

# **Física 3**

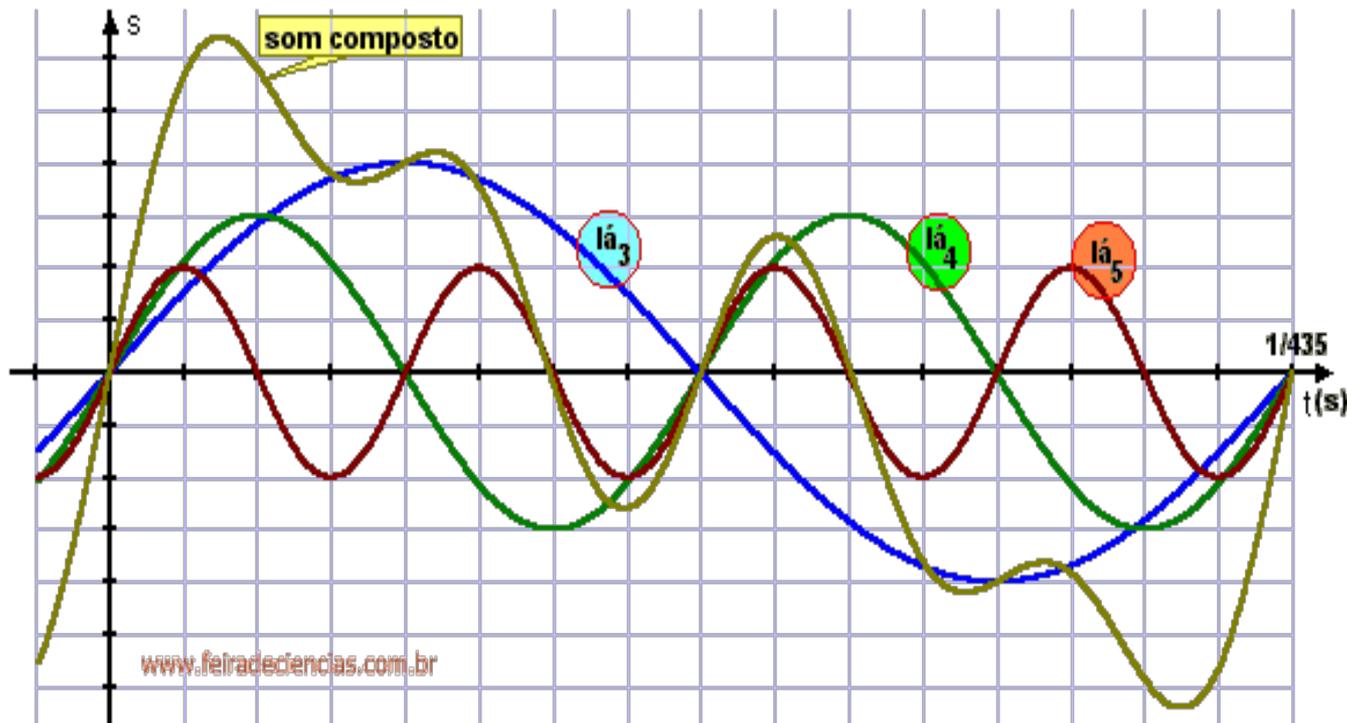
## ***Cap 21 – Superposição***

# Interferência entre ondas

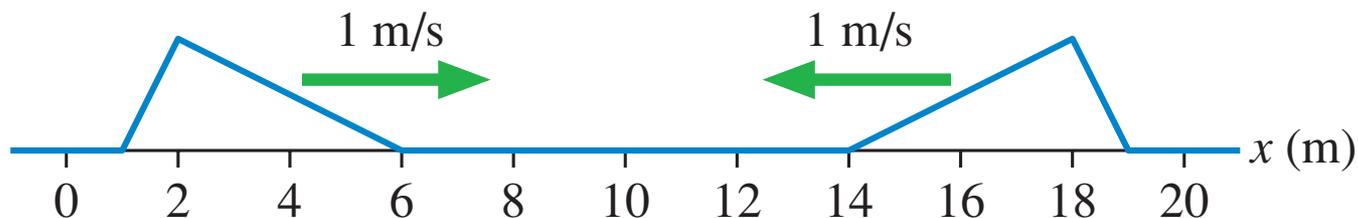
Duas ou mais ondas se combinam formando uma única onda resultante cujo deslocamento é dado pelo **princípio da superposição**:

$$D_{\text{res}} = D_1 + D_2 + \dots = \sum_i D_i$$

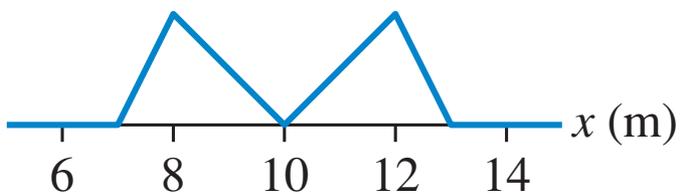
Exemplo: som musical composto



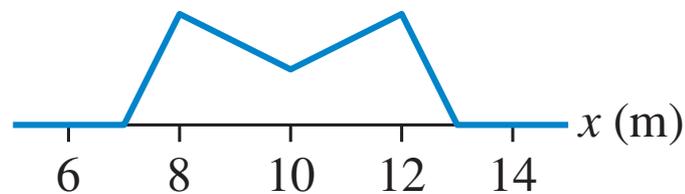
# Teste conceitual



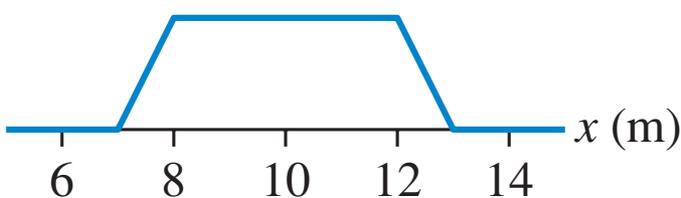
Em  $t = 0$ , os dois pulsos acima em uma corda se aproximam com velocidades de 1 m/s. Qual será o formato da corda no instante  $t = 6$  s?



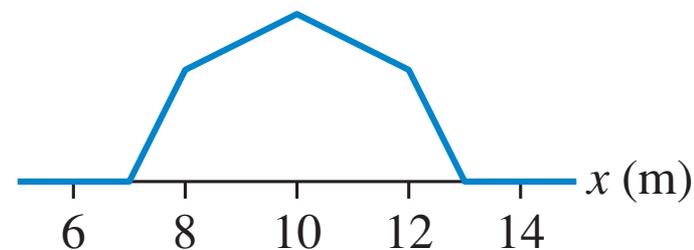
(a)



(b)



(c)

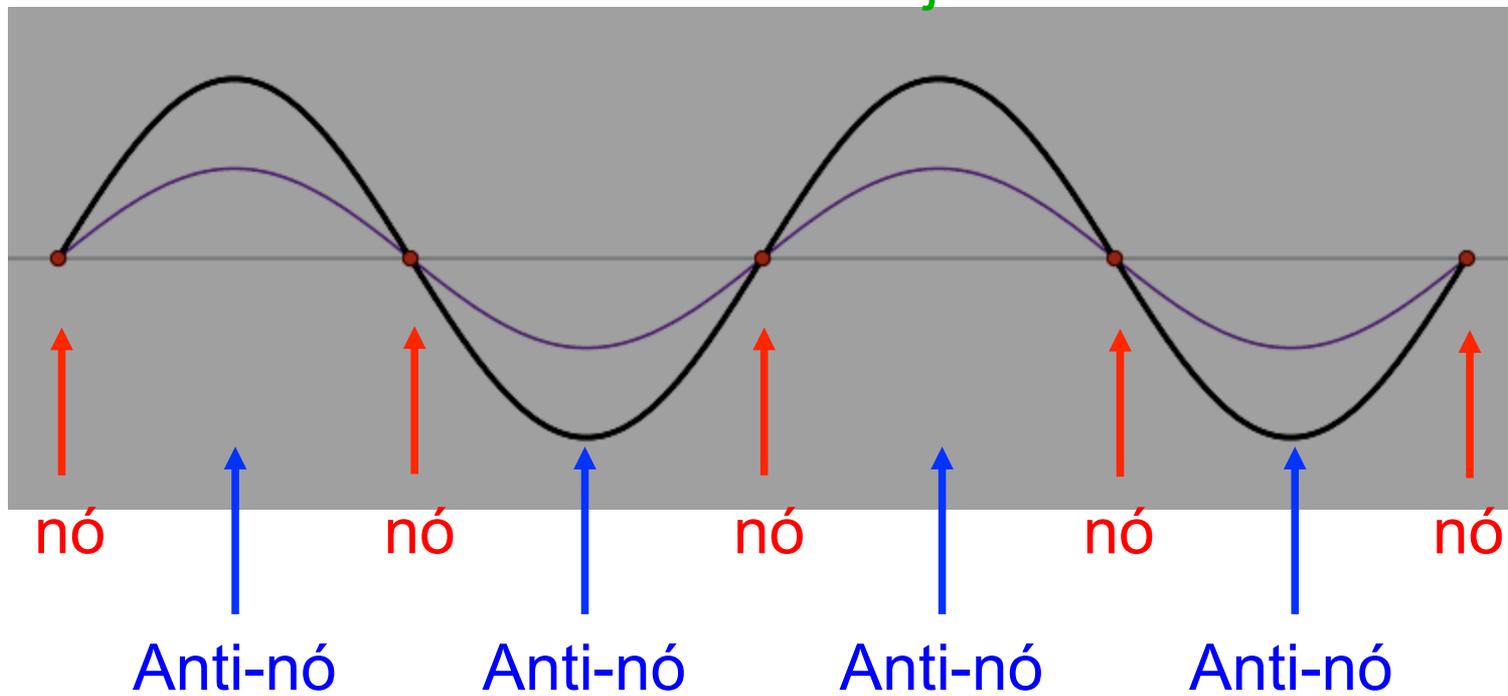


(d)

# Ondas estacionárias

Onda resultante da superposição de duas ondas contra-propagantes.

