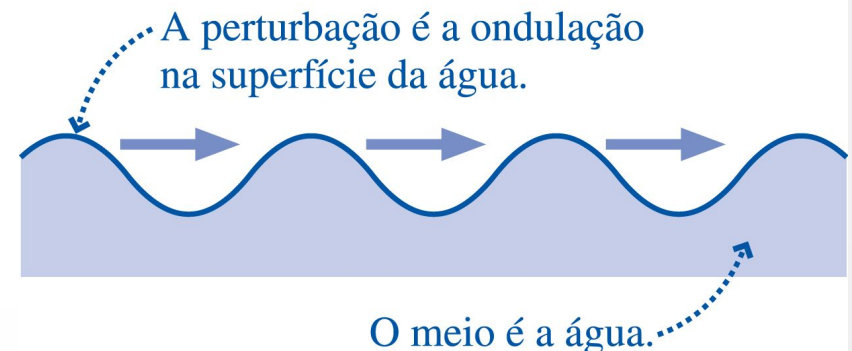


Física 3

Cap 20: Ondas Progressivas

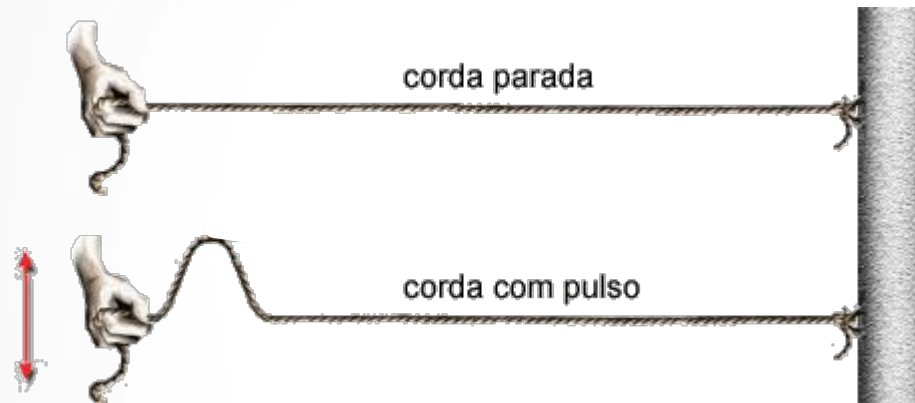
Ondas Progressivas

- O que são: ‘Perturbações organizadas que se propagam com velocidade bem-definida’
- Podem se propagar em um meio material (ex: ondas mecânicas, ondas sonoras), ou até mesmo no vácuo (ex: ondas eletromagnéticas, ondas gravitacionais)
- Transportam energia e informação, mas *não* transportam o material do meio onde se propagam



Ondas Transversais

Perturbação perpendicular ao sentido de propagação



Ex: Ondas numa corda, ondas eletromagnéticas,

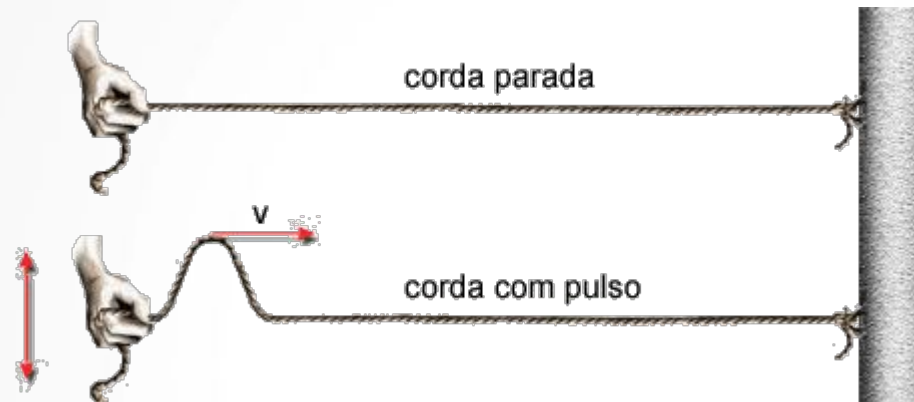
Teste Conceitual 20.1

Uma onda transversal está viajando para a direita em uma corda horizontal. Quando a onda passa por um ponto da corda, ele

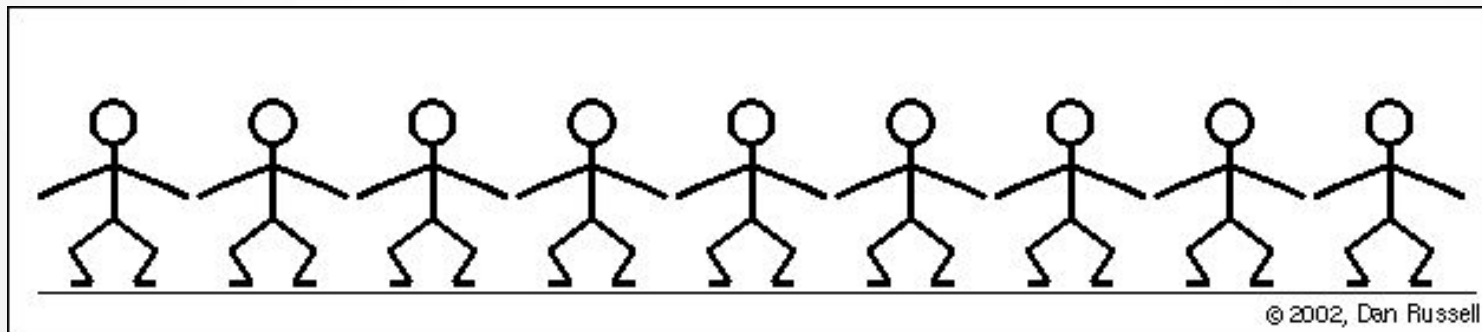
- A) realiza um movimento retilíneo para a direita
- B) oscila de um lado para o outro na direção horizontal
- C) oscila de um lado para o outro na direção vertical
- D) realiza um movimento circular uniforme

Ondas Transversais

Perturbação perpendicular ao sentido de propagação



Ex: Ondas numa corda, ondas eletromagnéticas,



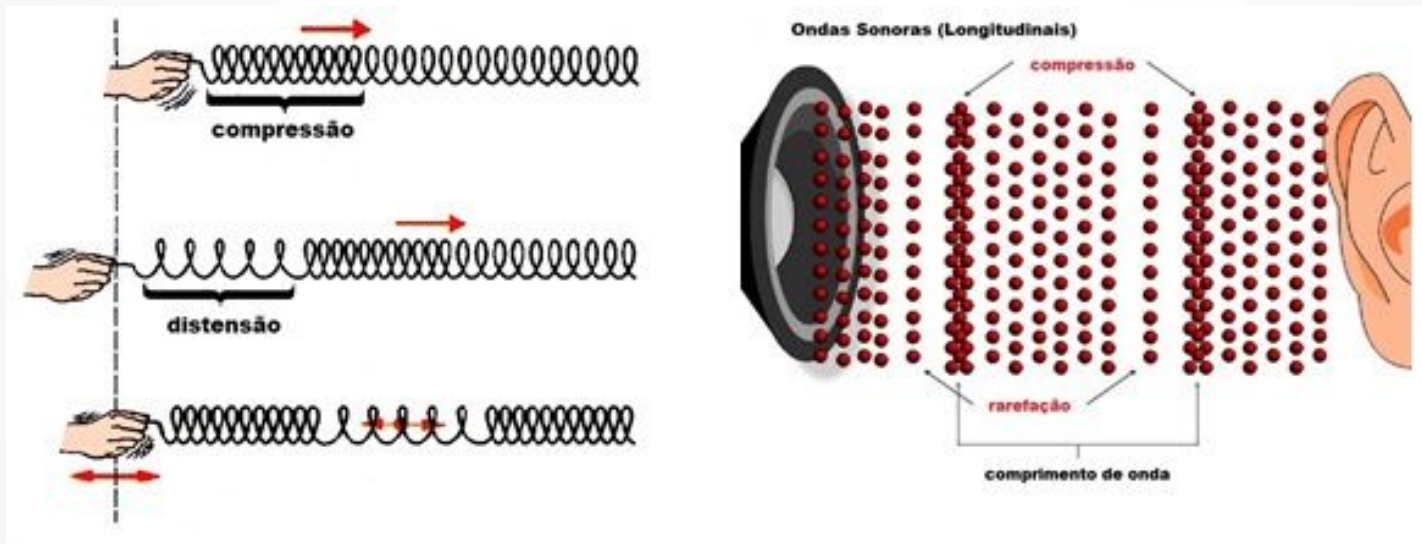
Ex: “Ola” num estádio

videos:

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves-intro/waves-intro.html>

Ondas Longitudinais

Perturbação paralela ao sentido de propagação



Ex: ondas sonoras, ondas de choque

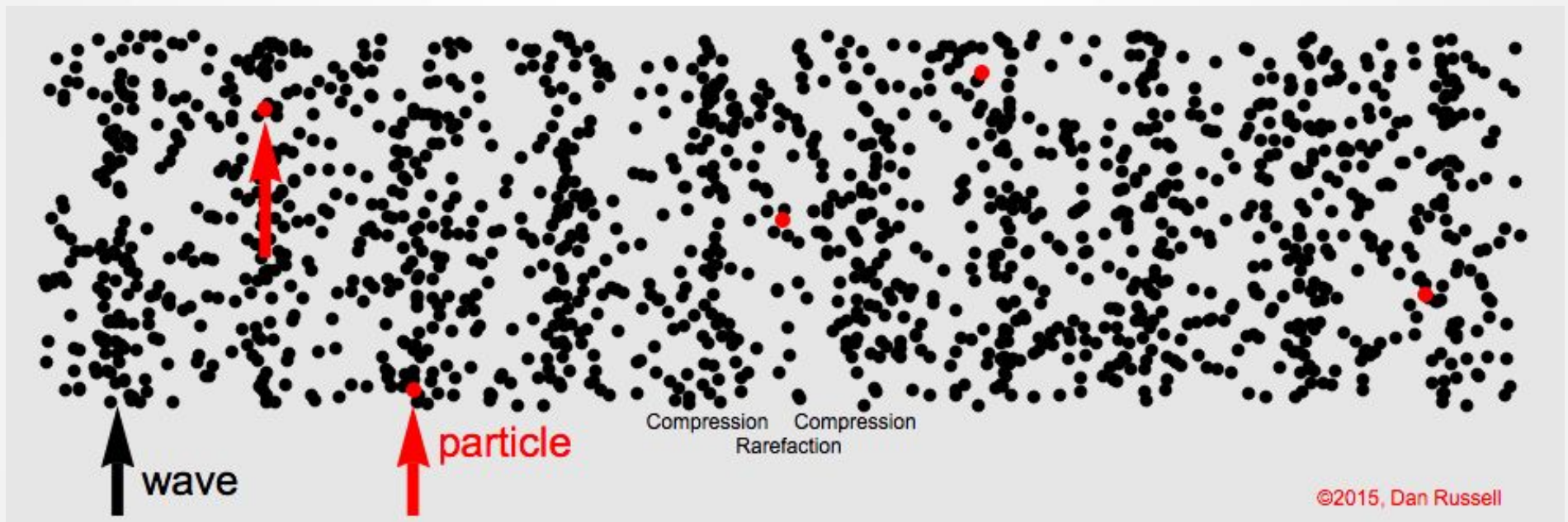
Teste Conceitual 20.2

Uma onda longitudinal está viajando para a direita em um tubo de gás horizontal. Quando a onda passa por uma molécula do gás, ela

- A) se move em linha reta para a direita
- B) oscila de um lado para o outro na direção horizontal
- C) oscila de um lado para o outro na direção vertical
- D) realiza um movimento circular uniforme

Ondas Longitudinais

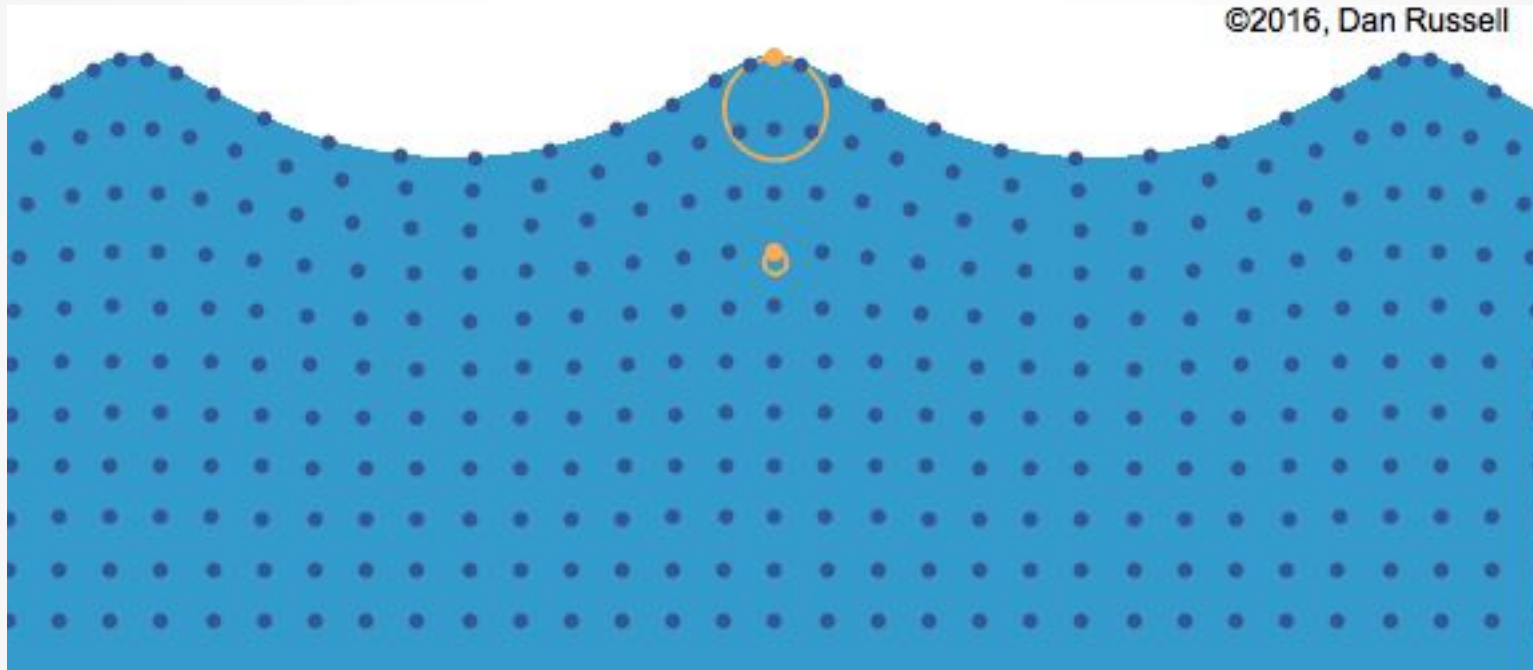
Perturbação paralela ao sentido de propagação



