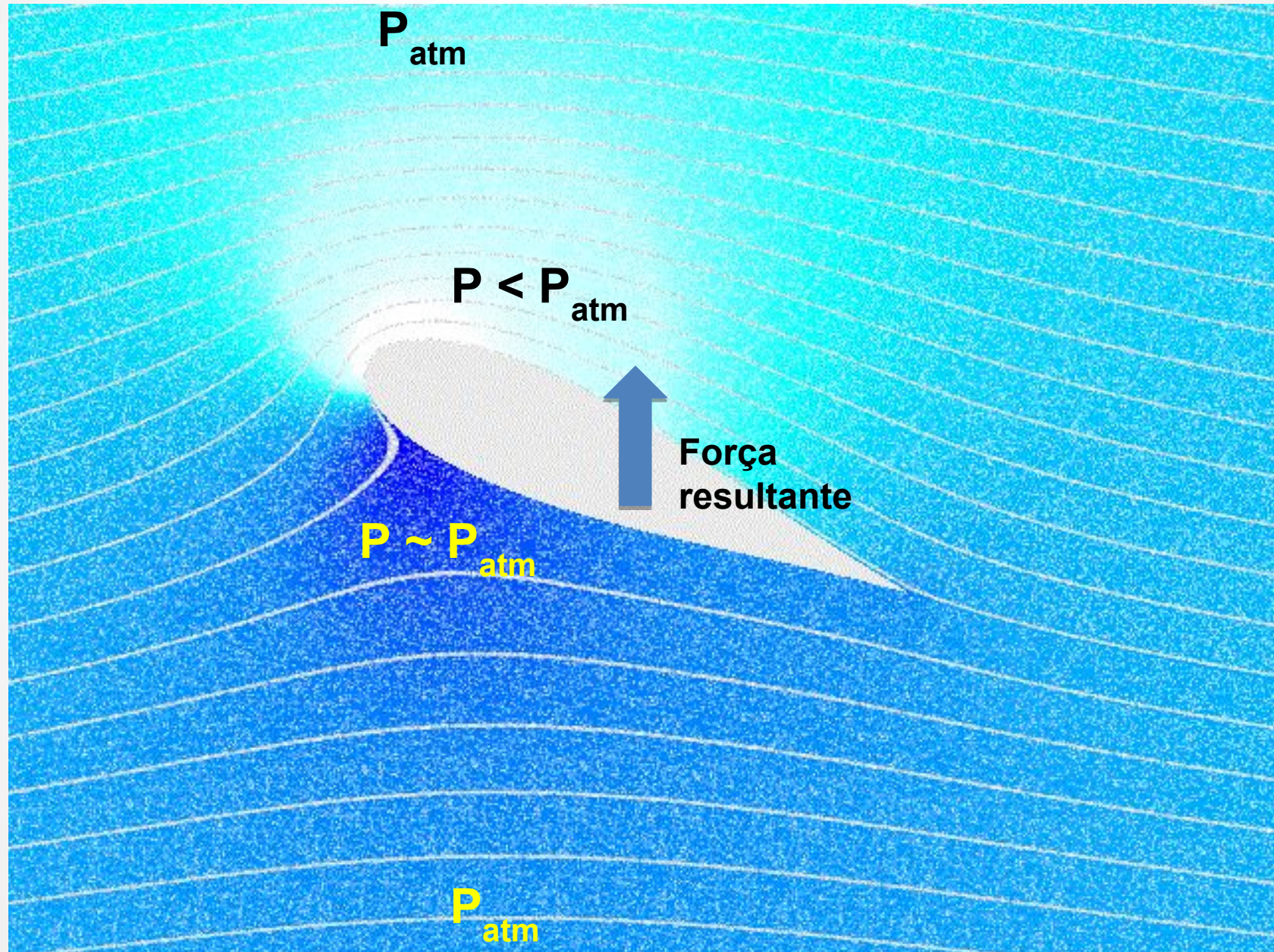
# Aplicação: Tubo de Pitot

(medidor da velocidade de fluidos ao redor de um objeto)