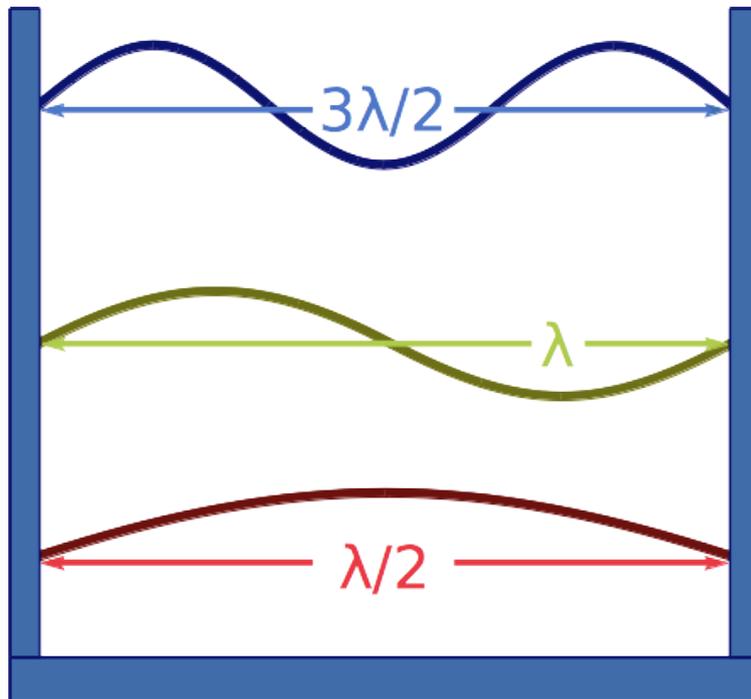
Distância entre dois nós adjacentes =  $\lambda / 2$



$$y(x, t) = \underbrace{2Y_m \text{sen}(kx)}_{\text{Amplitude}} \cos(\omega t)$$

# Ondas estacionárias

Exemplo: corda amarrada pelas extremidades



$m=3 \rightarrow 3^{\circ}$  Harmônico

$m=2 \rightarrow 2^{\circ}$  Harmônico

$m=1 \rightarrow 1^{\circ}$  Harmônico  
(ou modo fundamental)

$$f_m = \frac{v}{\lambda_m} = m \frac{v}{2L} \quad m=1,2,3, \dots$$

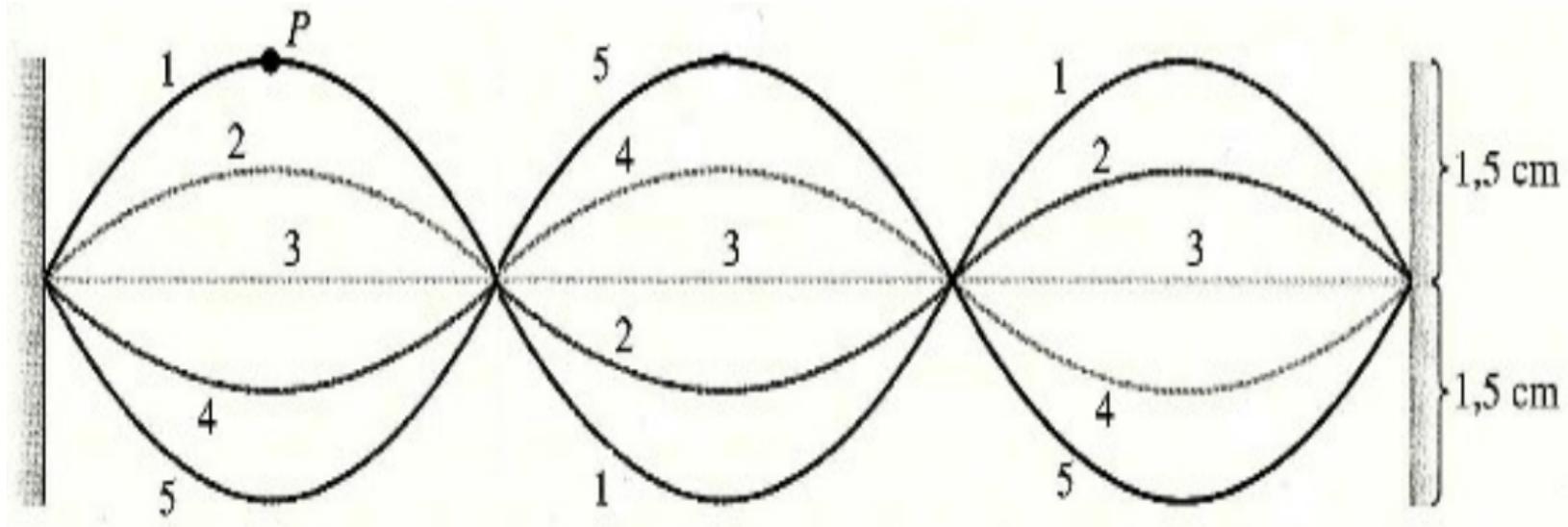
Qto > a ordem, > a frequência!

## Teste Conceitual

Uma corda de 60cm de comprimento vibra sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na fig. A taxa do estroboscópio é fixada em 5000 flashes por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos flashes 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles.

**P: O comprimento de onda das ondas progressivas nessa corda vale**

- A) 1,5cm   B) 40cm   C) 20cm   D) 60cm

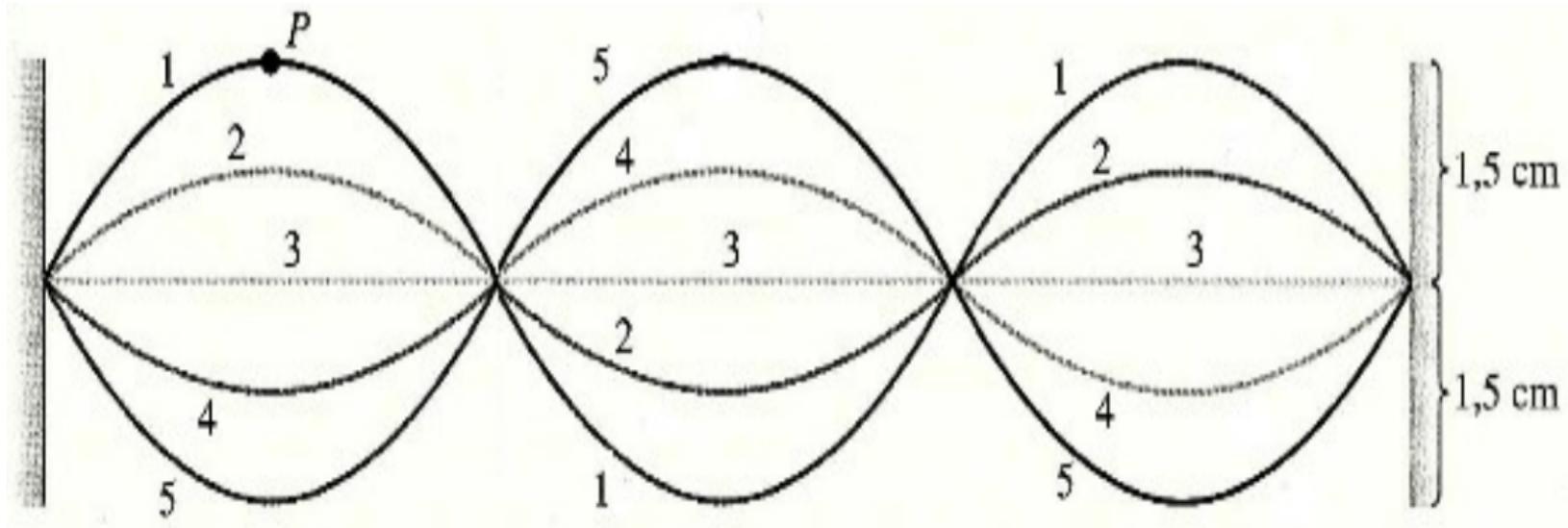


# Teste Conceitual

Uma corda de 60cm de comprimento vibra sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na fig. A taxa do estroboscópio é fixada em 5000 flashes por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos flashes 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles.