video: <http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.html>

Obs: também existem ondas mais complicadas

Perturbação parte transversal e parte longitudinal



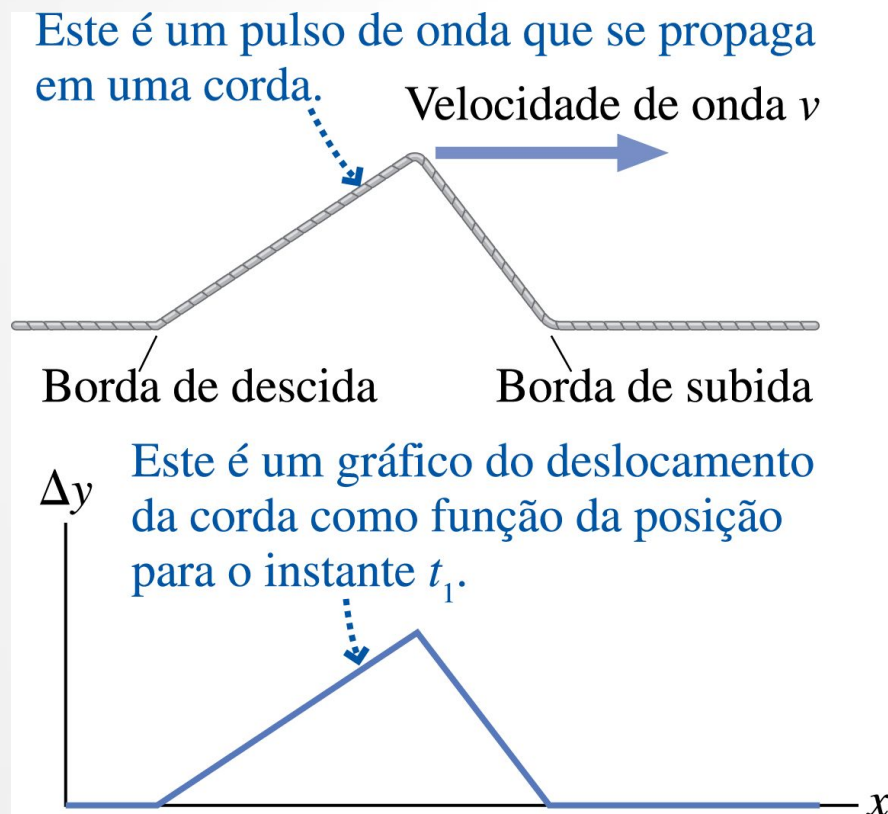
Ex: ondas de água, ondas superficiais em sólidos

Em certos casos as moléculas do meio podem realizar um MCU!

video: <http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.html>

Ondas em 1D: descrição matemática

Em um instante **fixo** do tempo ($t=0$, p. ex.), uma onda é descrita por uma função da posição no espaço, $D = f(x)$, que representa a perturbação em cada ponto com respeito à sua condição de equilíbrio



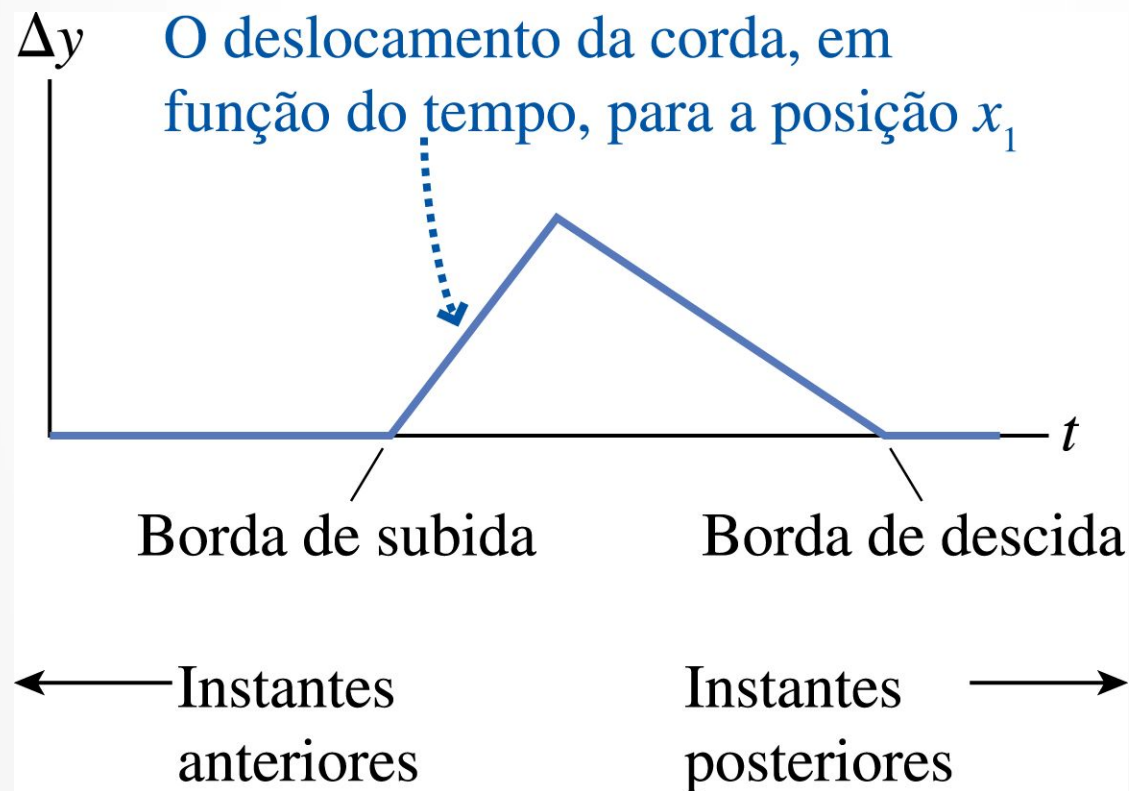
Ex: onda transversal numa corda:

$D = \Delta y = f(x)$ representa a altura da corda no ponto x com respeito à altura de equilíbrio

“gráfico instantâneo” da onda

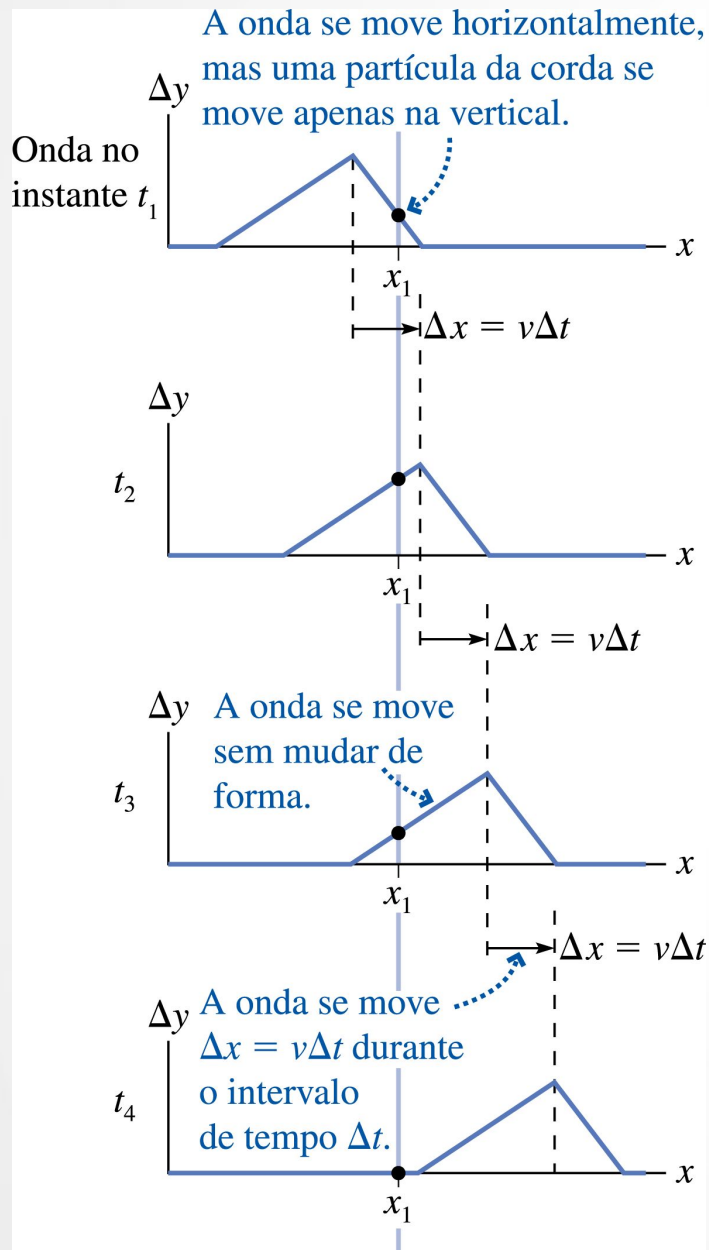
Ondas em 1D: descrição matemática

Por outro lado, em cada ponto x **fixo** do espaço podemos também descrever como o seu deslocamento varia no tempo com respeito à sua condição de equilíbrio (“**gráfico história**” do ponto x)



Intuitivamente, esse gráfico é uma versão ‘espelhada’ do gráfico instantâneo da onda

Ondas em 1D: descrição matemática



Mais geralmente, dizemos que uma onda se move para a direita com **velocidade v** quando a perturbação que estava em cada ponto x no instante $t=0$ passa a estar no ponto $x + vt$ no instante t

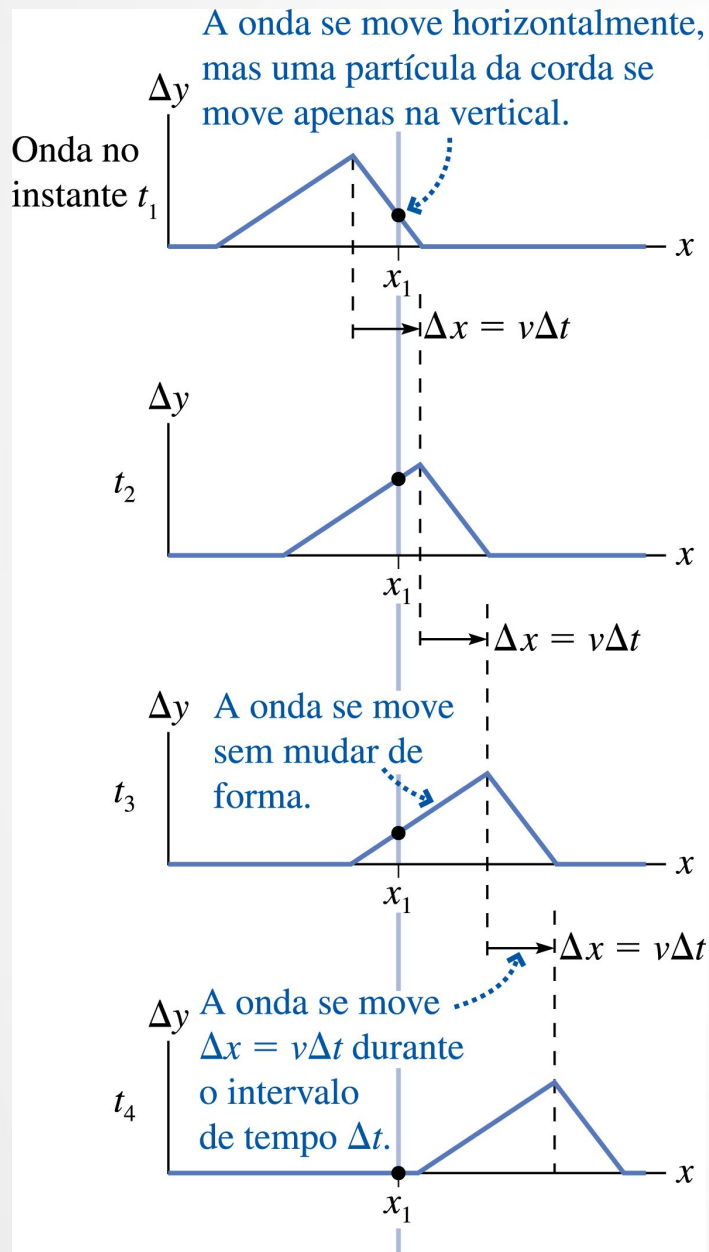
Se chamarmos de **$D(x,t)$** a perturbação do ponto x no instante t , temos então:

$$D(x+vt,t) = D(x, 0)$$

Reescrevendo para o ponto $x' = x - vt$:

$$D(x',t) = D(x'-vt,0) = D(x'-vt)$$

Ondas em 1D: descrição matemática



Como o ponto x' acima pode ser qualquer um, concluímos:

QUALQUER função de x e t que possa ser escrita na forma

$$D(x,t) = f(x-vt)$$

representa uma onda propagando para a direita com velocidade v

Obs: se a onda se desloca para a esquerda, então

$$D(x,t) = f(x+vt)$$

Teste Conceitual 20.3

Para uma dada onda transversal em uma corda, o deslocamento é descrito por

$$D(x, t) = f(x - at)$$

onde f é uma função dada e a é uma constante positiva. Qual das seguintes sentenças não é correta?

- A) A forma de onda não muda enquanto a onda se move ao longo da corda.
- B) A onda se move na direção x positiva.
- C) A velocidade da onda é a .
- D) A velocidade da onda é x/t .