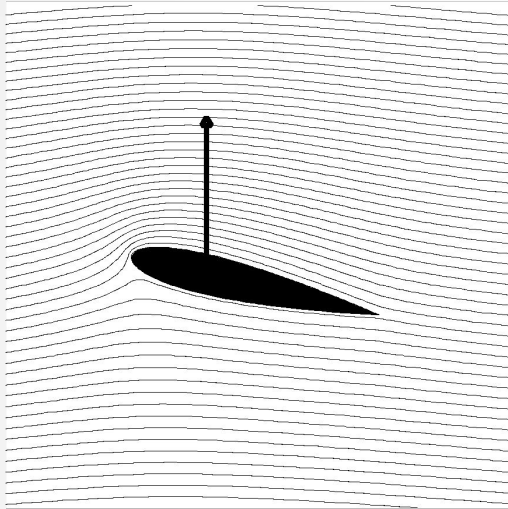
$$v = \sqrt{2 \frac{\rho_{\text{líq}}}{\rho_{\text{ar}}} gh}$$

# Aplicação: Asa de avião

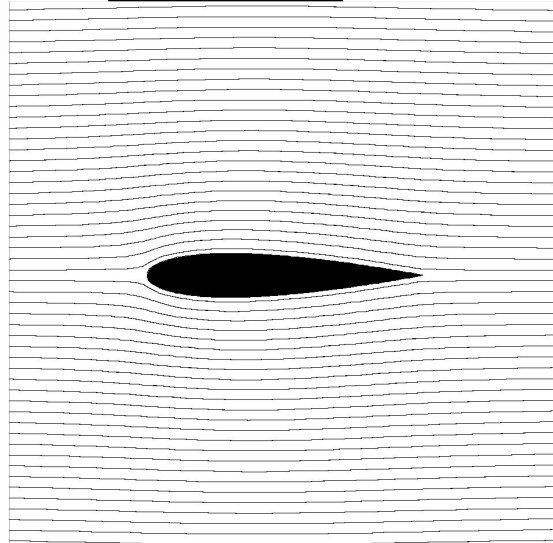


# Aplicação: Asa de avião

## Fluxo ao redor de uma asa simétrica



(a)



(c)

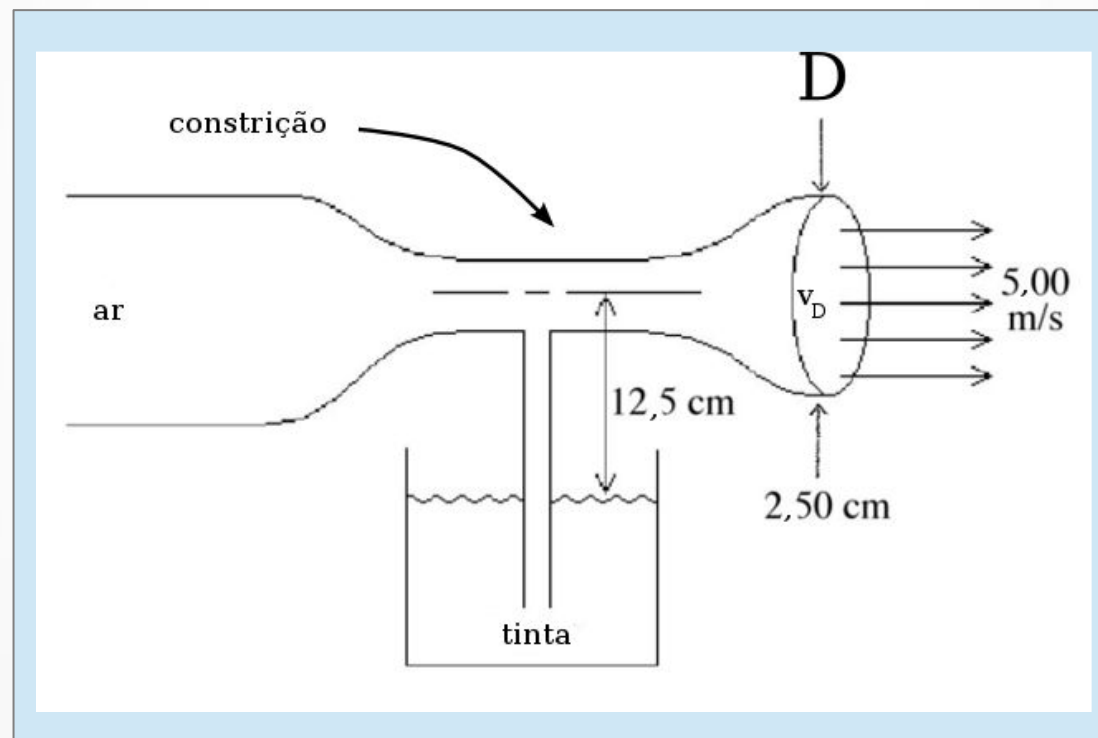
Dependendo do 'ângulo de ataque' (angulação com a direção de movimento do avião, a mesma asa pode gerar