**P: O período das ondas progressivas nessa corda vale**

- A) 0,12s   B) 0,096s   C) 1,20s   D) 0,96s

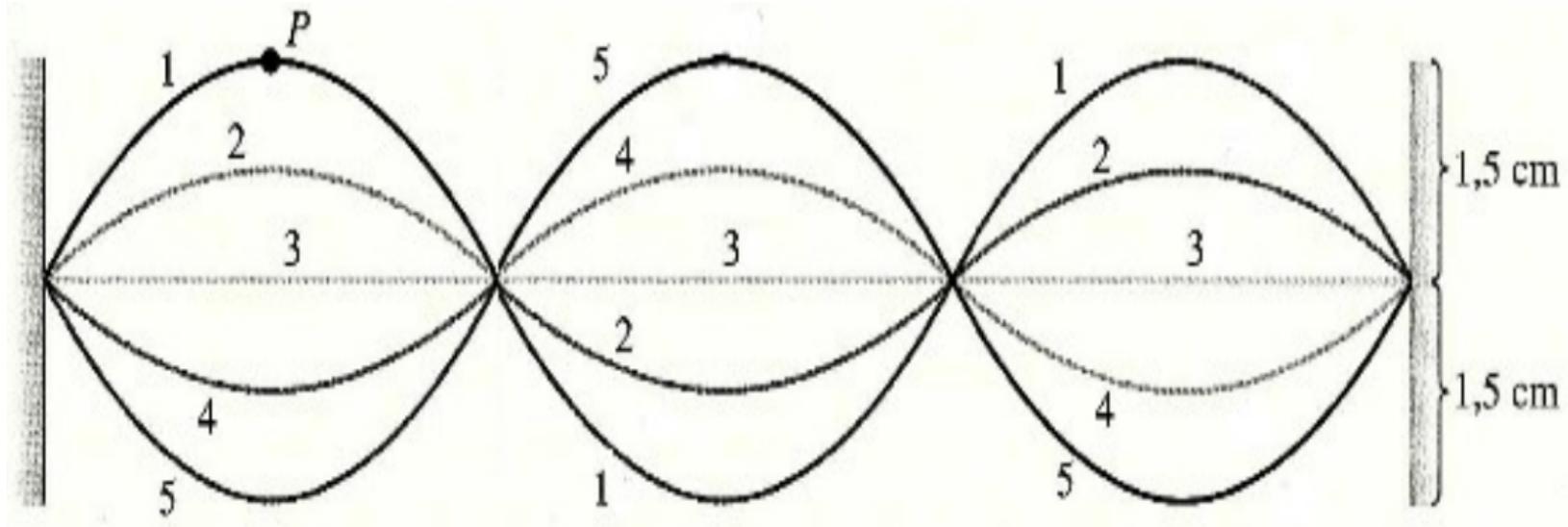


## Teste Conceitual

Uma corda de 60cm de comprimento vibra sob uma tensão de 1,0 N. Os resultados de cinco fotografias estroboscópicas sucessivas são mostrados na fig. A taxa do estroboscópio é fixada em 5000 flashes por minuto, e observações revelam que o deslocamento máximo ocorreu nos flashes 1 e 5, sem nenhum outro máximo no intervalo entre eles.

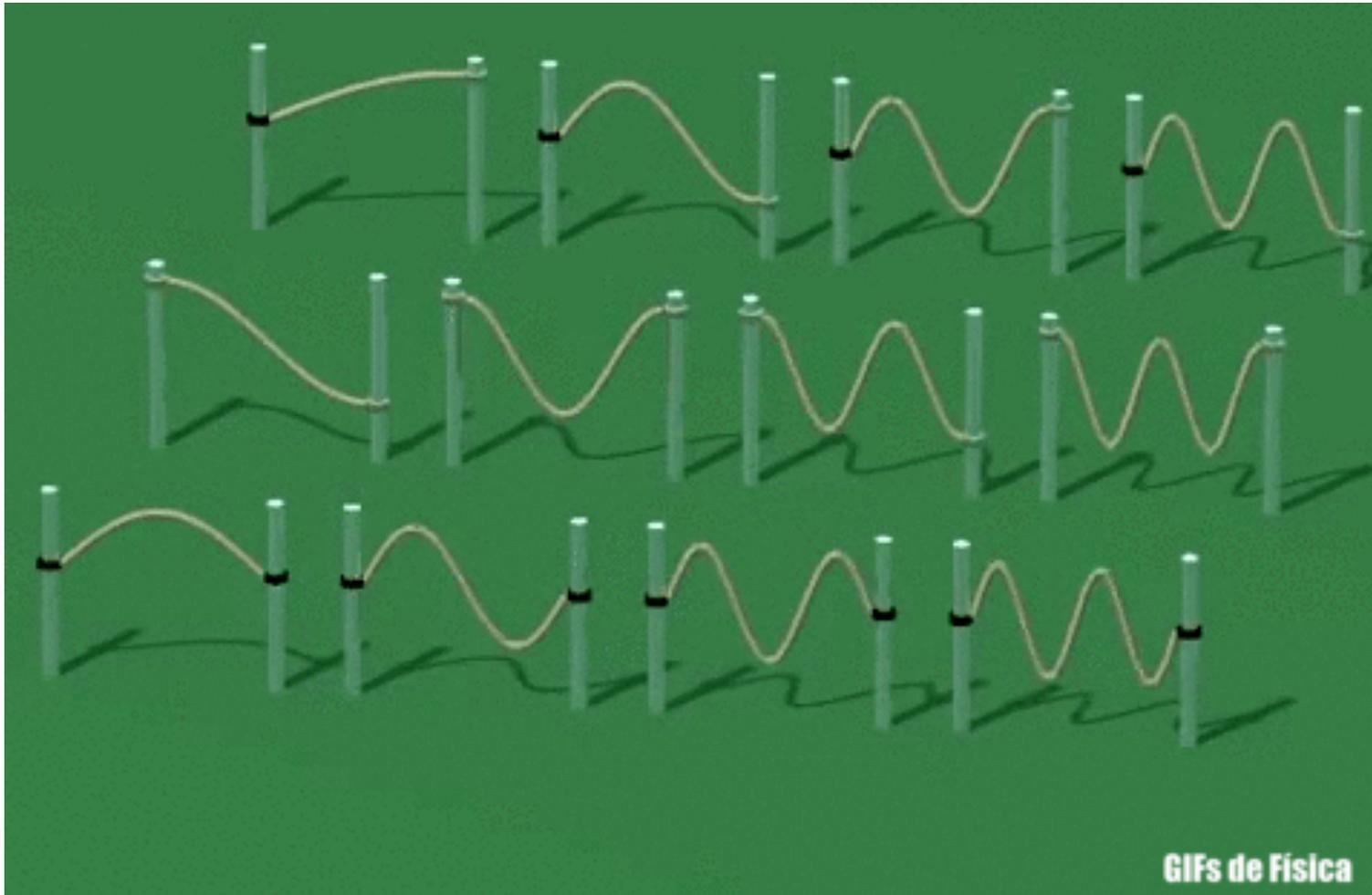
**P: A velocidade das ondas progressivas nessa corda vale**

- A) 700cm/s   B) 235cm/s   C) 416cm/s   D) 333cm/s





# Ondas estacionárias numa corda: dependência dos valores permitidos para $\lambda$ com as condições de borda



3. Uma ponta livre e uma presa. Qual a condição  $p/\lambda$ ?

- A)  $\lambda_m = 2L/m$
- B)  $\lambda_m = 4L/m$
- C)  $\lambda_m = 2L/(2m-1)$
- D)  $\lambda_m = 4L/(2m-1)$