Teste Conceitual 20.4

Considere as seguintes funções

$$D_1(x,t) = A (x^2 - 2axt + a^2t^2)$$

$$D_2(x,t) = A \sin (x - at^2)$$

$$D_3(x,t) = A (x^2 - a^2t^2)$$

Qual dessas funções representa uma onda se propagando sem deformação para a direita com velocidade constante?

A) D_1

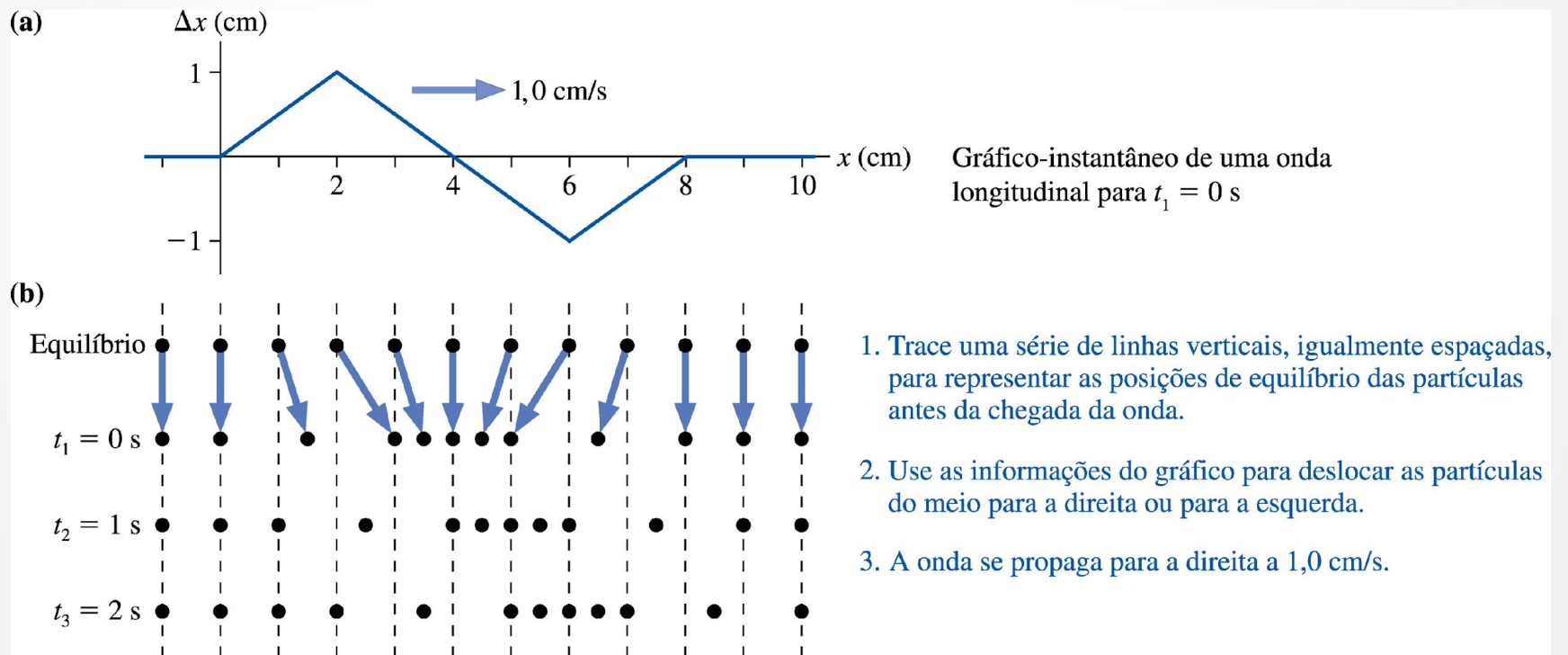
B) D_2

C) D_3

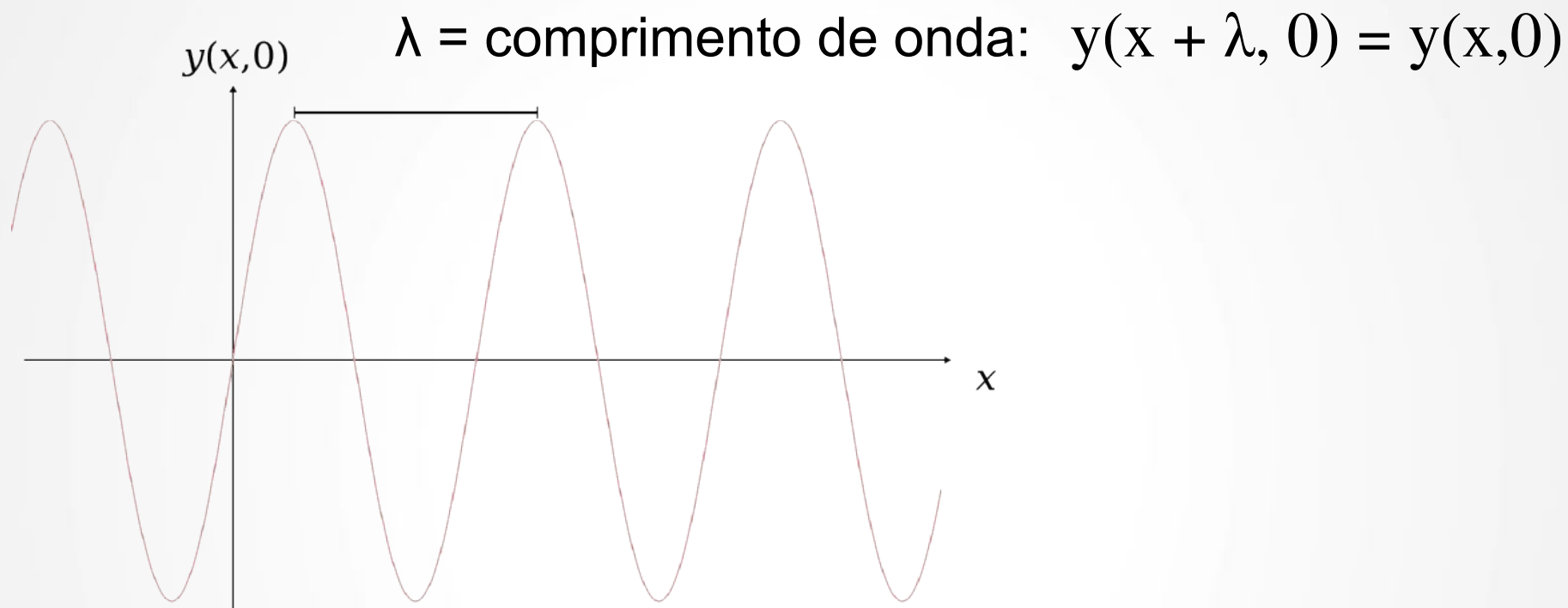
D) Nenhuma delas

Ondas em 1D: descrição matemática

Obs: O tratamento é o mesmo no caso de uma onda longitudinal, com a única diferença de que **$D(x,t)$** agora descreve o deslocamento horizontal do ponto x no instante t ,



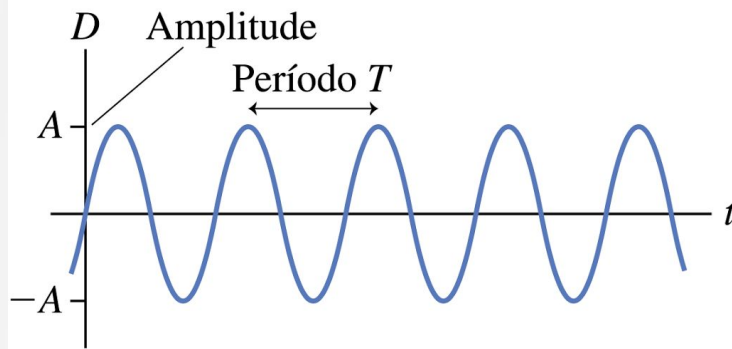
Ondas Senoidais: gráfico instantâneo



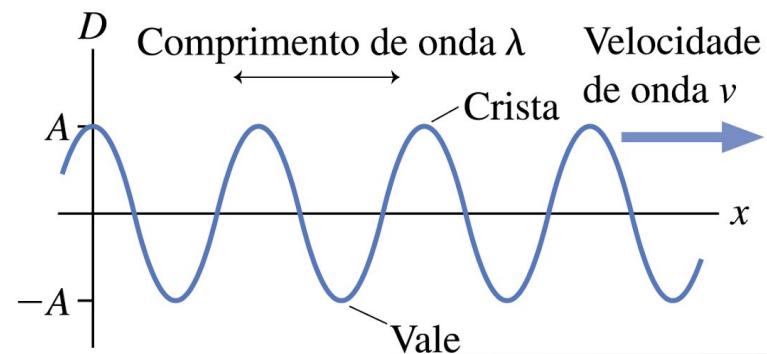
Dada uma onda senoidal, um comprimento de onda é a distância entre dois pontos adjacentes que têm a mesma **fase**. Estes pontos podem ser duas cristas, dois vales, ou quaisquer dois que estejam no mesmo ponto do ciclo.

Ondas Senoidais: gráfico história

(a) O gráfico-história para um ponto do espaço



(b) O gráfico-instantâneo para um instante do tempo

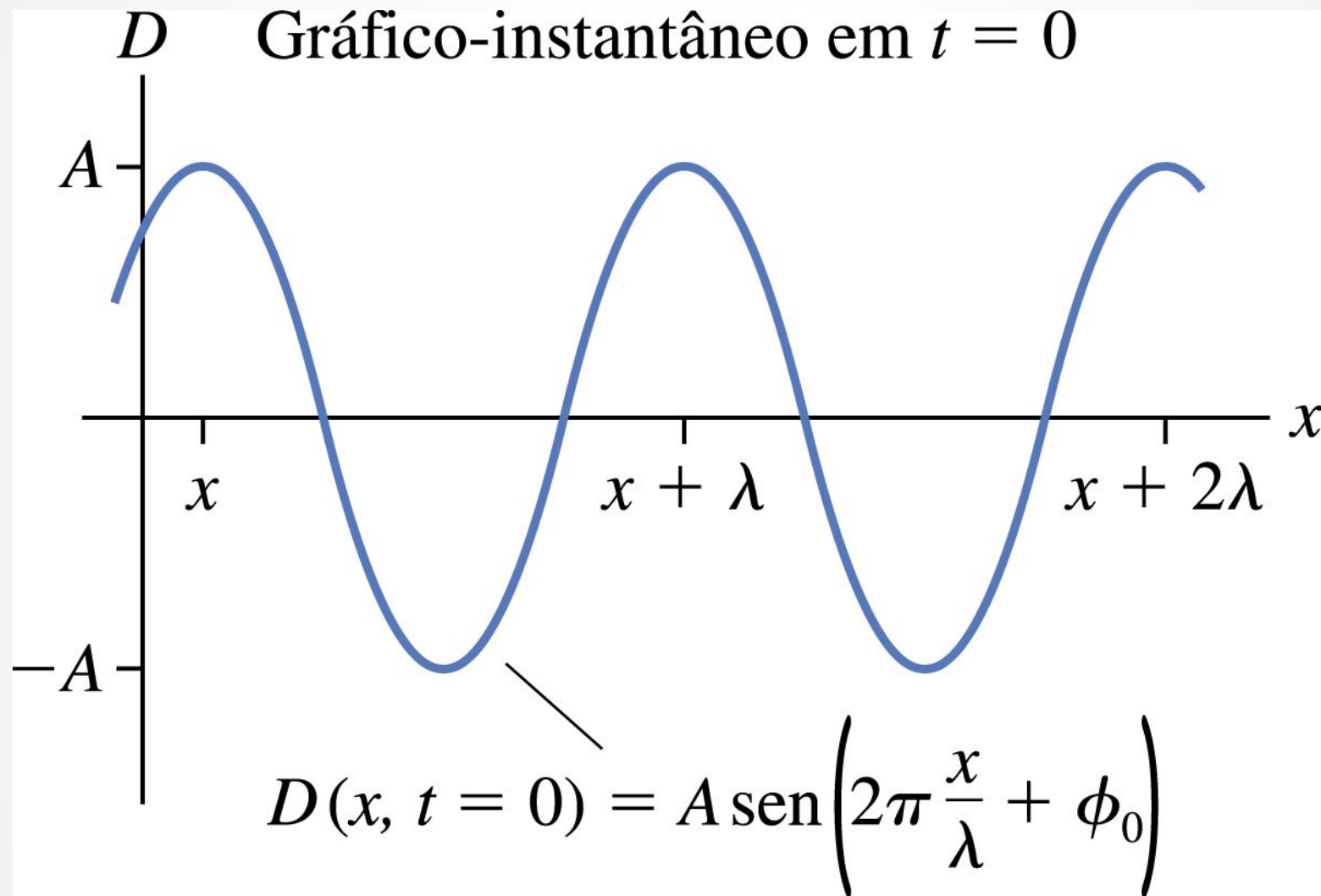


Da mesma forma, um **período T** é a quantidade mais curta **de tempo** para a qual cada ponto da corda retorna (periodicamente) à sua fase inicial

Como a onda se desloca precisamente a distância λ no tempo T , segue que

$$v = \lambda / T = \lambda f \quad [\text{válido apenas p/ ondas senoidais}]$$

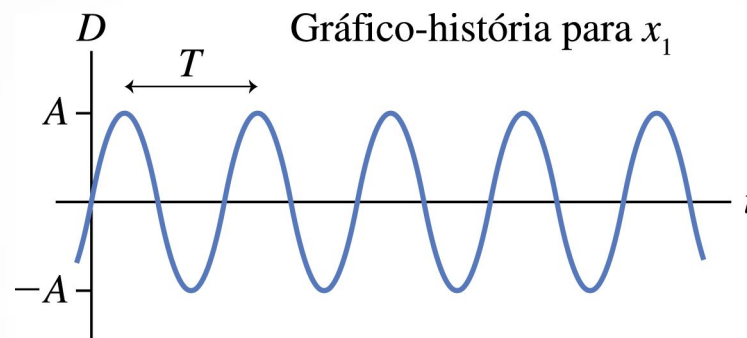
Ondas Senoidais



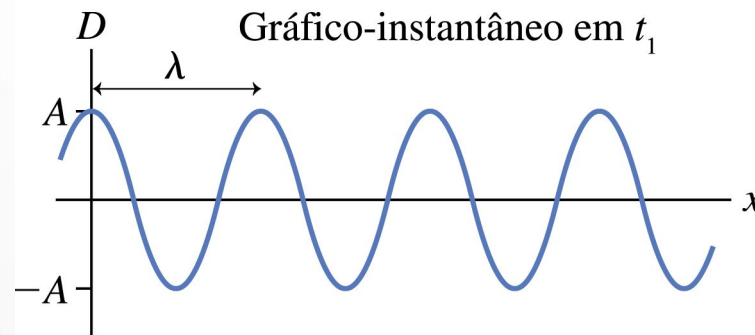
ϕ_0 = **fase inicial**: diz em que parte da oscilação a onda está quando $x = t = 0$

Ondas Senoidais – expressão geral

$$D(x, t) = D(x - vt, 0) = A \sin \left(\frac{2\pi (x - vt)}{\lambda} + \phi_0 \right)$$



Se x for fixado, $D(x_1, t) = A \sin(kx_1 - \omega t + \phi_0)$ resulta num gráfico-história em um ponto do espaço, x_1 . Ele se repete a cada T s.