- a) força resultante para cima (flutuação)
- b) zero força resultante
- c) até uma força resultante para baixo! (útil em aerofólios de carros de F1...)

## Problema:

O desenho abaixo ilustra o esquema de funcionamento de uma lata de "spray". O ar flui através do tubo que possui uma constricção que é conectada perpendicularmente a outro tubo parcialmente inserido na tinta. A tinta fica contida num reservatório aberto ao ar externo.

→ Na figura:  $D=2,50\text{cm}$ ;  $\rho_{\text{ar}}=1,29\text{ kg/m}^3$ ;  $\rho_{\text{tinta}}=1200\text{ kg/m}^3$  e  $v_{\text{ar}}^D=5,0\text{m/s}$ .



**Para o lar**

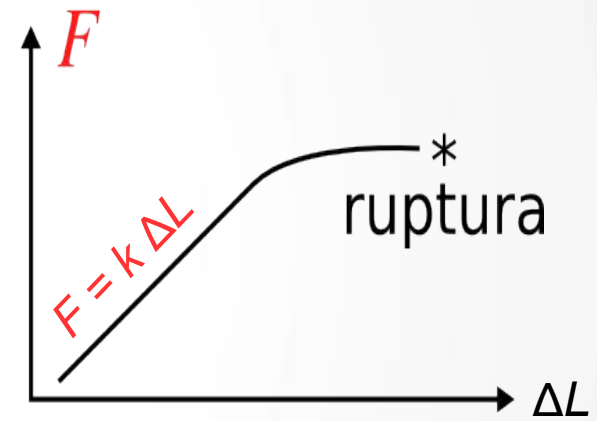
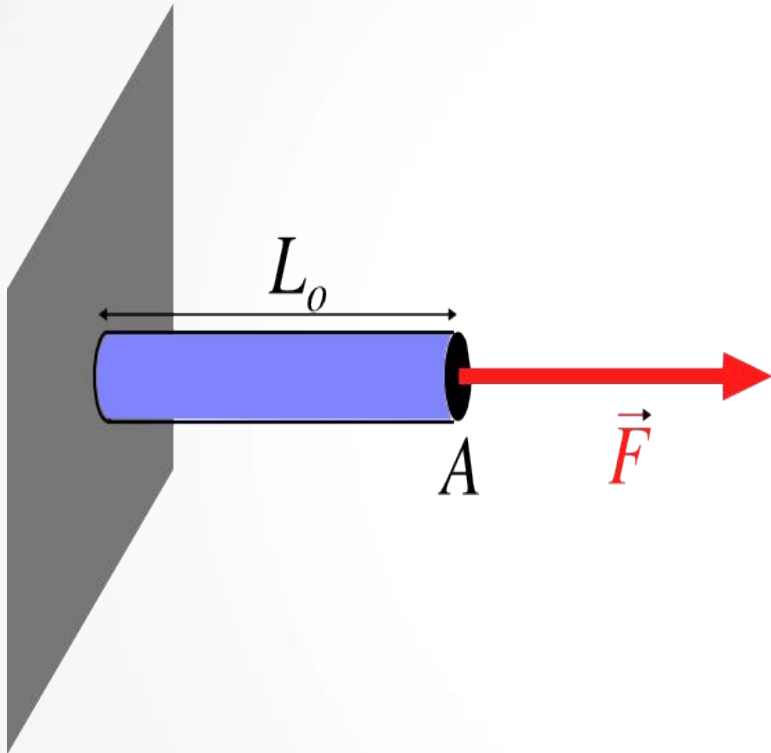
- 1- Por que a tinta sobe através do tubo? Explique à luz da Eq. de Bernoulli
- 2- Qual é o diâmetro mínimo da constricção para que a tinta seja ejetada pelo tubo?