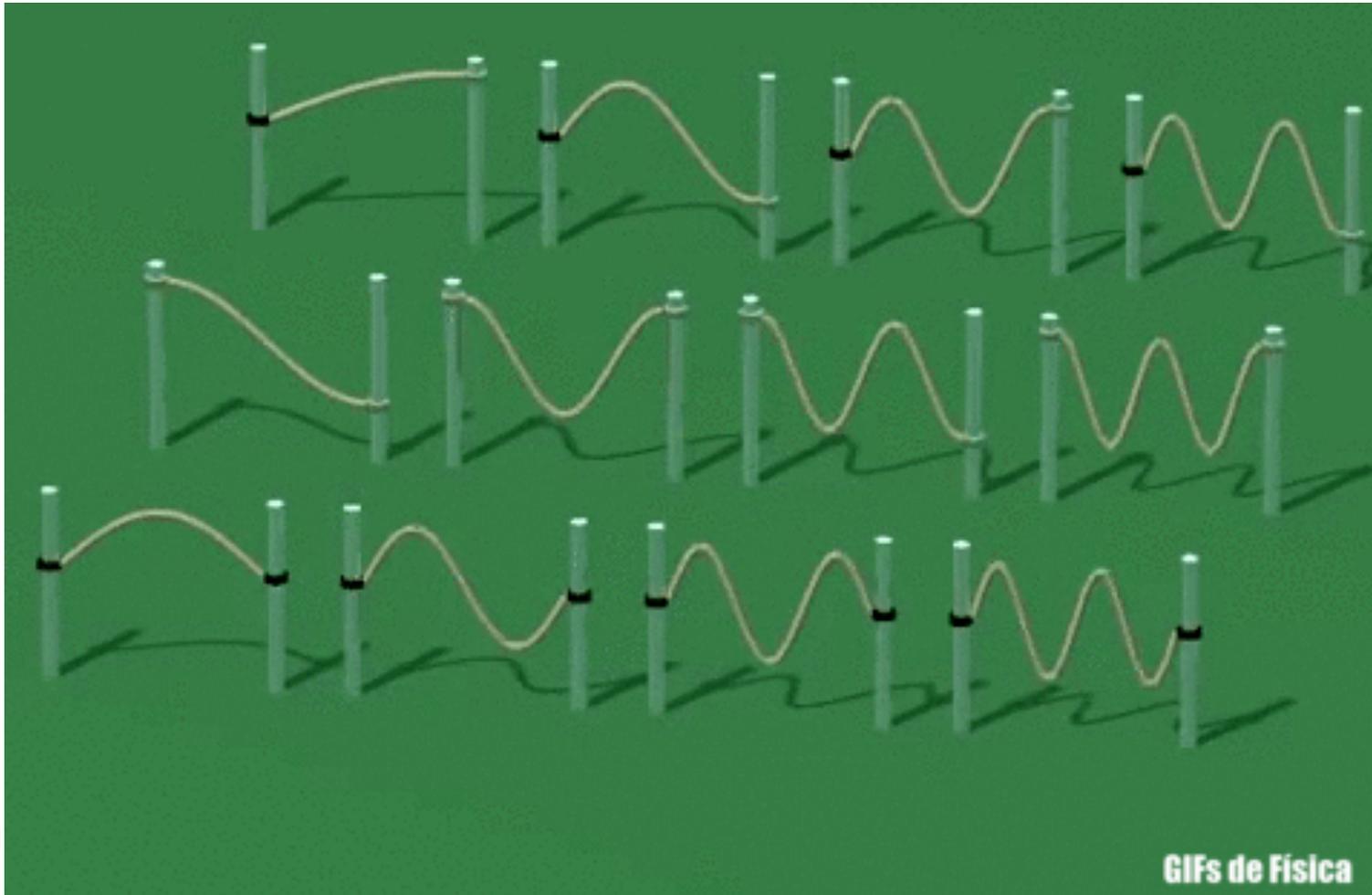
2. Duas pontas livres

$$\lambda_m = 2L/m$$

1. Duas pontas presas

$$\lambda_m = 2L/m$$

# Ondas estacionárias numa corda: dependência dos valores permitidos para $\lambda$ com as condições de borda



3. Uma ponta livre e uma presa.

$$\lambda_m = 4L/(2m-1)$$

2. Duas pontas livres

$$\lambda_m = 2L/m$$

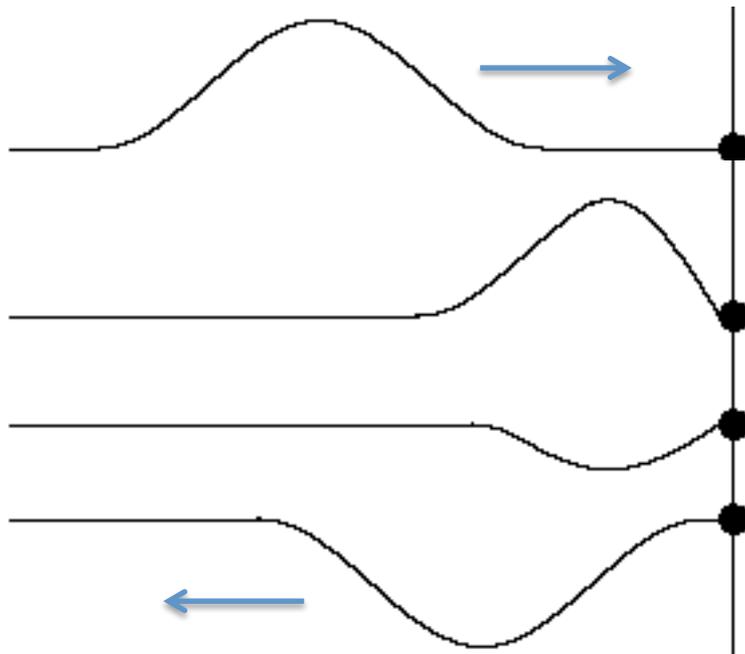
1. Duas pontas presas

$$\lambda_m = 2L/m$$

# Reflexão e Transmissão de ondas

O que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra um obstáculo **rígido** ?

ex: corda fixa em uma parede



Video: <http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/reflect/reflect.html>

P: Por que volta invertido?:

R: Ação e reação! (3ª Lei de Newton): se a corda puxa a parede para cima, esta puxará a corda para baixo

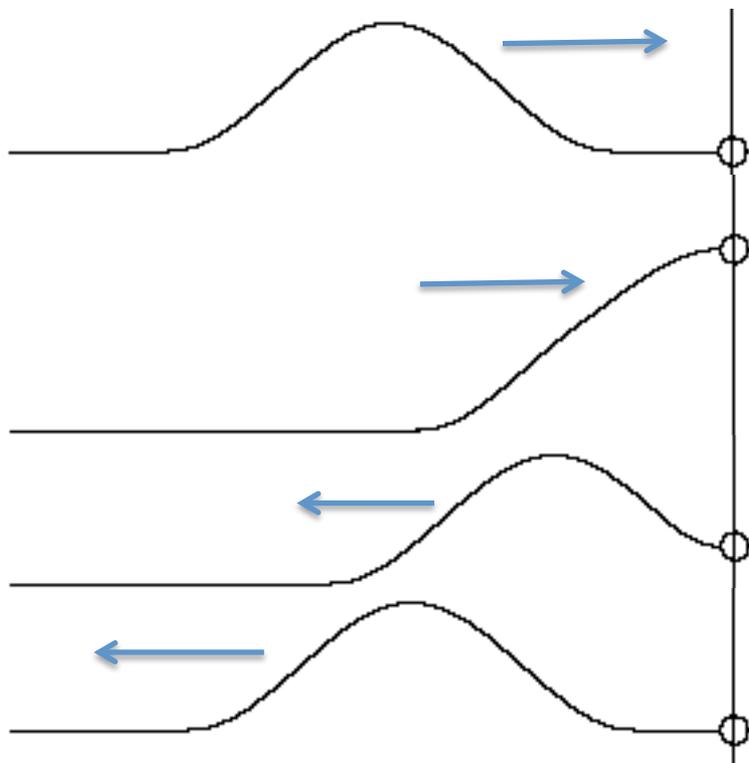
Outro jeito de ver:

Assim como numa onda estacionária, o nó na parede pode ser visto como devido à interferência de dois pulsos contrapropagantes: o pulso real vindo de  $x = -\infty$  e um pulso 'fictício', invertido, vindo de  $x = +\infty$

# Reflexão e Transmissão de ondas

O que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra um obstáculo **flexível** ?

ex: corda presa a um poste por um aro livre para se mover na vertical



Nesse caso volta sem inverter...

Outro jeito de ver:

Nesse caso, o anti-nó pode ser visto como devido à interferência de dois pulsos contrapropagantes: o pulso real vindo de  $x = -\infty$  e um pulso 'fictício', **idêntico**, vindo de  $x = +\infty$

Note que a amplitude no obstáculo é o **dobro** da do pulso!

# Reflexão e Transmissão de ondas

Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \quad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \quad \mu_1 < \mu_2$$

Nesse caso a onda é **parcialmente** transmitida e parcialmente refletida, sendo que

- A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
- B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos
- C) O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
- D) O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não



<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/reflect/reflect.html>

# Reflexão e Transmissão de ondas

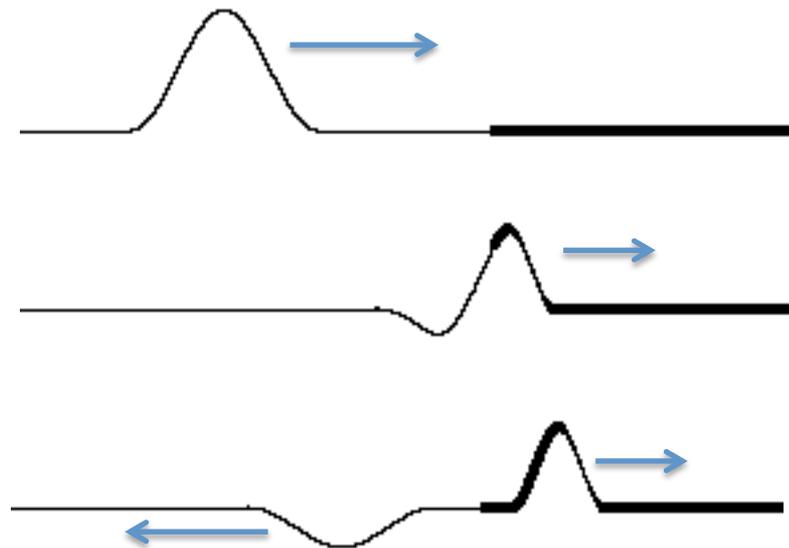
Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \quad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \quad \mu_1 < \mu_2$$

Nesse caso a onda é **parcialmente** transmitida e parcialmente refletida, sendo que

- A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
- B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos
- C) O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
- D) O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não



Video: <http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/reflect/reflect.html>

# Reflexão e Transmissão de ondas

Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \quad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \quad \mu_1 > \mu_2$$

Nesse caso a onda é **parcialmente** transmitida e parcialmente refletida, sendo que

- A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
- B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos
- C) O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
- D) O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não