Se t for fixado, $D(x, t_1) = A \sin(kx - \omega t_1 + \phi_0)$ resulta num gráfico-instantâneo senoidal em um instante do tempo, t_1 . Ele se repete a cada λ m.

Ondas Senoidais – expressão geral

$$D(x, t) = D(x - vt, 0) = A \sin \left(\frac{2\pi (x - vt)}{\lambda} + \phi_0 \right)$$

$$\text{Def: } k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \omega \equiv 2\pi f = \frac{2\pi v}{\lambda}$$

Podemos reescrever a expressão na forma mais ‘limpa’

$$D(x, t) = A \sin (kx - \omega t + \phi_0)$$

Ondas Senoidais

Teste Conceitual 20.5

O deslocamento de uma onda senoidal é dado por

$$D(x,t) = A \sin(kx - \omega t).$$

A sua velocidade é então dada por

- A) k / ω
- B) ωk
- C) ω / k
- D) $\omega - k$

Dica: olhe as unidades físicas de ω e k .

Que combinação delas dá a unidade de velocidade?

Um caso particular:

Velocidade de propagação de uma onda em uma corda

Vamos deduzir a forma da velocidade v das ondas em uma corda, a menos de uma constante, por **análise dimensional**:

1. v tem de depender das propriedades relevantes de uma corda. Só há 3 possíveis: sua massa M , seu comprimento L , e a tração T aplicada nela. Assim:

$$v = \text{cte } T^a M^b L^c$$

2. Determinamos a, b, c igualando as dimensões físicas (unidades) dos 2 lados:

$$\text{m/s} = [\text{kg.m/s}^2]^a [\text{kg}]^b \text{m}^c$$

3. Solução: $a = c = 1/2$, $b = -1/2$. Definindo ainda a **densidade linear** $\mu = M / L$:

$$v = \text{cte } (T / \mu)^{1/2}$$

(Uma análise mais completa da física de uma corda (v. livro) revela que $\text{cte} = 1$)

Ondas Senoidais

A equação

$$y(x, t) = A \sin[kx - \omega t + \phi]$$

Fornece o deslocamento vertical de cada ponto da onda. Portanto:

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y}{\partial t}(x, t) = -\omega A \cos[kx - \omega t + \phi_0]$$

(velocidade de deslocamento vertical de cada ponto da onda)

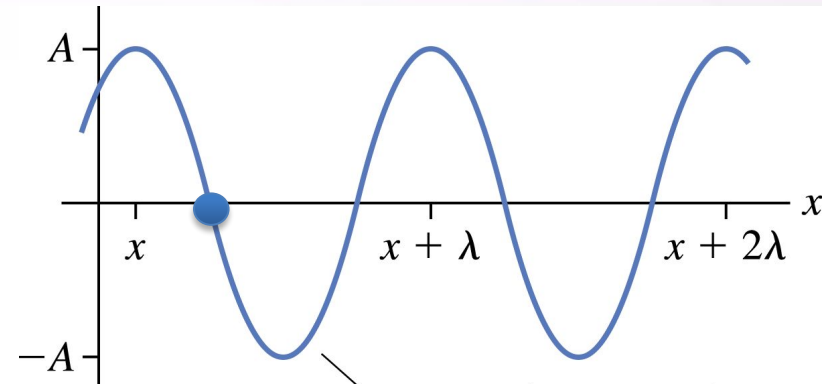
obs: V_y **NÃO** é o mesmo que $v_{\text{onda}} = \lambda f = \omega/k$!

$$a_y(x, t) = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, t) = -\omega^2 A \sin[kx - \omega t + \phi_0]$$

(aceleração de deslocamento vertical de cada ponto da onda)

Cada ponto da corda descreve um MHS vertical!

Teste Conceitual 20.6



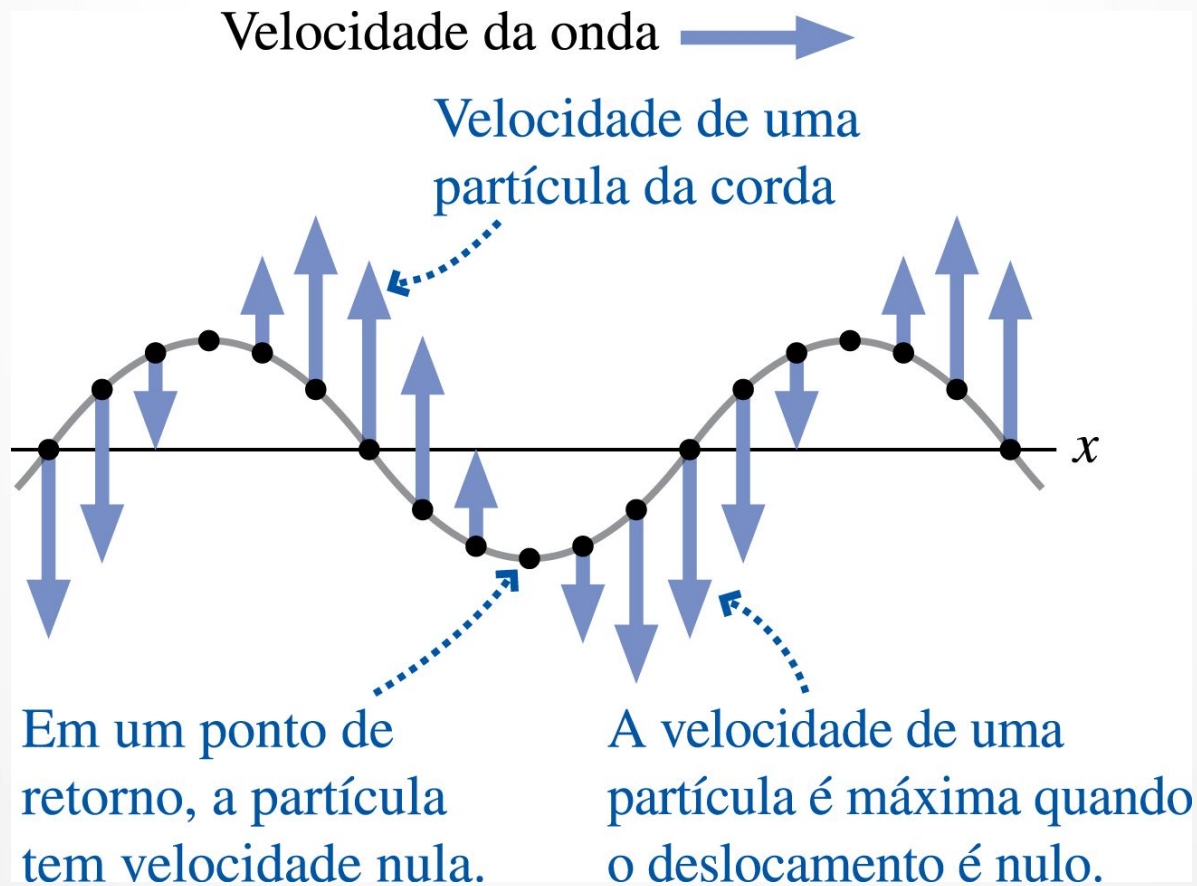
No ponto indicado de uma onda senoidal numa corda propagando para a direita, o vetor velocidade do material da corda

- A) Atinge um máximo e aponta para cima
- B) Atinge um máximo e aponta para baixo
- C) Atinge um máximo e aponta para a direita
- D) Vale zero

Ondas Senoidais

$$y(x, t) = A \sin[kx - \omega t + \phi]$$

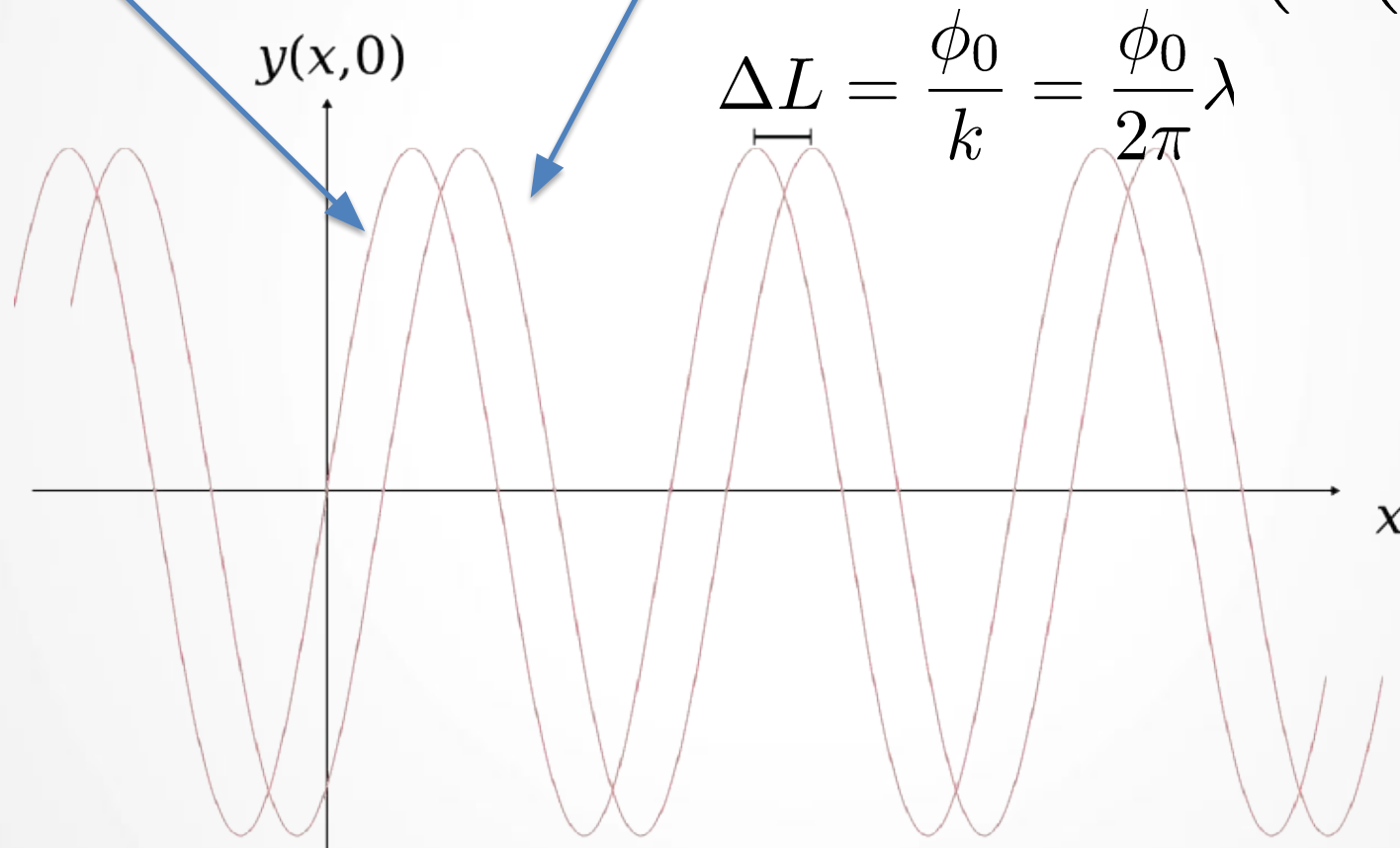
$$v_y(x, t) = \frac{\partial y}{\partial t}(x, t) = -\omega A \cos[kx - \omega t + \phi_0]$$