# Elasticidade



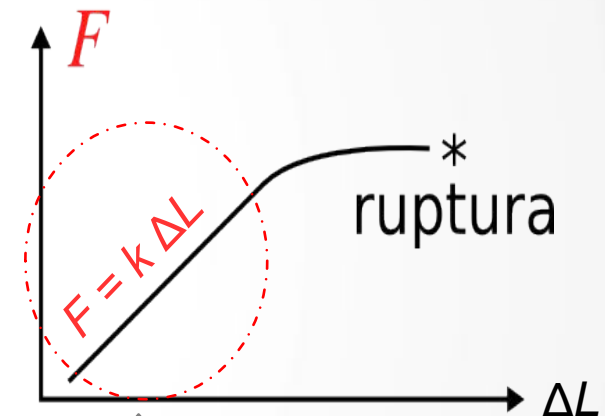
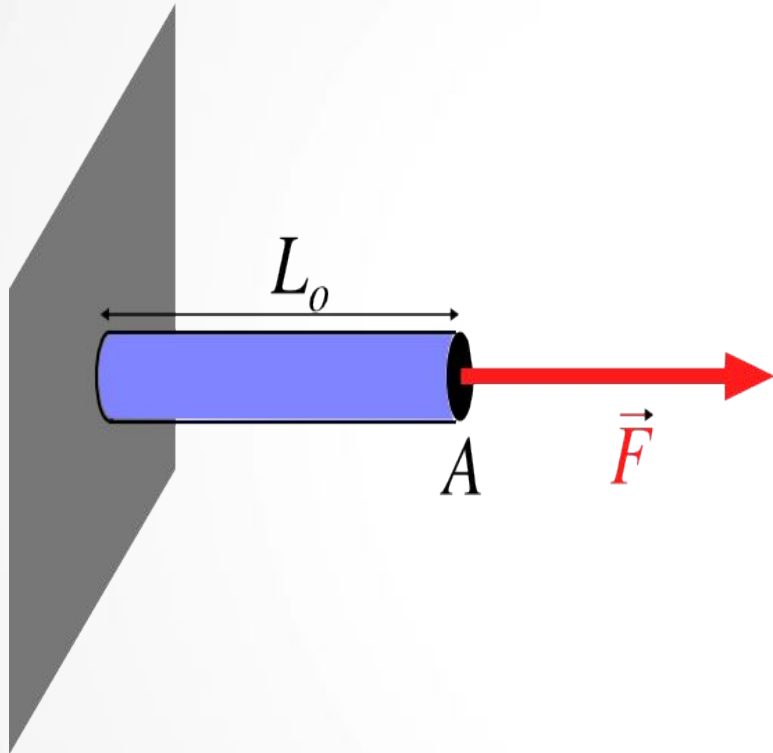
# Elasticidade