---

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/reflect/reflect.html>

# Reflexão e Transmissão de ondas

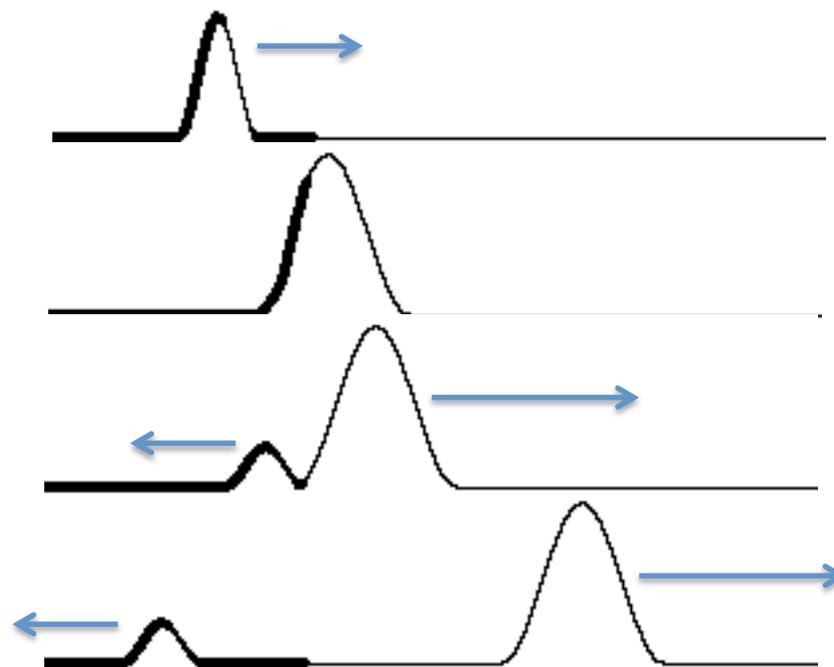
Mais geralmente: o que acontece quando uma onda que propaga em uma corda encontra uma **fronteira** no meio de transmissão?

ex: duas cordas de diferentes densidades, amarradas pelas pontas

$$v_1^{onda} = \sqrt{T/\mu_1} \quad v_2^{onda} = \sqrt{T/\mu_2} \quad \mu_1 > \mu_2$$

Nesse caso a onda é **parcialmente** transmitida e parcialmente refletida, sendo que

- A) Tanto o pulso transmitido como o refletido ficam invertidos
- B) Nem o pulso transmitido nem o refletido ficam invertidos**
- C) O pulso refletido fica invertido, mas o transmitido não
- D) O pulso transmitido fica invertido, mas o refletido não

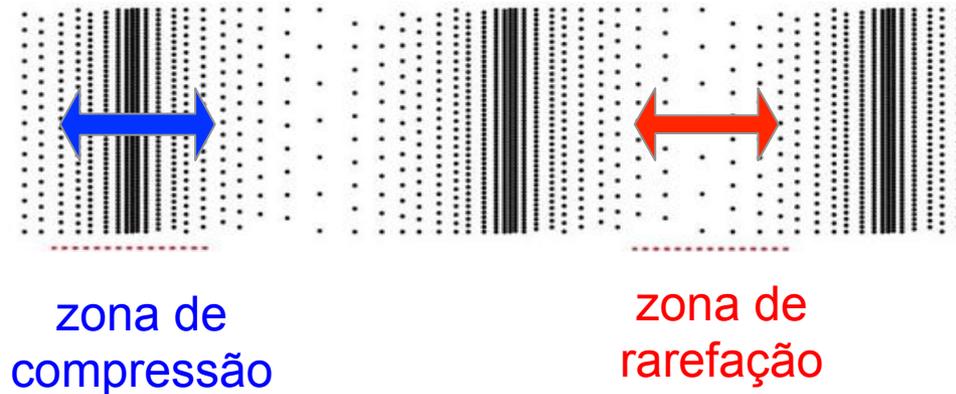


# **Ondas Estacionárias Acústicas**

# Ondas Estacionárias Acústicas

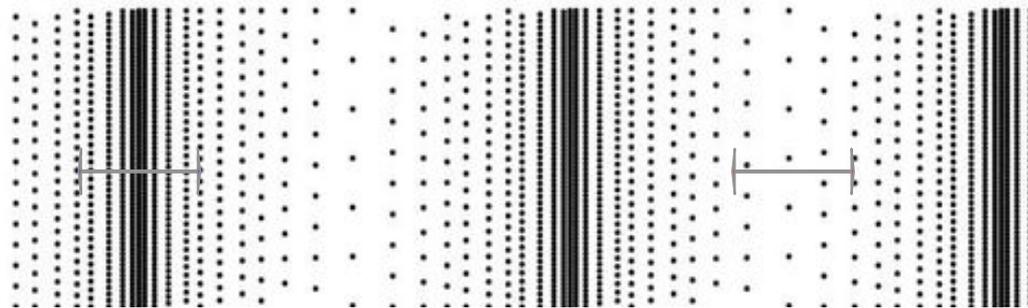
Em uma coluna de ar longa e estreita, como um cano/tubo, é possível formar uma onda estacionária longitudinal, análoga à onda estacionária transversal estudada nas últimas aulas.

Lembrando: ondas sonoras são ondas **longitudinais**.



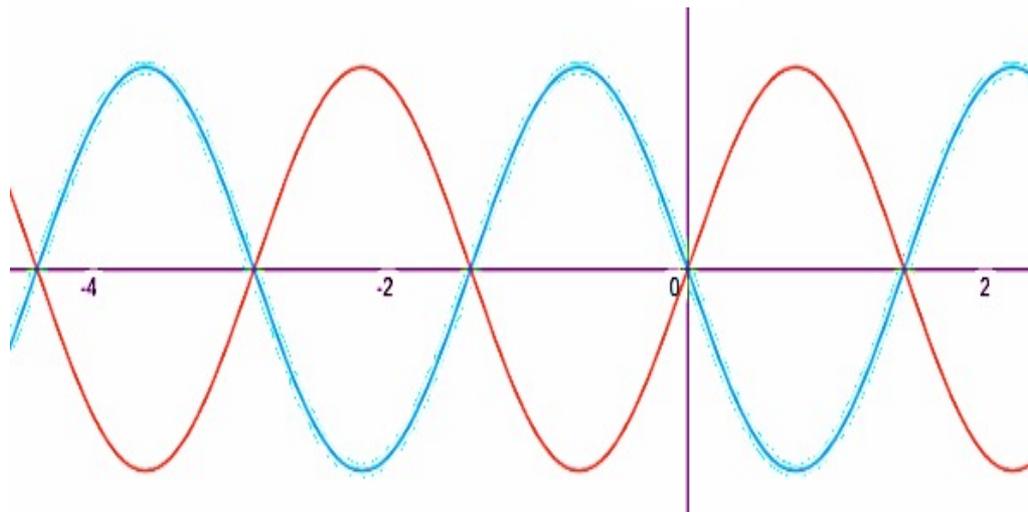
# Ondas Estacionárias Acústicas

Representação Gráfica:



zona de  
compressão

zona de  
rarefação

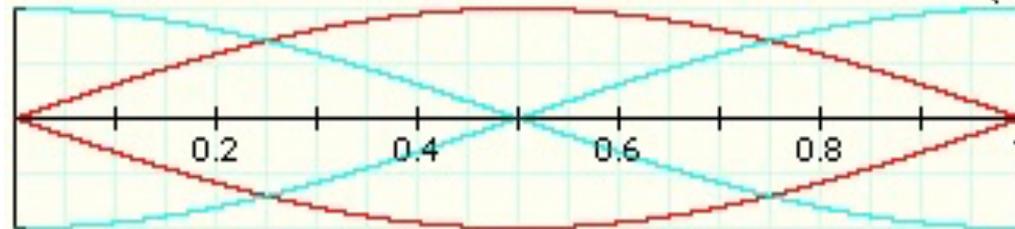


# Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Fechado-fechado**



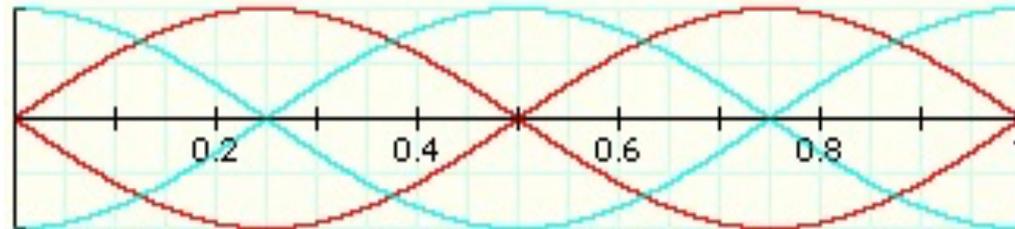
**Modo Fundamental:**



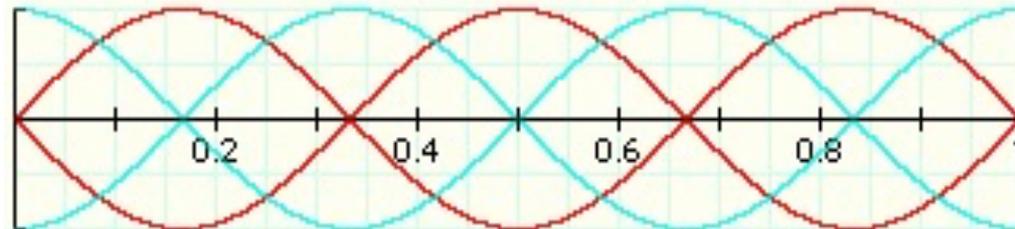
?

?