Diferença de fase entre duas ondas

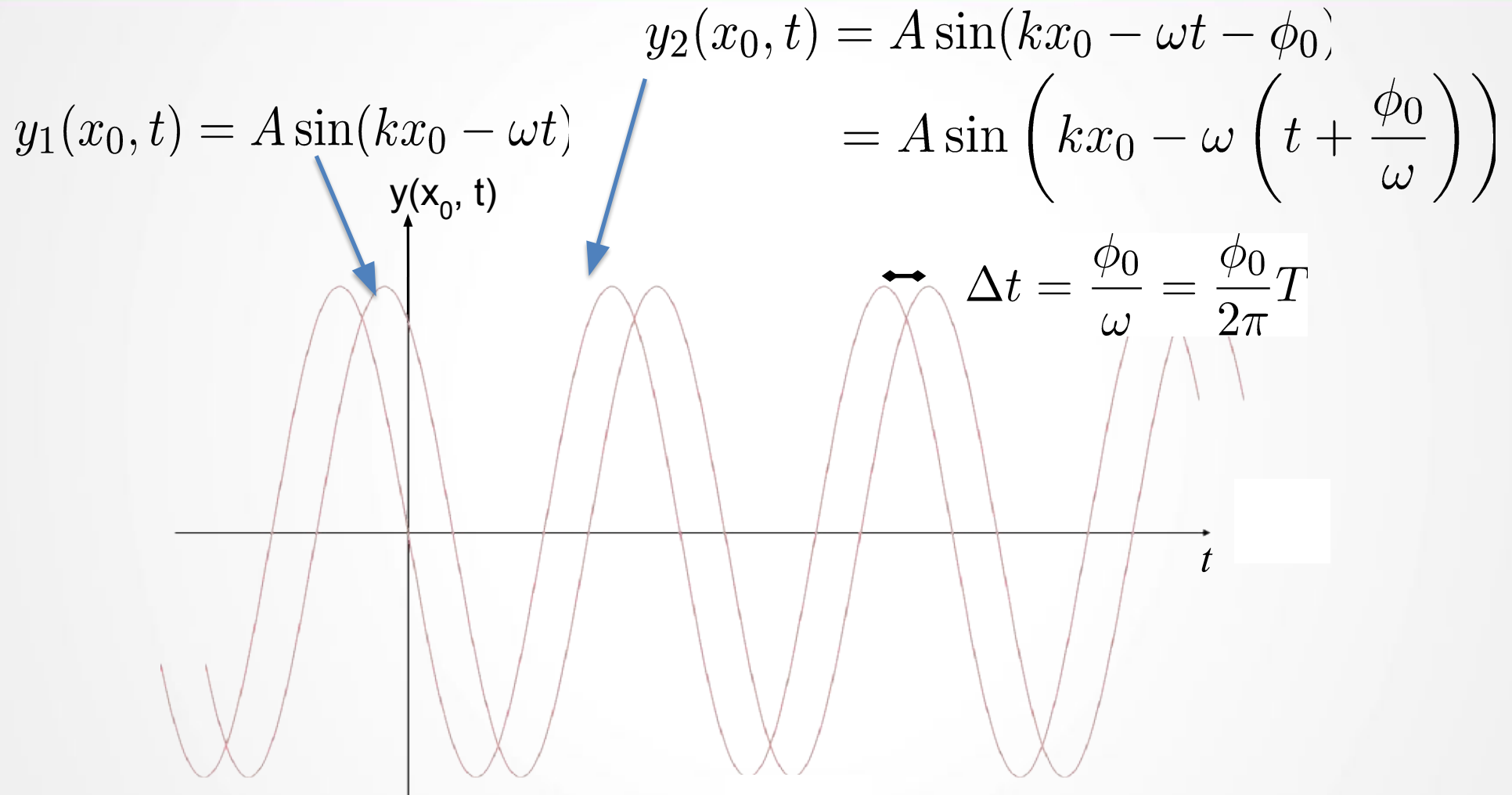
$$y_1(x, 0) = A \sin(kx)$$

$$\begin{aligned} y_2(x, 0) &= A \sin(kx - \phi_0) \\ &= A \sin \left(k \left(x - \frac{\phi_0}{k} \right) \right) \end{aligned}$$



Interpret. 1: $\phi_0/2\pi$ mede a distância espacial entre as duas ondas, em unidades de λ

Diferença de fase entre duas ondas



Interpret. 2: $\phi_0 / 2\pi$ mede a distância temporal entre as duas ondas, em unidades de T

Teste Conceitual 20.7

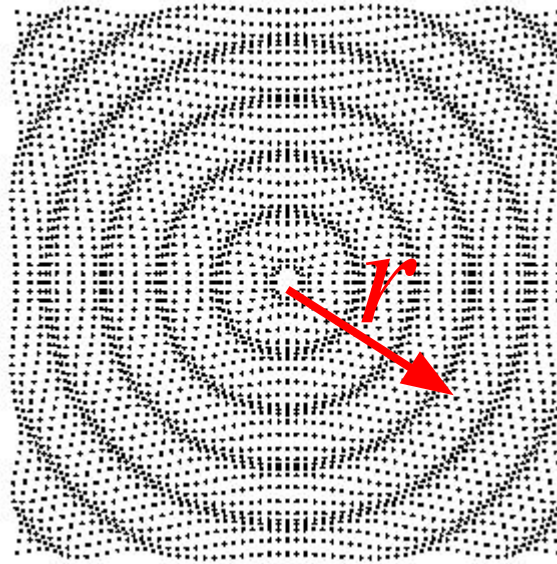
Considere as ondas $y_1(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$ e $y_2(x,t) = B \cos(kx - \omega t + \varphi)$. É correto dizer que

- A) A diferença de fase entre y_1 e y_2 é $\varphi_0 = \pi/2$, sendo que a onda y_1 está adiantada $1/4$ de ciclo com respeito à onda y_2 .
- B) A diferença de fase entre y_1 e y_2 é $\varphi_0 = \pi/2$, sendo que a onda y_2 está adiantada $1/4$ de ciclo com respeito à onda y_1 .
- C) A diferença de fase entre y_1 e y_2 é $\varphi_0 = \text{zero}$ (as duas ondas estão em fase)
- D) A diferença de fase entre y_1 e y_2 é $\varphi_0 = \varphi$, sendo que qual das duas está adiantada depende do sinal de φ .

Ondas Bidimensionais - 2D



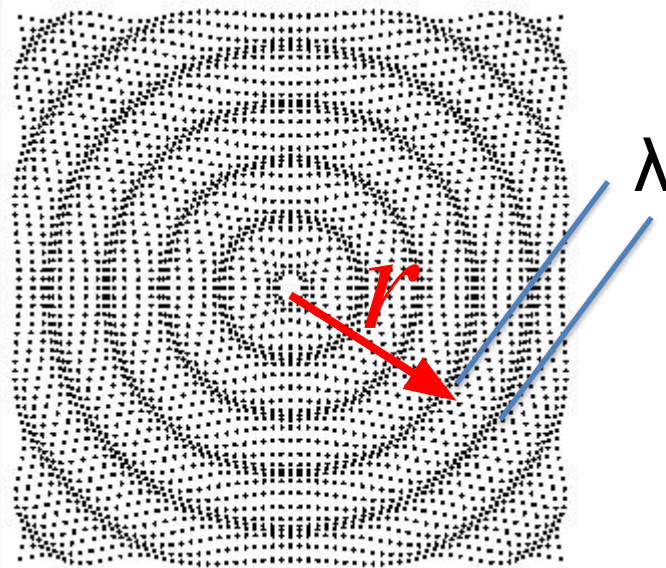
Ondas Bidimensionais - 2D



$$y(\textcolor{red}{r}, t) = A(\textcolor{red}{r}) \textit{sen}[k\textcolor{red}{r} - \omega t + \phi]$$

$\textcolor{red}{r} \rightarrow$ distância em relação a fonte

Ondas Bidimensionais - 2D



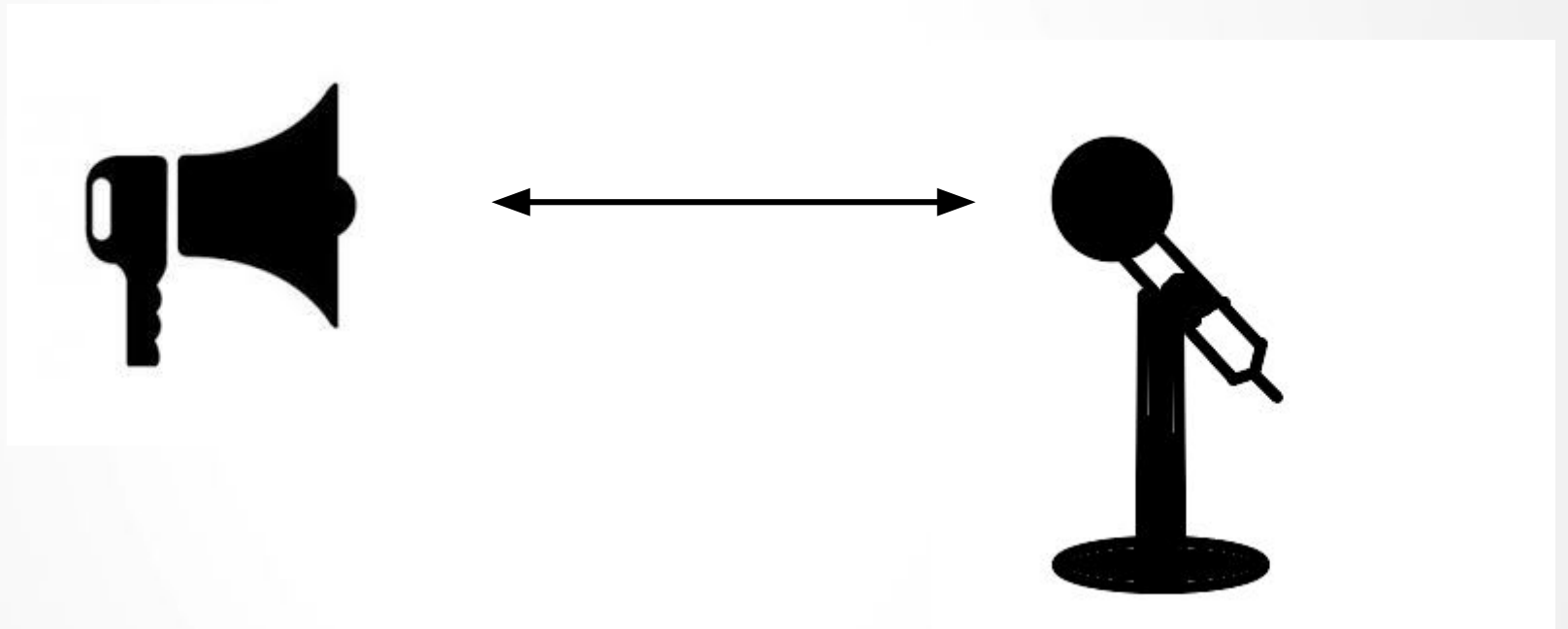
Frentes de onda são as cristas da onda.
Na direção radial, elas são separadas por um λ

$$y(\textcolor{red}{r}, t) = \boxed{A(\textcolor{red}{r})} \text{sen}[k\textcolor{red}{r} - \omega t + \phi]$$

OBS: normalmente a Amplitude depende da distância à fonte!

Uma onda transporta energia...

Experiência cotidiana



Qto maior a distância entre o auto-falante e o microfone, menor a intensidade do som captado.

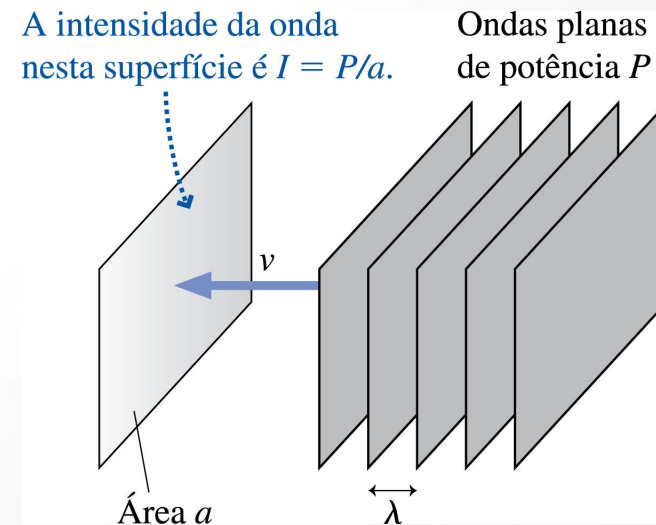
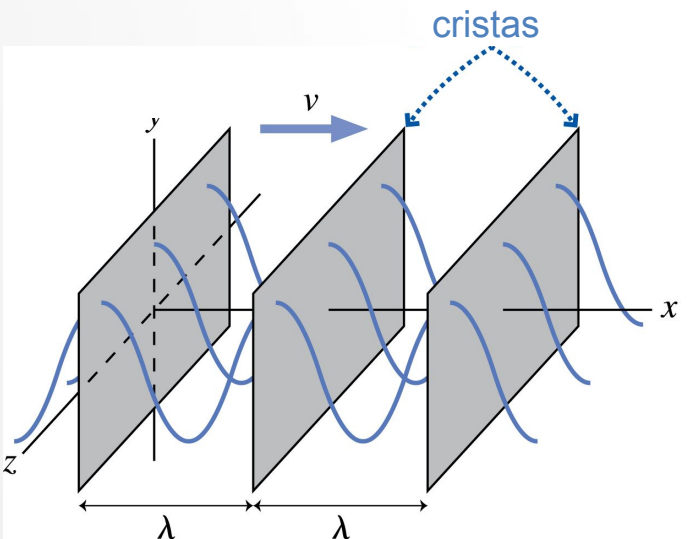
Uma onda transporta energia...

Potência → taxa, em Watts (J/s), pela qual a onda transfere energia.



A **potência** só depende da fonte e se refere à onda como um todo

Intensidade → Potência por unidade de área transversa



Uma onda transporta energia...

Intensidade = Potência / Área



Pela Cons. de energia:
Em 1D, a intensidade é constante ao longo da onda, mas em 2D ou 3D, ela diminui com o aumento da distância entre a fonte e o ponto de observação

$$1D: I(r) \propto P_{\text{fonte}}$$

$$2D: I(r) \propto P_{\text{fonte}} / 2 \pi r$$

$$3D: I(r) = P_{\text{fonte}} / 4 \pi r^2$$

Intensidade e amplitude

Recorde que num oscilador harmônico a energia total (cinética + potencial) é **proporcional ao quadrado** da amplitude de oscilação:

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} k A^2$$

Pode-se demonstrar (não temos tempo aqui...) que algo semelhante ocorre em qualquer onda: a intensidade num dado ponto da onda é sempre proporcional ao quadrado da sua amplitude naquele ponto:

$$I = \text{cte. } A^2$$

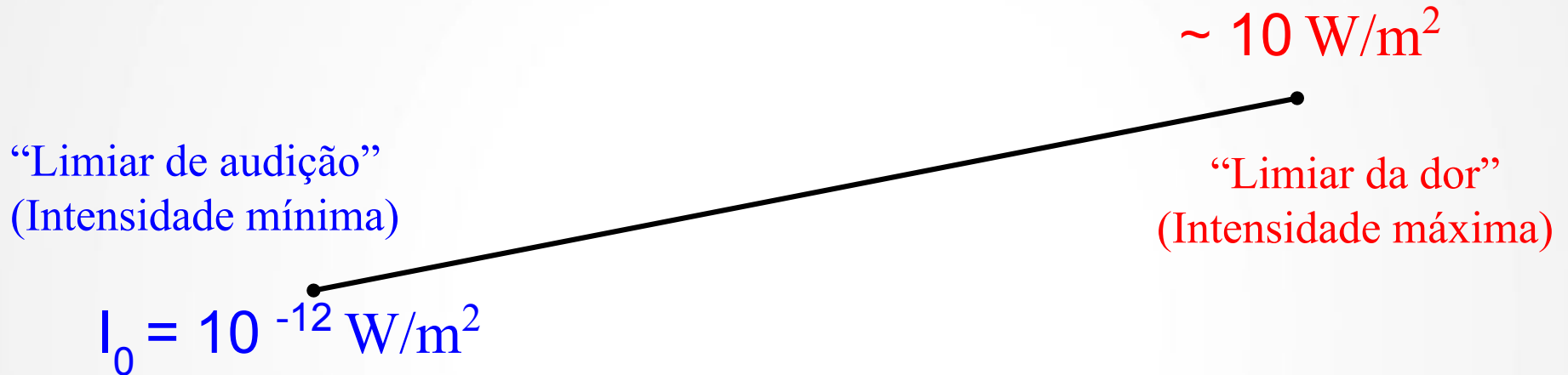
Teste Conceitual 20.8

Uma pedra cai em um lago. O que acontece com a altura das ondas circulares geradas na superfície à medida em que elas se afastam do ponto de origem?