## Sólidos



# Elasticidade

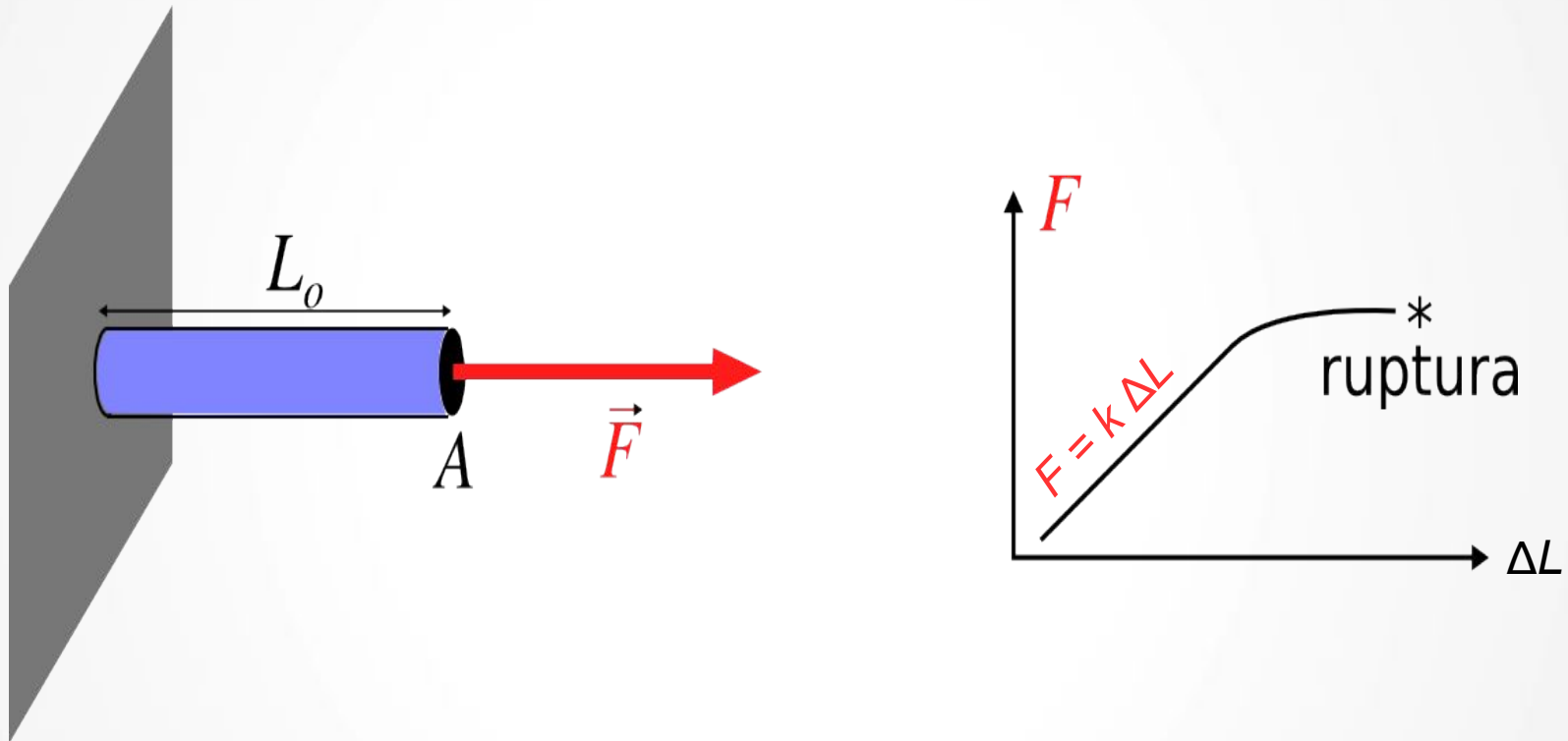
## Sólidos



*Região linear*

# Elasticidade

## Sólidos

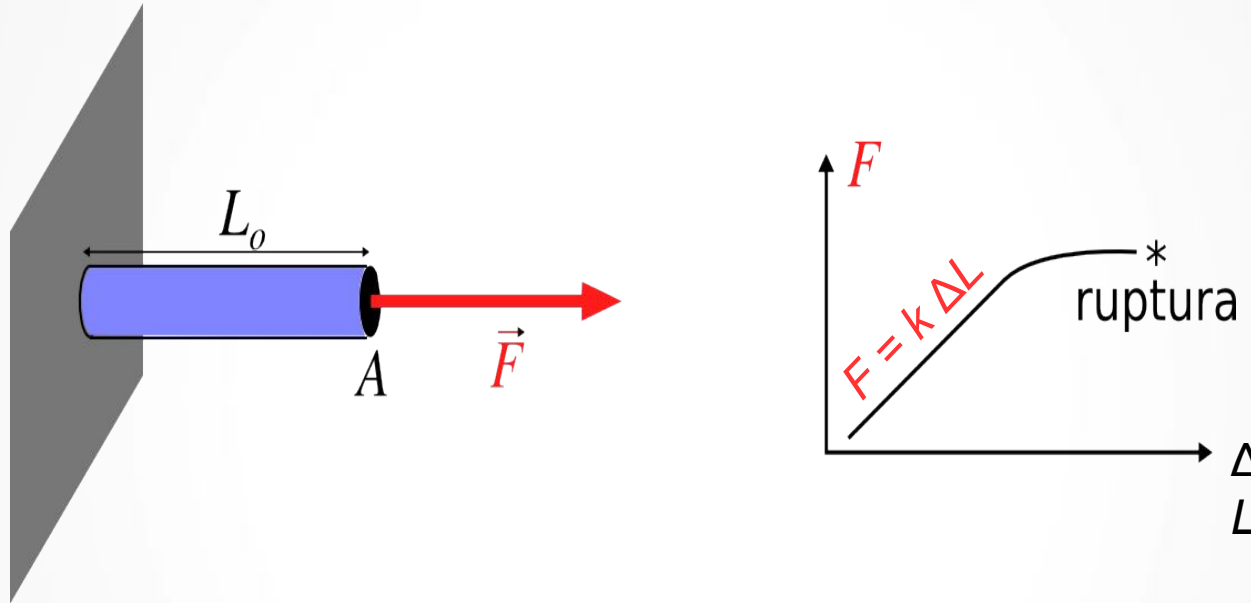


*Cada objeto tem uma constante elástica  $k$ .*

*→  $k$  depende de  $L_0$ ,  $A$  e do material*

# Elasticidade

## Sólidos



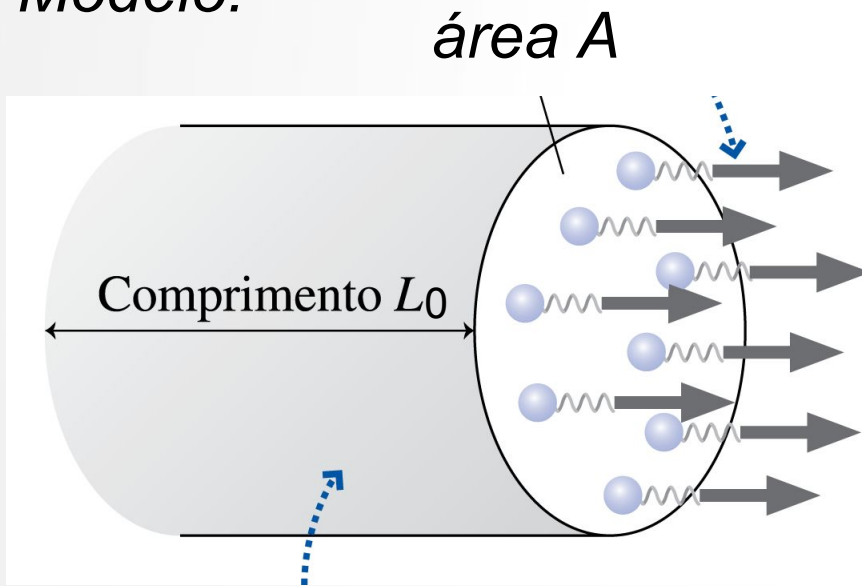
→  $k$  depende de  $L_0$ ,  $A$  e do material

*Seria interessante encontrar uma outra constante que caracterize o material e não dependa da geometria do objeto!*

**Módulo de Young**

*Ideia básica: A elasticidade de um material está diretamente relacionada com a cte elástica das suas ligações moleculares.*