**2° harmônico:**

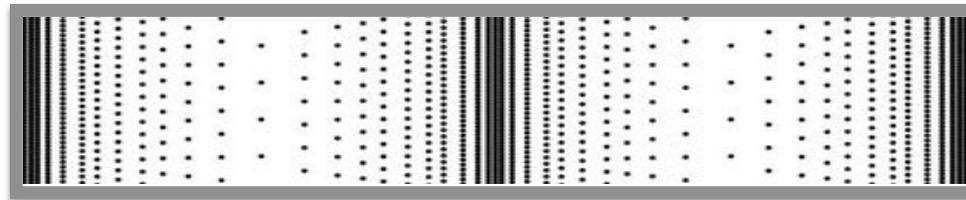


**3° harmônico:**

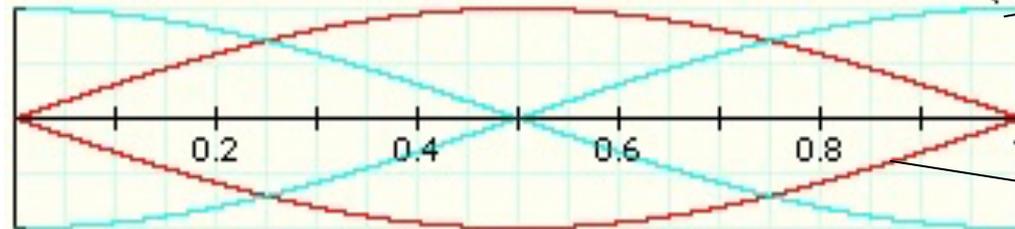


# Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Fechado-fechado**



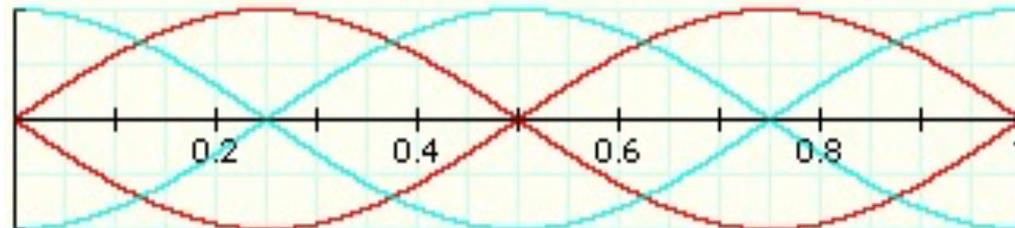
**Modo Fundamental:**



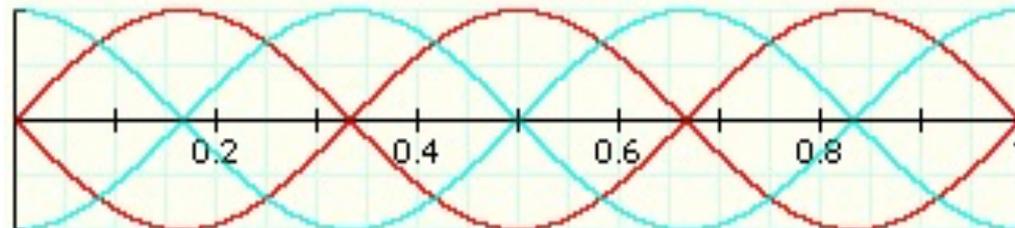
Pressão

Deslocamento

**2º harmônico:**



**3º harmônico:**



# Ondas Estacionárias Acústicas

## Ondas Estacionárias em tubos **Fechado-fechado**

Caso análogo ao dos modos em cordas com extremidades fixas.  
Aplicando as condições de contorno,

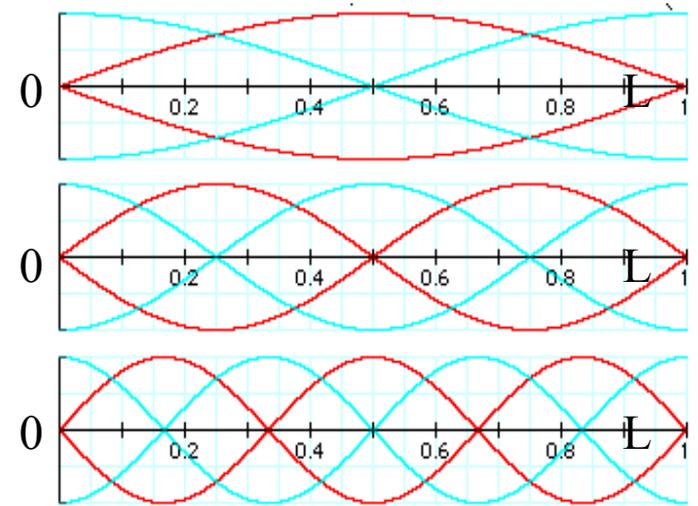
$$Y(x = L, t) = 2A \operatorname{sen}(kL) \cos(\omega t) = 0$$

$$2A \operatorname{sen}(kL) = 0$$

$$kL = m\pi; \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_m} L = m\pi$$

$$\rightarrow \lambda_m = \frac{2L}{m} \quad \xrightarrow{v = \lambda f} \quad f_m = \frac{v}{2L} m; \quad m = 1, 2, 3, \dots$$



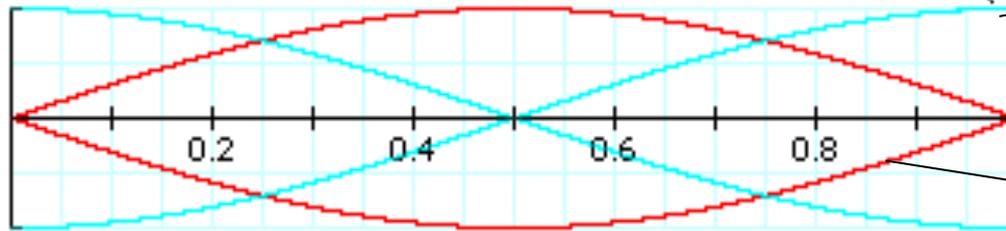
## **Tubo Aberto-Aberto**

# Ondas Estacionárias Acústicas

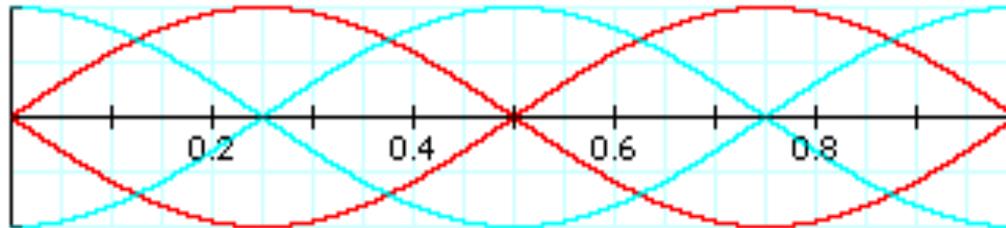
Ondas Estacionárias em tubos **Aberto-Aberto**



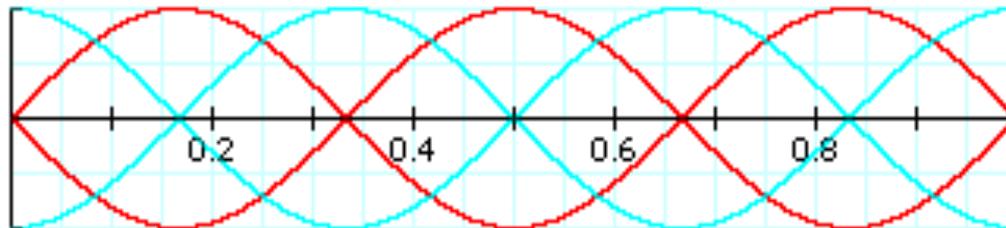
**Modo Fundamental:**



**2° harmônico:**

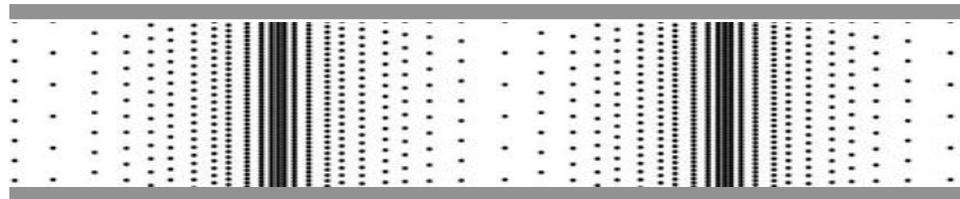


**3° harmônico:**

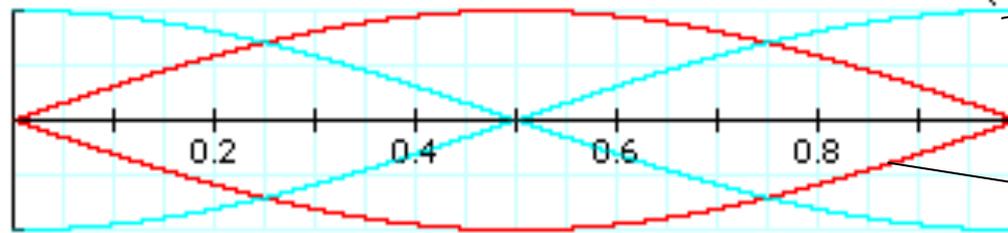


# Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Aberto-Aberto**



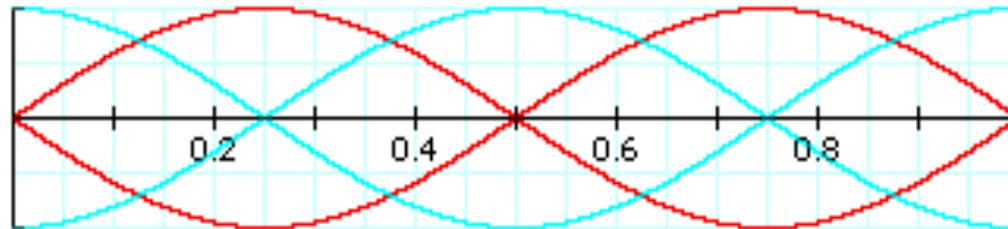
Modo Fundamental:



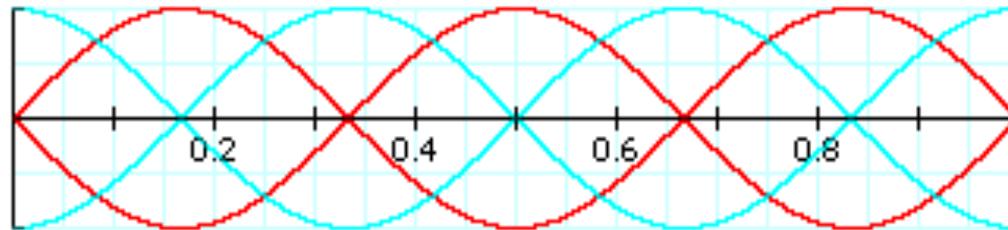
Deslocamento

Pressão

2° harmônico:



3° harmônico:



↓

$$f_m = \frac{v}{2L} m$$
$$m = 1, 2, 3, \dots$$

**Tubo Aberto-Fechado**

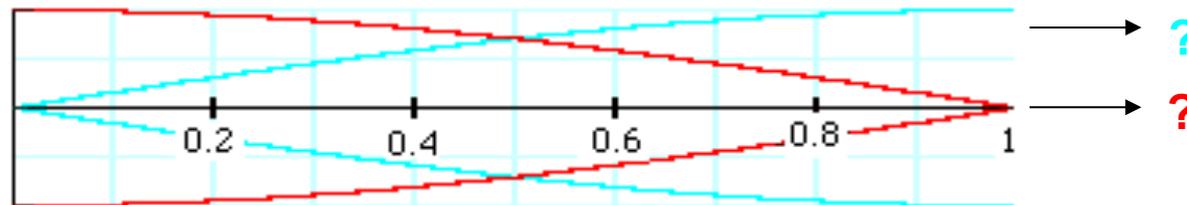
# Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em tubos **Aberto-Fechado**



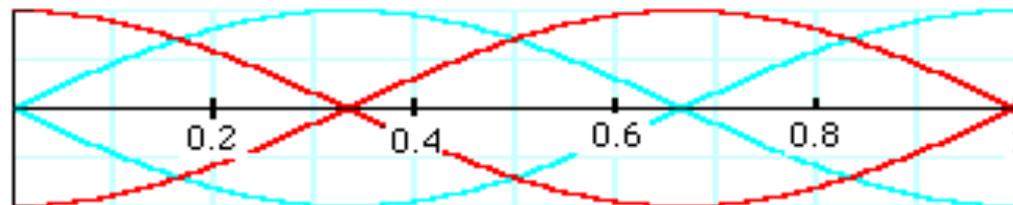
\* **extremidade aberta**

**Modo Fundamental:**



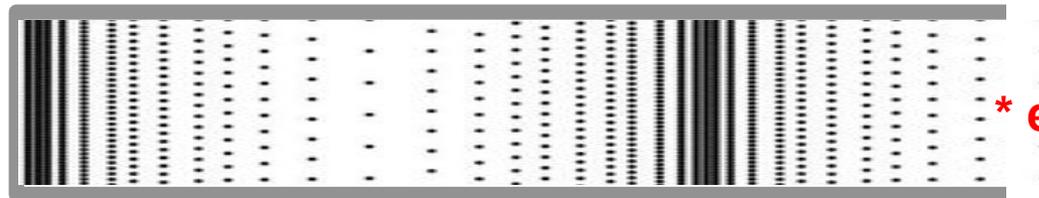
(even harmonics  
are absent)

**2° harmônico:**



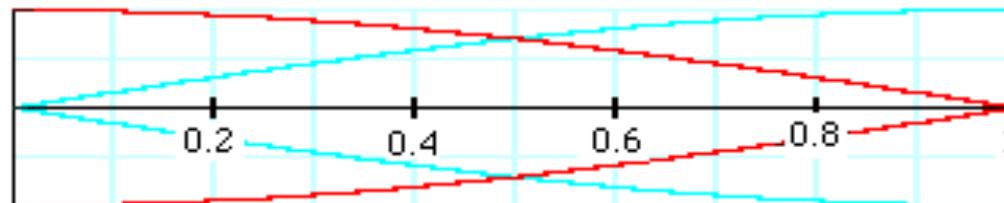
# Ondas Estacionárias Acústicas

## Ondas Estacionárias em tubos **Aberto-Fechado**



\* **extremidade aberta**

**Modo Fundamental:**

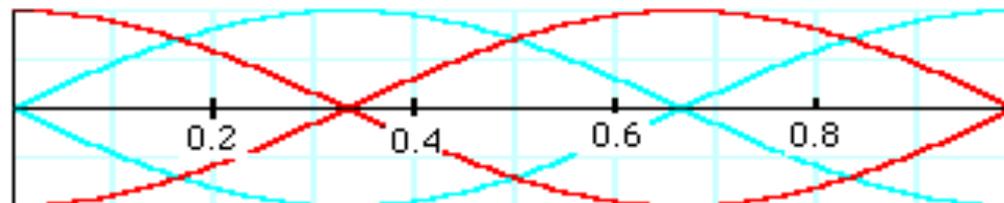


Deslocamento

Pressão

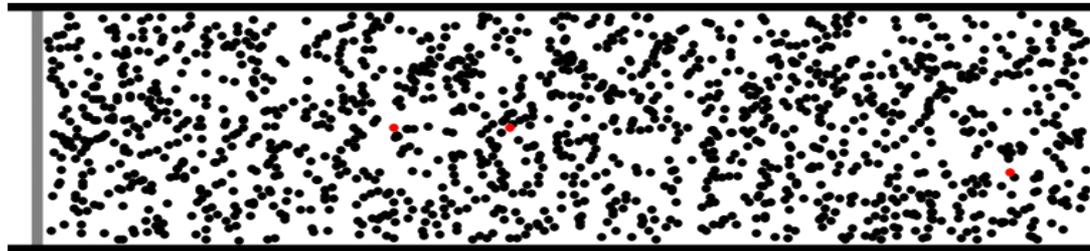
(even harmonics  
are absent)

**3° harmônico:**



# Ondas Estacionárias Acústicas

Exemplo: tubo **Aberto-Fechado**



©2012, Dan Russell

Gráfico Desloc. Longitudinal vs t

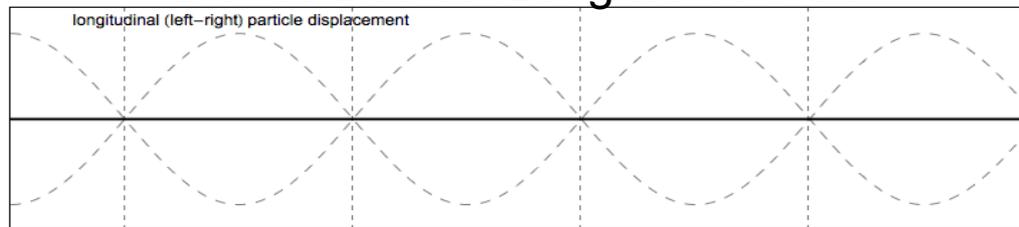
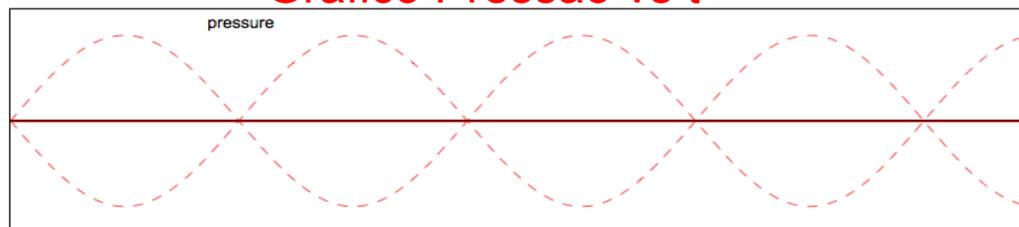


Gráfico Pressão vs t



\* as partículas das extremidades não se movem com relação as paredes.

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/StandingWaves/StandingWaves.html>

O nó de pressão coincide com o anti-nó de deslocamento!

# Ondas Estacionárias Acústicas

Ondas Estacionárias em um tubo **Aberto-Fechado**

$$Y(x = L, t) = 2A \text{sen}(kL) \cos(\omega t) = 2A$$

$$\text{sen}(kL) = 1$$

$$kL = m \frac{\pi}{2}; m = 1, 3, 5, \dots$$

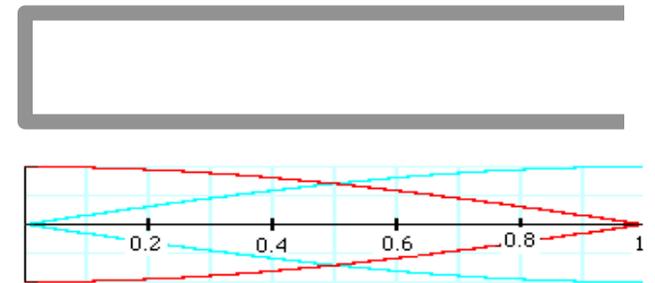
$$\frac{2\pi}{\lambda_m} L = m \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow \lambda_m = \frac{4L}{m}$$

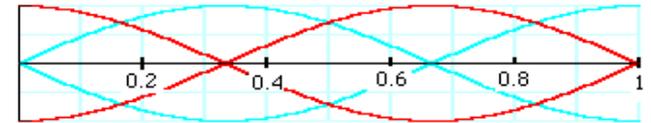
$$\xrightarrow{v = \lambda f}$$

$$f_m = \frac{v}{4L} m$$

$$m = 1, 3, 5, \dots$$



(even harmonics  
are absent)



# Ondas Estacionárias Acústicas

## Teste Conceitual

Considere as ondas em uma corda de violão vibrando e as ondas sonoras que o referido violão produz no ar circundante. As ondas na corda do violão e as ondas sonoras devem ter o(a) mesmo(a)

- A) Comprimento de onda.
- B) Velocidade.
- C) Frequência.
- D) Amplitude.