- A) Fica constante
- B) Cai em proporção com a distância
- C) Cai em proporção com o quadrado da distância
- D) Cai em proporção com a raiz quadrada da distância

O que são decibéis?

- O ouvido humano é capaz de perceber sons numa enorme faixa de intensidades



- Curiosamente, estudos psicológicos indicam que o cérebro processa estímulos de forma aproximadamente *logarítmica*

$$\text{Sensação} \sim \text{cte} \cdot \log (\text{Intensidade})$$

“A sensação é proporcional ao logaritmo da excitação”
“lei” de Weber-Fechner

O que são decibéis?

Escala Decibel: escala logarítmica de intensidade, tenta capturar a sensação subjetiva de ‘volume’

“nível de ruído”
(adimensional)

$$\beta \equiv [10dB] \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

(onde $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$)

$$\text{Ex: } I = I_0 \leftrightarrow \beta = 0 \text{ dB}$$

$$\text{Ex: } I = 10^{-5} \text{ W/m}^2 \leftrightarrow \beta = 70 \text{ dB}$$

Teste Conceitual 20.9

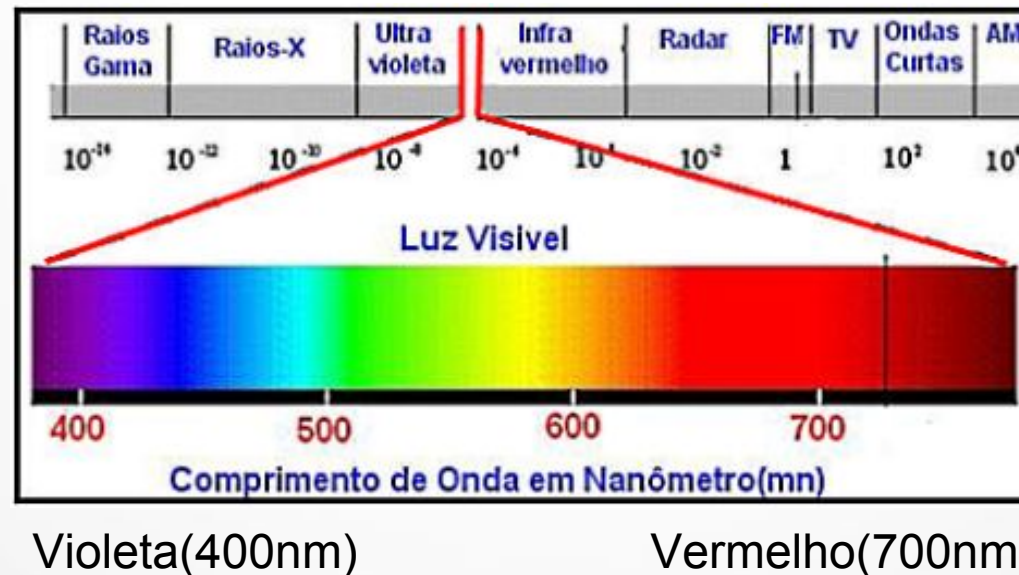
A intensidade de uma onda sonora A é 100 vezes a de outra onda sonora B. Outra forma de dizer isso é que o som da onda A é

- A) 2dB maior que o da onda B
- B) 10dB maior que o da onda B
- C) 20dB maior que o da onda B
- D) 100dB maior que o da onda B

$$\beta \equiv [10dB] \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

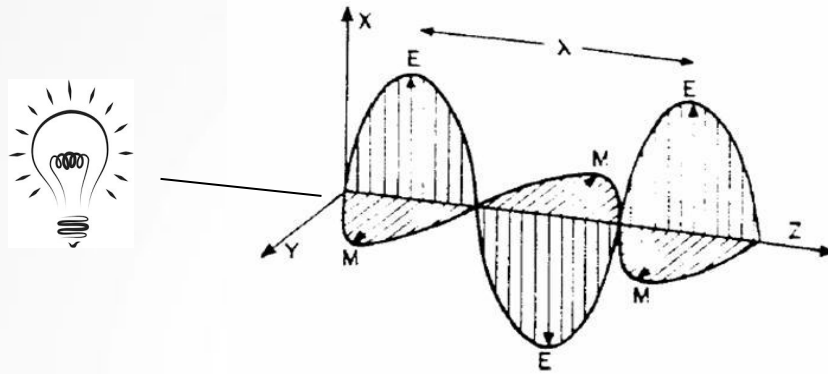
Ondas eletromagnéticas

- São previstas pelas equações de Maxwell
- Se propagam no vácuo com velocidade $c = 3,0 \times 10^8$ m/s
- Podem ser detectadas e manipuladas numa vasta faixa de comprimentos de onda, que formam o **espectro eletromagnético**
- Apenas uma estreita faixa desse espectro corresponde à luz visível



Ondas Eletromagnéticas

Luz



A velocidade da luz em um meio material é caracterizada pelo **índice de refração**

$$n = \frac{v_{\text{luz}}^{\text{vácuo}}}{v_{\text{luz}}^{\text{material}}} = \frac{c}{v}$$

$$n \geq 1 !$$

Exemplos:

$n=1$ (vácuo)

$n=1,0003$ (ar)

$n=1,33$ (água)

$n=1,50$ (vidro)

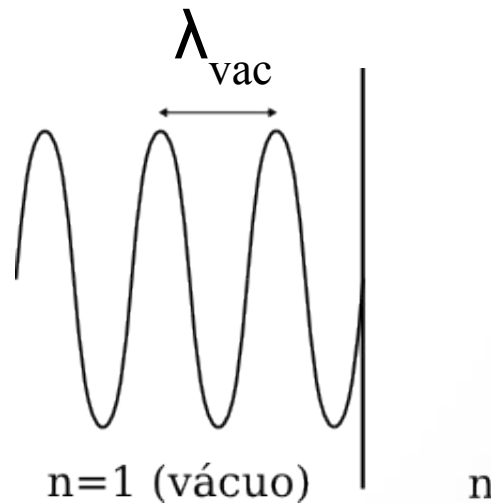
$n=2,42$ (diamante)

Ondas Eletromagnéticas

Teste conceitual 20.10

Se a velocidade da onda EM varia ao passar de um meio para o outro, o que ocorre com a sua frequência e comprimento de onda?

- A) Só a frequência varia
- B) Só o comprimento de onda varia
- C) Ambos variam
- D) Nenhum deles varia

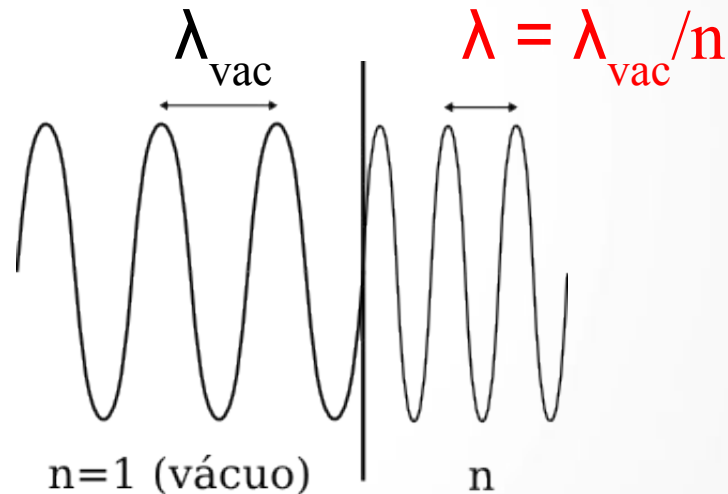


Ondas Eletromagnéticas

Teste conceitual 20.10

Se a velocidade da onda EM varia ao passar de um meio para o outro, o que ocorre com a sua frequência e comprimento de onda?

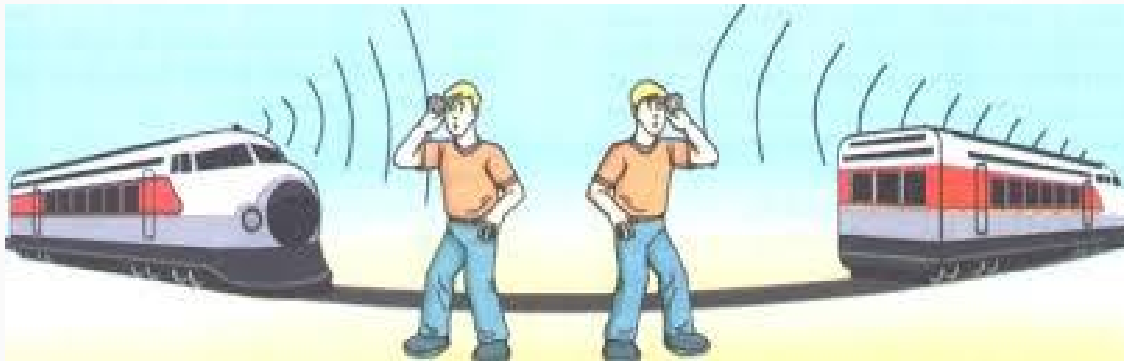
- A) Só a frequência varia
- B) **Só o comprimento de onda varia**
- C) Ambos variam
- D) Nenhum deles varia



A frequência da onda é a frequência da fonte. Ela não varia quando a onda passa de um meio para outro.

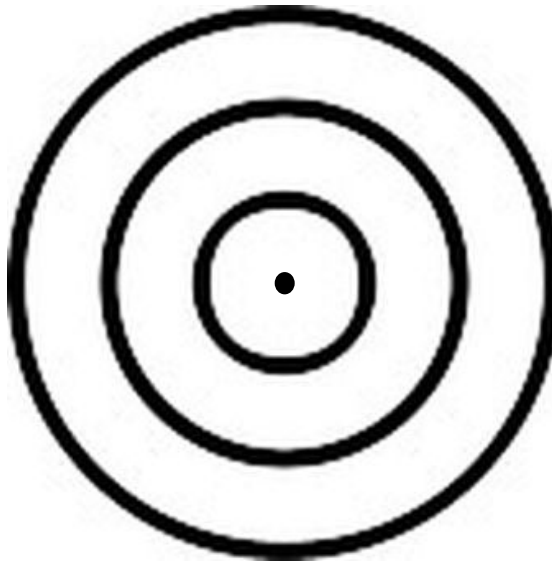
Efeito Doppler (1842)

Variação na frequência das ondas percebidas por um observador se movendo com respeito a uma 'fonte' que emite ou reflete as ondas em sua direção



- Se observador e fonte **se aproximam**: a frequência percebida é **maior** (mais aguda) **que a emitida**
- Se observador e fonte **se afastam**: a frequência percebida é **menor** (mais grave) **que a emitida**

Efeito Doppler – efeito do movimento do observador



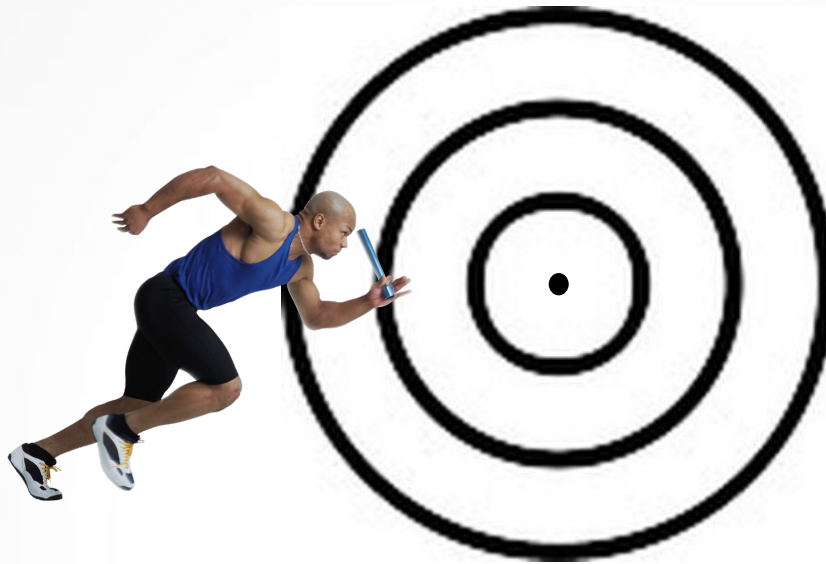
fonte estacionária c/ respeito ao meio

$$f' = \left(\frac{v^{onda} \text{ (blue circle) } v^{obs}}{v^{onda} \text{ (red circle)}} \right) f_0$$

Se o observador estiver se movendo na direção para longe da fonte

Se o observador estiver se movendo em direção à fonte

Efeito Doppler – parte 1: efeito do movimento do observador



fonte de frequência f_0 , em repouso c/ respeito ao meio de propagação

freq. percebida
pelo observador:

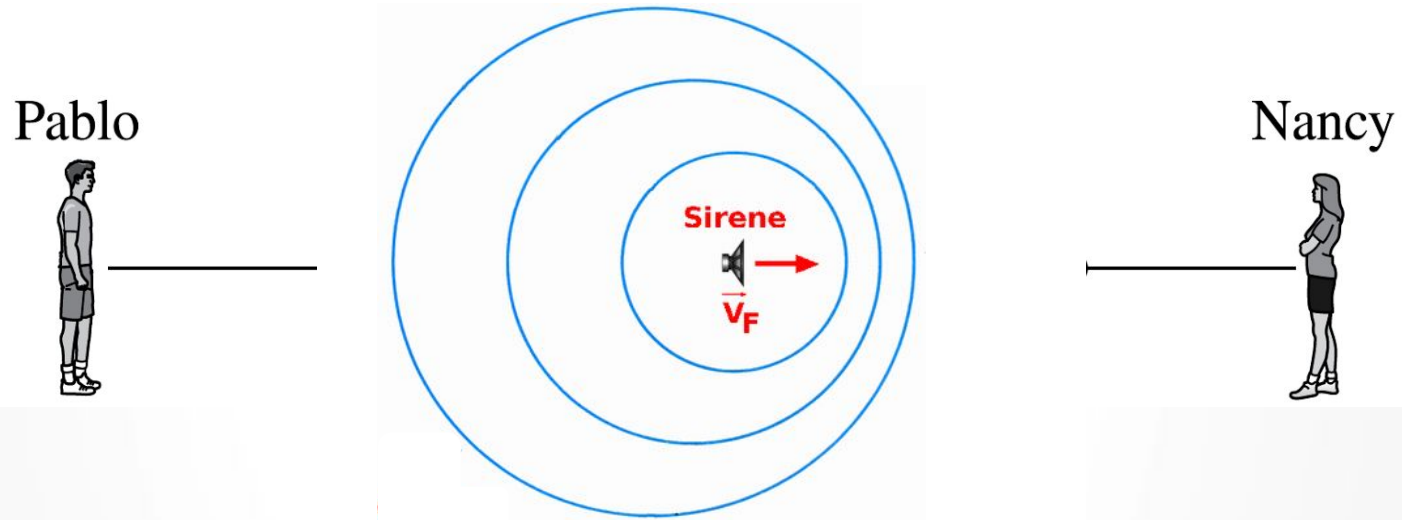
$$f' = \left(\frac{v_{\text{onda}} \ominus v^{\text{obs}}}{v_{\text{onda}}} \right) f_0$$

$f' < f_0$ se o observador estiver se movendo na direção para longe da fonte

$f' > f_0$ se o observador estiver se movendo em direção à fonte

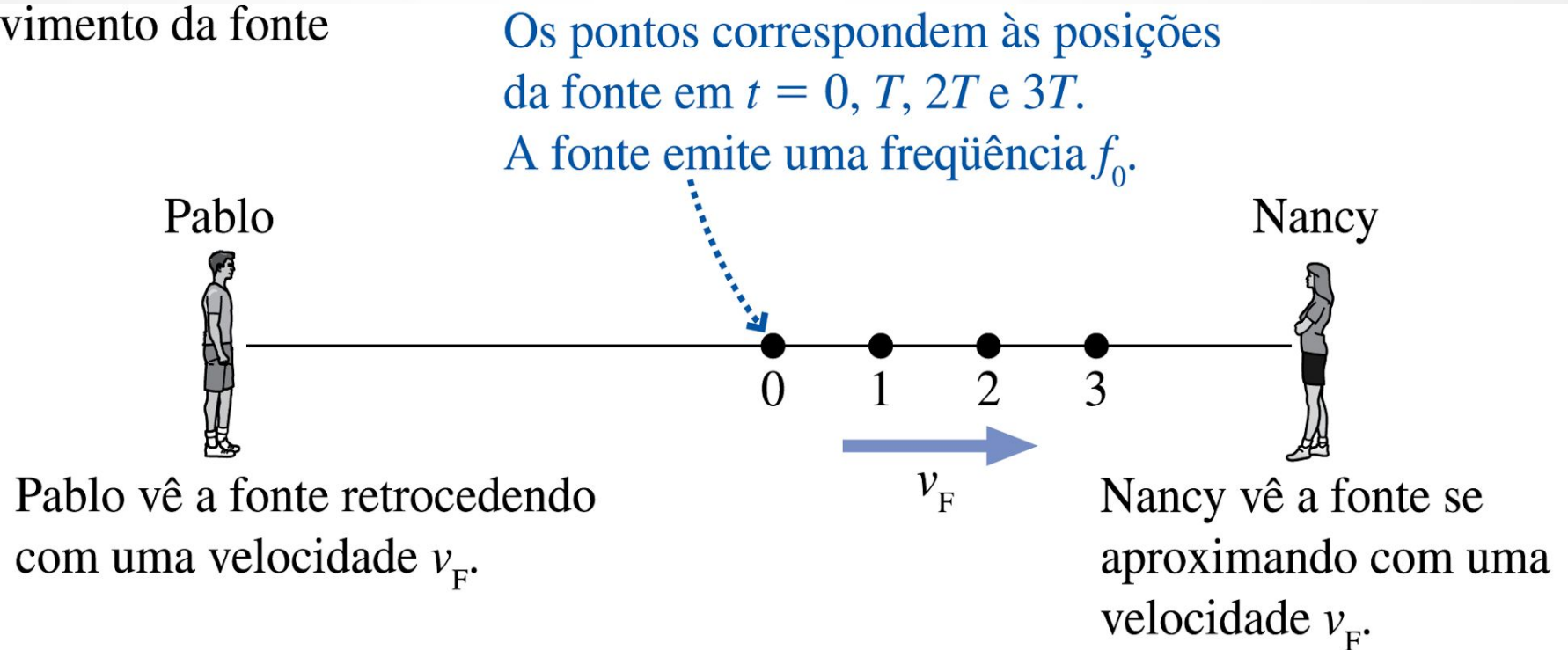
Efeito Doppler – parte 2: efeito do movimento da fonte

(a) Movimento da fonte



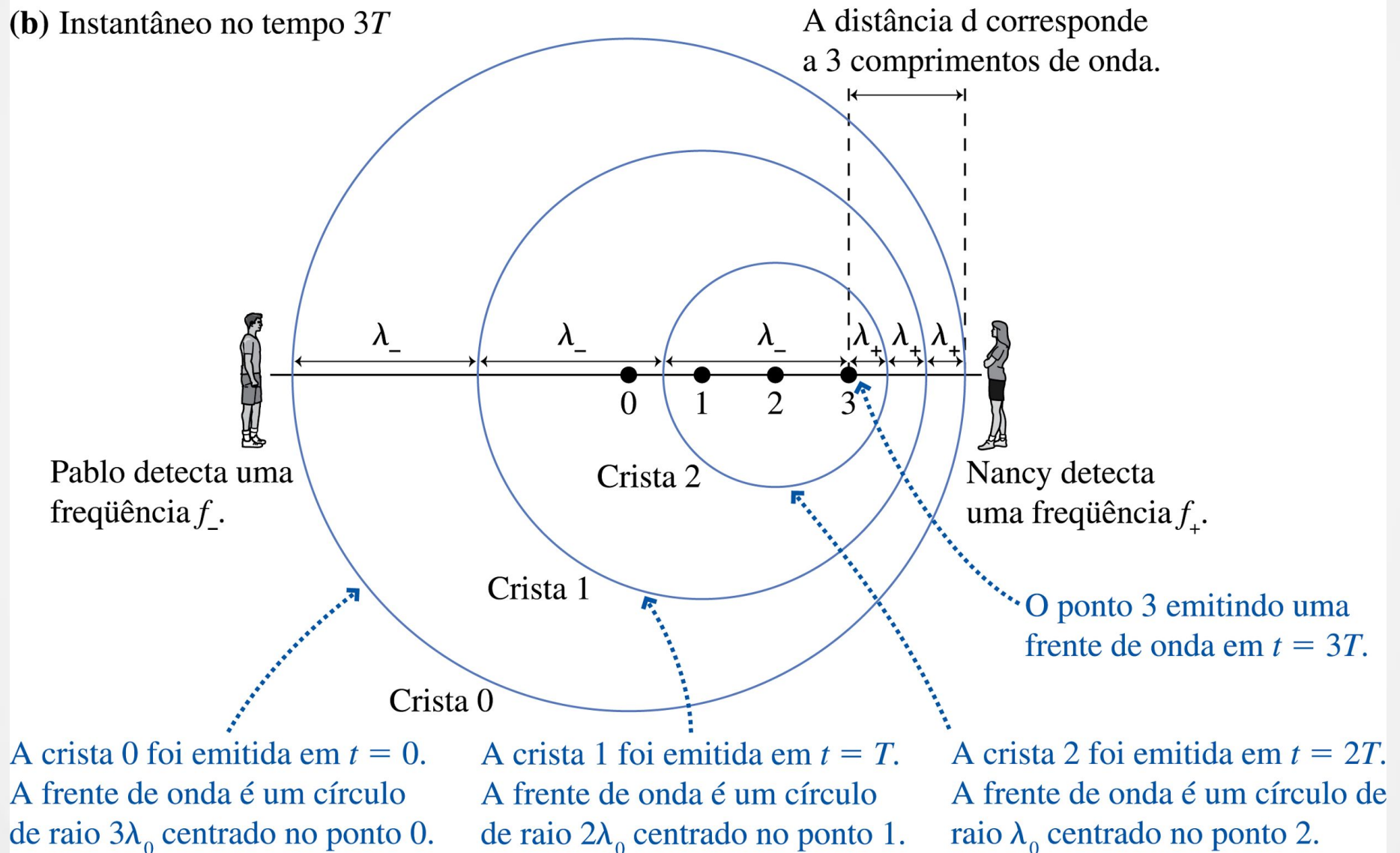
Efeito Doppler – parte 2: efeito do movimento da fonte

(a) Movimento da fonte

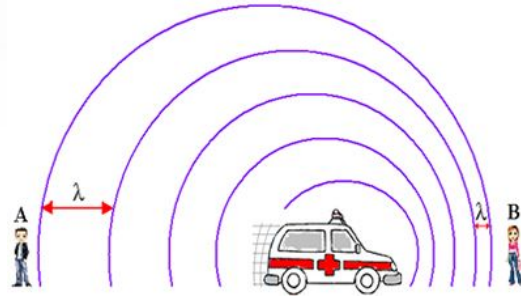


Efeito Doppler – parte 2: efeito do movimento da fonte

(b) Instantâneo no tempo $3T$



Efeito Doppler – parte 2: efeito do movimento da fonte



$$f' = \left(\frac{v_{\text{onda}}}{v_{\text{onda}} \oplus v_{\text{fonte}}} \right) f_0$$

$f' < f_0$ se a fonte estiver se movendo na direção para longe do observador

$f' > f_0$ se a fonte estiver se movendo em direção ao observador

Efeito Doppler

Resultado geral: para observador e fonte ambos em movimento, a frequência observada é:

$$f' = \left(\frac{v^{onda} \mp v^{obs}}{v^{onda} \pm v^{fonte}} \right) f_0$$

Efeito Doppler

Resultado geral: para observador e fonte ambos em movimento, a frequência observada é:

$$f' = \left(\frac{v^{onda} \begin{array}{c} \text{blue circle} \\ \text{red circle} \end{array} v^{obs}}{v^{onda} \begin{array}{c} \text{green circle} \\ \text{orange circle} \end{array} v^{fonte}} \right) f_0$$

Se o observador estiver se movendo na direção para longe da fonte

Se o observador estiver se movendo em direção à fonte

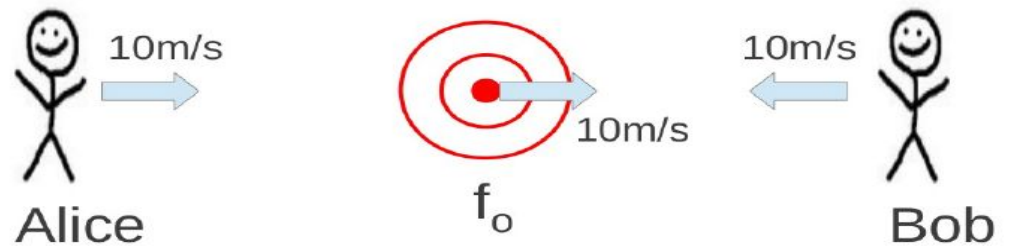
Se a fonte estiver se movendo na direção para longe do observador

Se a fonte estiver se movendo em direção ao observador

Teste Conceitual 20.11

Alice e Bob estão ouvindo uma fonte sonora que se move para a direita com respeito ao ar. Eles também se movem como indicado. Compare as frequências que cada um ouve.

- A) $f_{\text{Alice}} = f_o > f_{\text{Bob}}$
- B) $f_{\text{Alice}} = f_o < f_{\text{Bob}}$
- C) $f_{\text{Alice}} < f_o < f_{\text{Bob}}$
- D) $f_{\text{Alice}} < f_o = f_{\text{Bob}}$

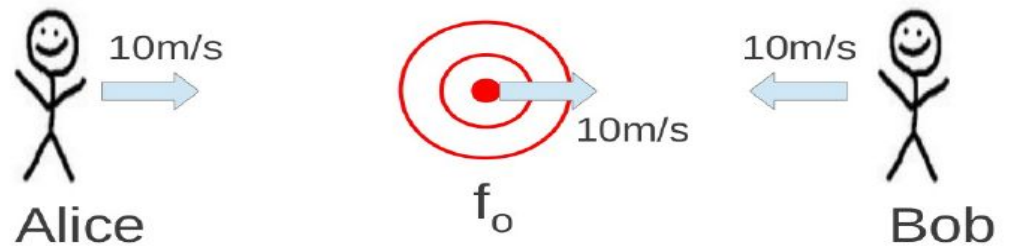


$$f' = \left(\frac{v^{\text{onda}} \mp v^{\text{obs}}}{v^{\text{onda}} \pm v^{\text{fonte}}} \right) f_o$$

Teste Conceitual 20.11

Alice e Bob estão ouvindo uma fonte sonora que se move para a direita com respeito ao ar. Eles também se movem como indicado. Compare as frequências que cada um ouve.