*Modelo:*



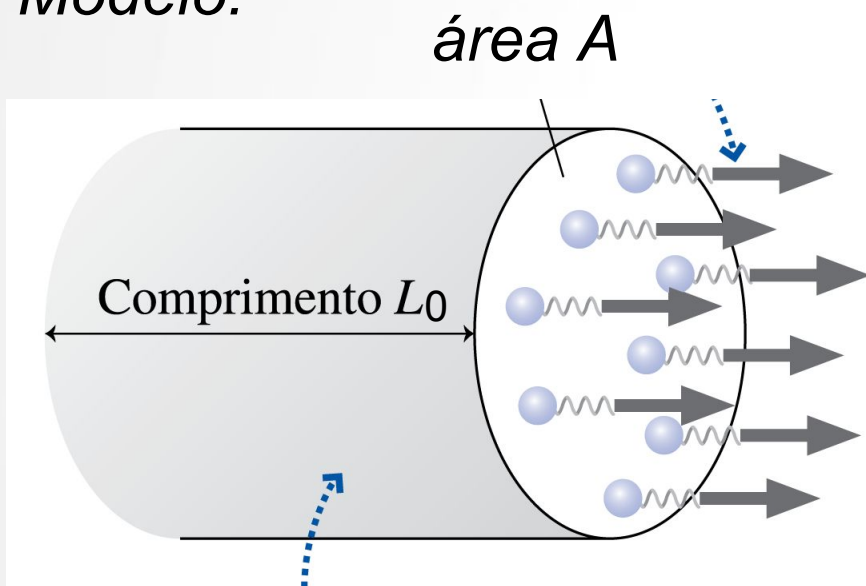
*Para cada ligação entre partículas*

$$\text{Força } f \propto F/A$$

$$\text{Deformação } \Delta l \propto \Delta L / L_0$$

*Ideia básica: A elasticidade de um material está diretamente relacionada com a cte elástica das suas ligações moleculares.*

Modelo:



Aplicando a lei de Hooke para cada ligação:  $f \propto \Delta l$

Para cada ligação entre partículas

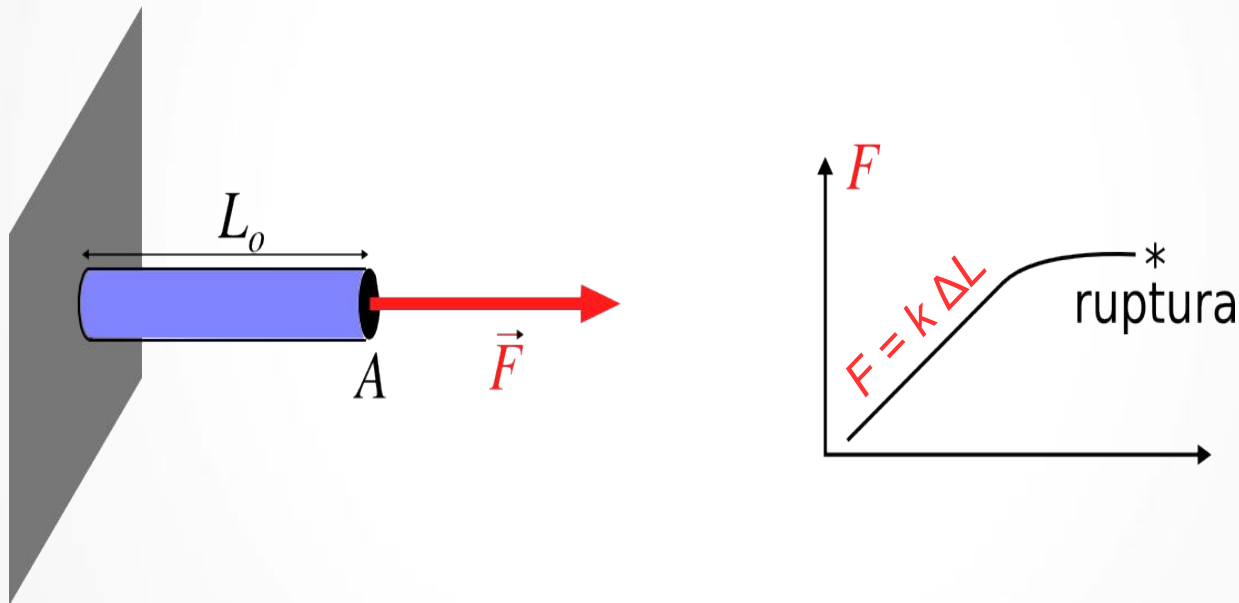
$$\text{Força } f \propto F/A$$

$$\text{Deformação } \Delta l \propto \Delta L / L_0$$

$$\begin{array}{l} \text{Tensão de tração (unid: N/m}^2\text{)} \\ \text{Deformação relativa (adimensional)} \\ \text{Módulo de Young (N/m}^2\text{)} \end{array} \quad \left( \frac{F}{A} \right) = Y \left( \frac{\Delta L}{L_0} \right)$$

*Conclusão: o Módulo de Young é uma 'constante elástica' que não depende da geometria do objeto*

$$F/A = Y \Delta L/L_0$$



$$F = k \Delta L \rightarrow k = AY/L_0 \leftrightarrow Y = kL_0/A$$

$k, L_0, A$ : Parâmetros que podem ser medidos no laboratório.