- A) $f_{\text{Alice}} = f_o > f_{\text{Bob}}$
- B) $f_{\text{Alice}} = f_o < f_{\text{Bob}}$
- C) $f_{\text{Alice}} < f_o < f_{\text{Bob}}$
- D) $f_{\text{Alice}} < f_o = f_{\text{Bob}}$

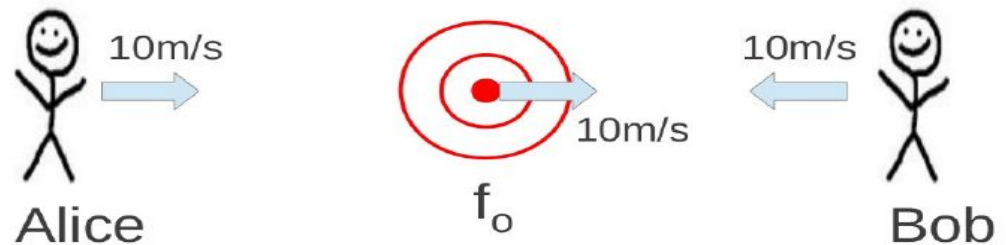


$$f'_{\text{Bob}} = \left(\frac{v_{\text{onda}} \oplus v^{\text{obs}}}{v_{\text{onda}} \ominus v^{\text{fonte}}} \right) f_o$$

Teste Conceitual 20.11

Alice e Bob estão ouvindo uma fonte sonora que se move para a direita com respeito ao ar. Eles também se movem como indicado. Compare as frequências que cada um ouve.

- A) $f_{\text{Alice}} = f_o > f_{\text{Bob}}$
- B) $f_{\text{Alice}} = f_o < f_{\text{Bob}}$
- C) $f_{\text{Alice}} < f_o < f_{\text{Bob}}$
- D) $f_{\text{Alice}} < f_o = f_{\text{Bob}}$

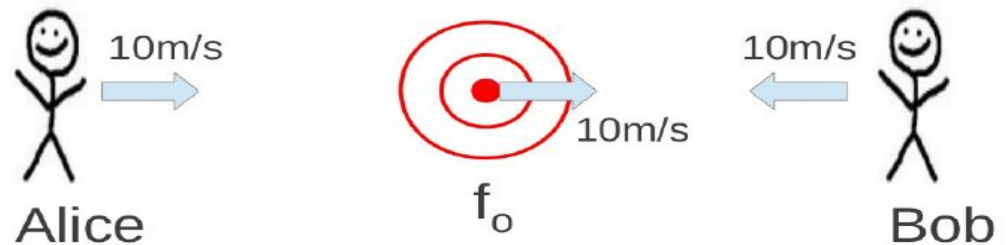


$$f'_{\text{Alice}} = \left(\frac{v_{\text{onda}} \oplus v^{\text{obs}}}{v_{\text{onda}} \oplus v^{\text{fonte}}} \right) f_o$$

Teste Conceitual 20.11

Alice e Bob estão ouvindo uma fonte sonora que se move para a direita com respeito ao ar. Eles também se movem como indicado. Compare as frequências que cada um ouve.

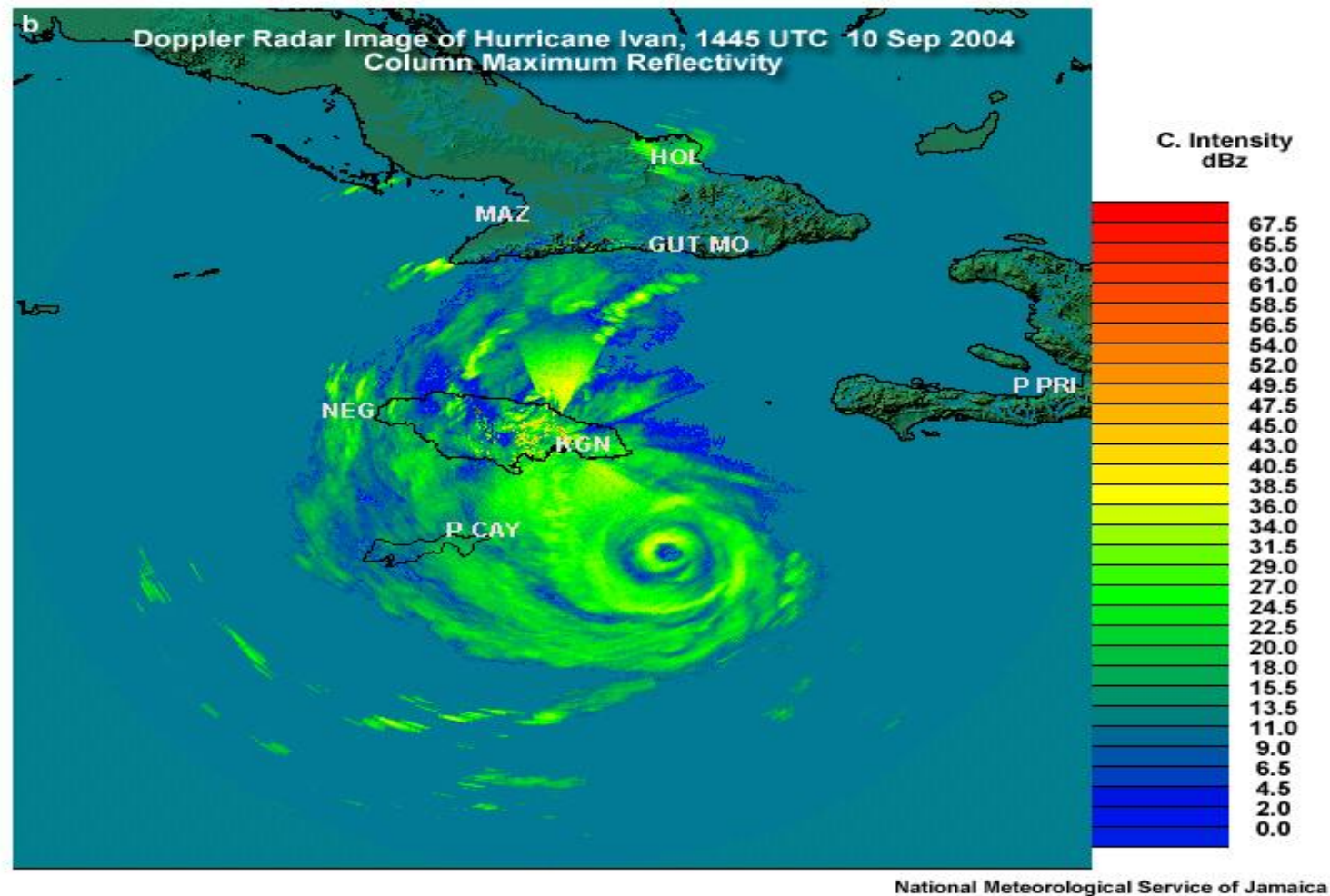
- A) $f_{\text{Alice}} = f_o > f_{\text{Bob}}$
B) $f_{\text{Alice}} = f_o < f_{\text{Bob}}$
 C) $f_{\text{Alice}} < f_o < f_{\text{Bob}}$
 D) $f_{\text{Alice}} < f_o = f_{\text{Bob}}$



$$f'_{\text{Alice}} = \left(\frac{v_{\text{onda}} \oplus v^{\text{obs}}}{v_{\text{onda}} \oplus v^{\text{fonte}}} \right) f_o$$

Efeito Doppler

Aplicação: detecção da velocidade de ventos e objetos via radar
(ondas de rádio)

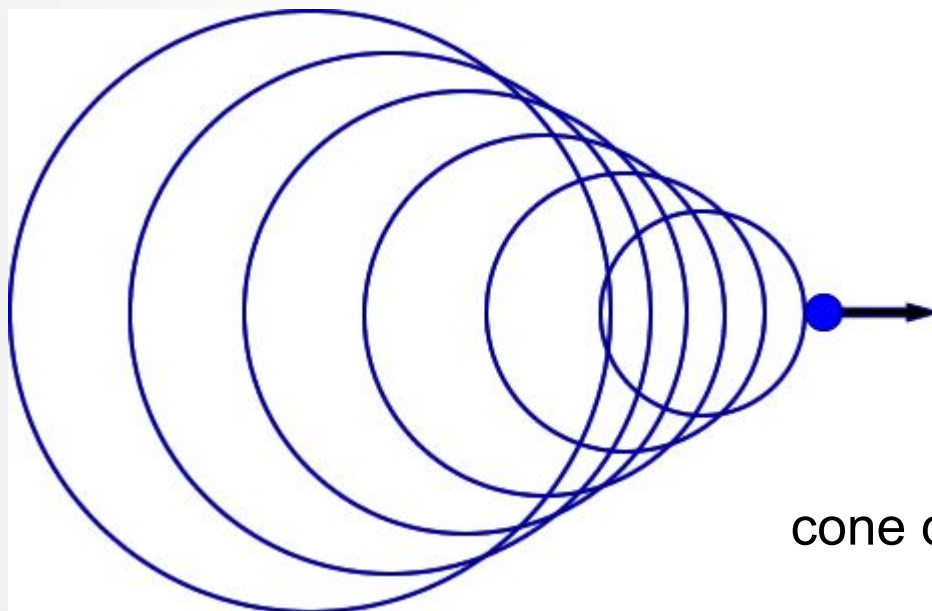


Efeito Doppler

Velocidades supersônicas

$$v_{\text{fonte}} > v_{\text{som}}$$

$$v_{\text{som}} = 343 \text{ m/s (no ar a } 20^{\circ}\text{C)}$$



cone de Mach



onda de choque em um avião supersônico

Efeito Doppler com luz

$$\lambda_{\mp} = \lambda_0 \sqrt{\frac{1 \pm v_F/c}{1 \mp v_F/c}}$$

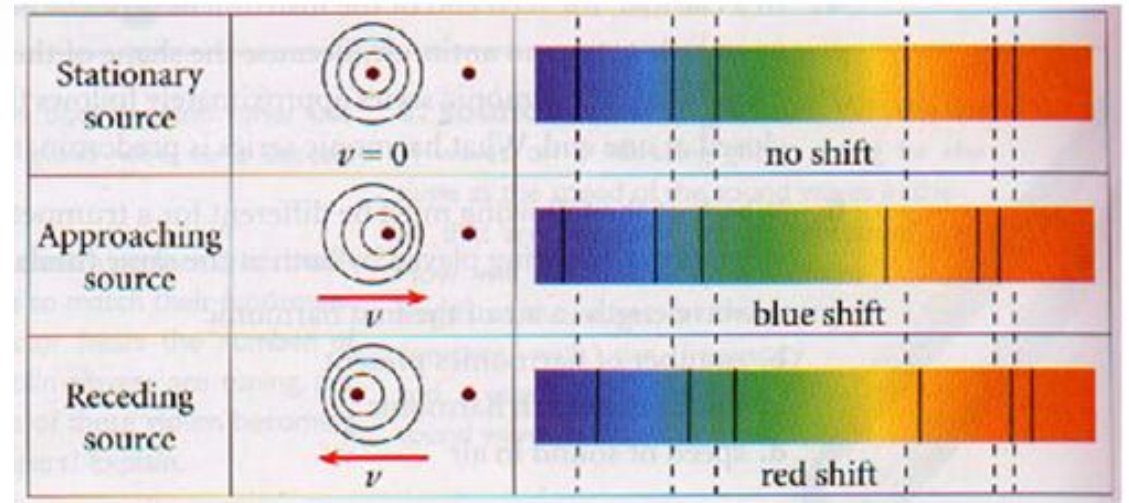
sinais superiores: luz de uma fonte que se afasta, $\lambda_- > \lambda_0$

sinais inferiores: luz de uma fonte que se aproxima, $\lambda_+ < \lambda_0$

v_F velocidade da fonte em relação ao observador

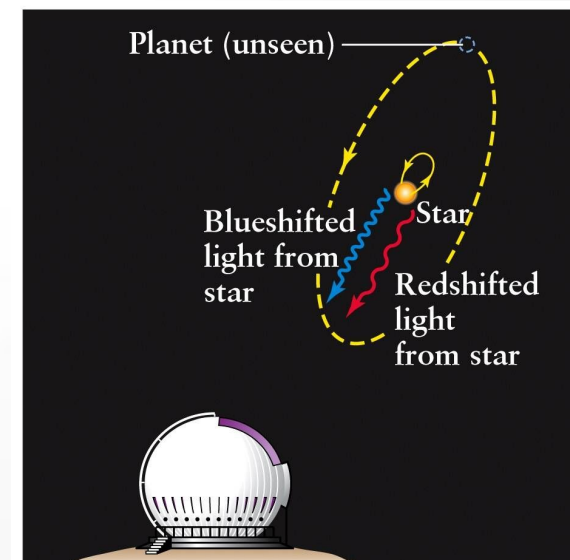
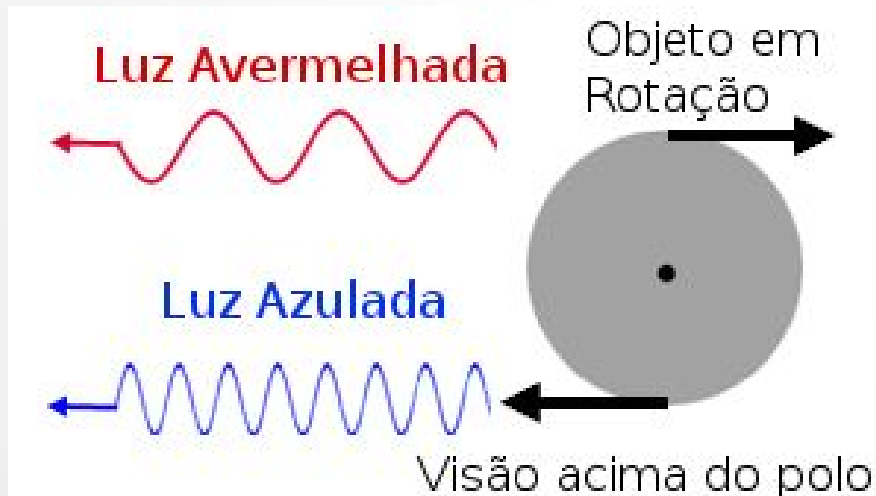
Efeito Doppler com luz

Cores específicas (ou 'linhas espectrais') emitidas por uma fonte luminosa em movimento relativo ao observador ficam '*desviadas para o vermelho*' (λ aumenta) ou '*desviadas para o azul*' (λ diminui)



Aplicação: medir a velocidade de rotação do Sol ou de estrelas

Aplicação: detecção de planetas extrasolares



Efeito Doppler com luz

Mapa de galáxias conhecidas (cada ponto é uma galáxia!)

Aplicação:
Medir a **expansão do Universo!**

Verifica-se que quanto mais distante está uma galáxia, maior o seu desvio para o vermelho, ie, mais rapidamente está se afastando de nós !!