**TABELA 15.3** Propriedades elásticas de vários materiais

<b>Substância</b>	<b>Módulo de Young (N/m<sup>2</sup>)</b>
Alumínio	$7 \times 10^{10}$
Concreto	$3 \times 10^{10}$
Cobre	$11 \times 10^{10}$
Mercúrio	–
Plástico (poliestireno)	$0,3 \times 10^{10}$
Aço	$20 \times 10^{10}$
Água	–
Madeira (abeto)	$1 \times 10^{10}$



Obs: mesmos valores de  $Y$  valem tb para compressão elástica

Ex: Uma pilastra de concreto ( $Y = 3 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ) tem  $0,1\text{m}^2$  de área transversa e 10m de altura. Qual o máximo peso que ela pode suportar sem se deformar mais do que 0,05% (5mm)?



R:  $1,5 \times 10^6 \text{ N}$   
(ou o peso de 150 toneladas, aprox.)

Se a pilastra fosse feita de alumínio ( $Y=7 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ), ela se deformaria

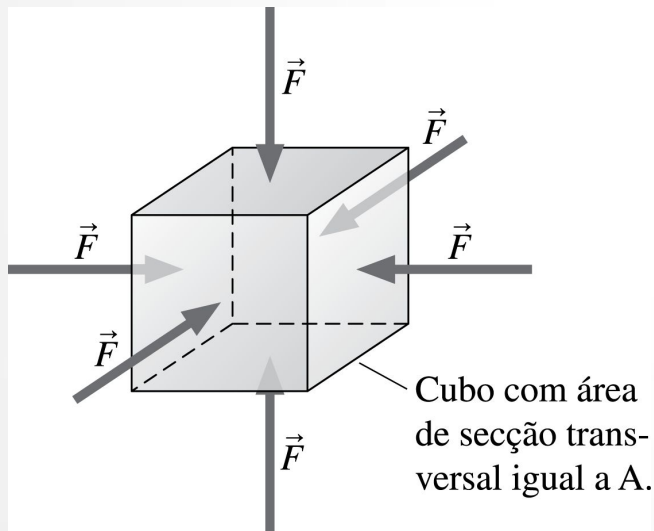
- A) o mesmo sob o mesmo peso
- B) o mesmo sob 2,5 menos peso
- C) 2,5 vezes menos sob o mesmo peso
- D) 2,5 vezes mais sob o mesmo peso

O Módulo de Young caracteriza a resposta da substância ao ser tracionada ou comprimida em uma direção específica.

Uma outra propriedade elástica chamada

## módulo de elasticidade volumétrico (B)

caracteriza o quanto uma substância é comprimida (reduz seu volume) quando sujeita a pressões iguais de todos os lados



$$F/A = \text{Pressão} = -B \frac{\Delta V/V_0}{< 0 \text{ em geral !}}$$

(ex: objetos pequenos submersos)

**TABELA 15.3** Propriedades elásticas de vários materiais

<b>Substância</b>	<b>Módulo de Young (N/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Módulo de elasticidade volumétrica (N/m<sup>2</sup>)</b>
Alumínio	$7 \times 10^{10}$	$7 \times 10^{10}$
Concreto	$3 \times 10^{10}$	–
Cobre	$11 \times 10^{10}$	$14 \times 10^{10}$
Mercúrio	–	$3 \times 10^{10}$
Plástico (poliestireno)	$0,3 \times 10^{10}$	–
Aço	$20 \times 10^{10}$	$16 \times 10^{10}$
Água	–	$0,2 \times 10^{10}$
Madeira (abeto)	$1 \times 10^{10}$	–

Mesma unidade de tensão de tração (N/m<sup>2</sup>)

Exemplo: sabemos que a água do mar tem densidade  $\rho_{\text{mar}} = 1030 \text{ Kg/m}^3$  na superfície. Qual a sua densidade no oceano a 5000m de profundidade ?

Dado:  $B = 0,2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

- A) Qual é a pressão a essa profundidade?
- B) Qual a variação relativa de volume?
- C) Qual a densidade da água do mar a essa pressão?