## Teste conceitual

Uma corda de violão, de comprimento  $L$ , emite uma nota dó quando tocada em seu modo fundamental. Se um músico ‘aperta’ ligeiramente a corda, aumentando a sua tensão, o que acontece com as ondas sonoras produzidas?

- A) A velocidade das ondas sonoras aumenta, o seu comprimento de onda não muda e a nota produzida fica mais aguda
- B) A velocidade das ondas sonoras não muda, o seu comprimento de onda cai e a nota produzida fica mais aguda
- C) A velocidade das ondas sonoras aumenta, o seu comprimento de onda aumenta e a nota produzida fica mais grave
- D) A velocidade das ondas sonoras não muda, o seu comprimento de onda aumenta e a nota produzida fica mais grave

# Ondas Estacionárias Acústicas

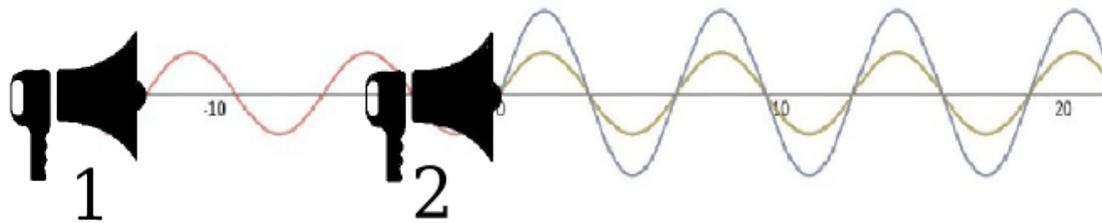
## Teste Conceitual

Um tubo aberto numa extremidade e fechado na outra extremidade produz um som com frequência fundamental de 350 Hz. Se você agora abrir a extremidade fechada, a frequência fundamental torna-se

- A) 87,5 Hz.
- B) 175 Hz.
- C) 350 Hz.
- D) 700 Hz.

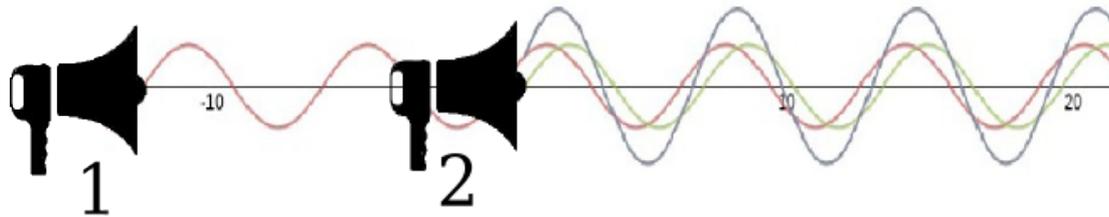
# Interferência entre ondas

Ex: duas fontes idênticas (emitem ondas progressivas com mesmo sentido e amplitude  $A_0$ ), separadas por alguma distância



Interf. totalmente construtiva

$$A = 2A_0 \rightarrow I = 4 I_0$$



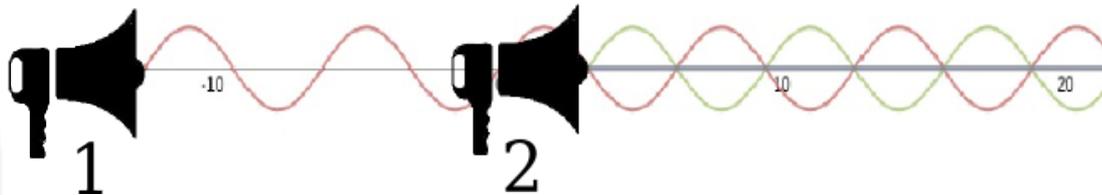
Interf. parcialmente construtiva

$$A_0 < A < 2A_0 \rightarrow I_0 < I < 4 I_0$$



Interf. parcialmente destrutiva

$$0 < A < A_0 \rightarrow 0 < I < I_0$$



Interferencia totalmente destrutiva

$$A = I = 0$$

Microfone = Detector pontual

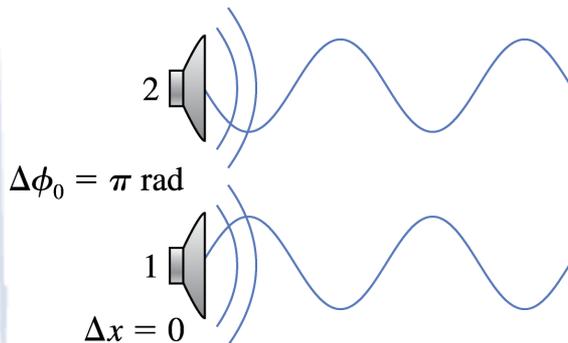
# Interferência entre ondas

Em geral, o caráter da interferência (construtiva, destrutiva ou algo intermediário) entre duas fontes do mesmo tipo depende de **dois** fatores distintos

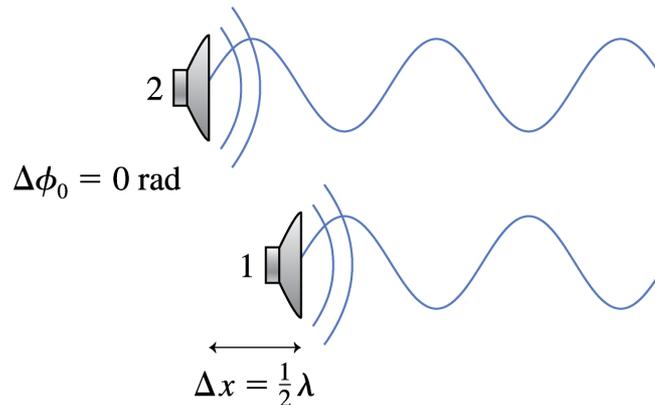
1. A distância entre as fontes
2. A diferença de fase entre as fontes num dado instante de tempo

Exemplo: uma interferência destrutiva pode ser devido apenas a (1), apenas a (2), ou a uma combinação dos dois fatores

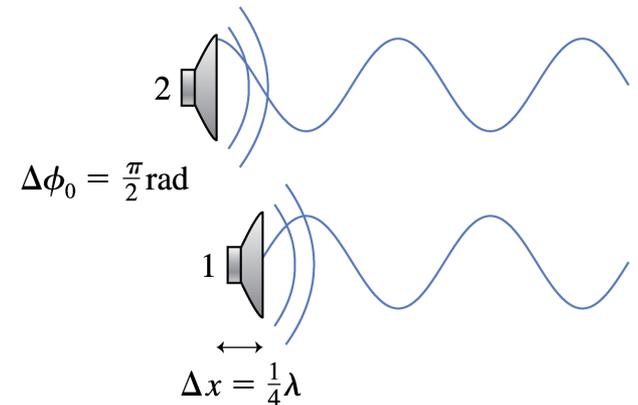
(a) As fontes estão fora de fase.



(b) Fontes idênticas estão separadas por meio comprimento de onda.

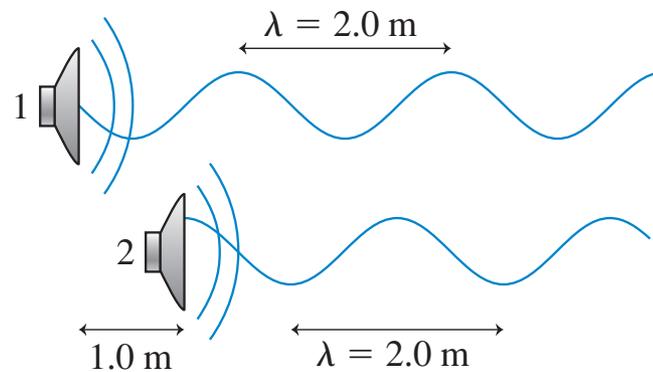


(c) As fontes estão separadas e parcialmente fora de fase.



## Teste conceitual

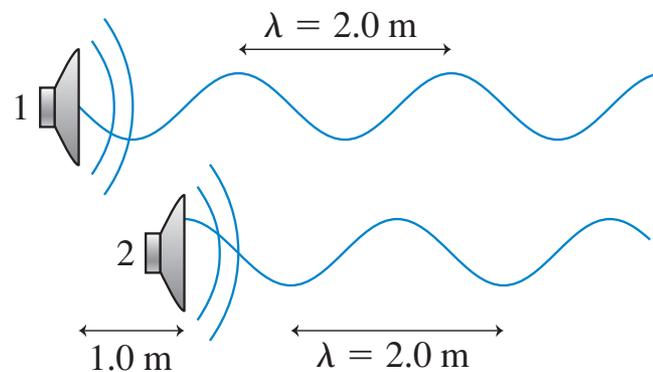
Dois alto-falantes emitem ondas com  $\lambda = 2.0\text{m}$ . O alto-falante 2 está  $1,0\text{m}$  à frente do outro, e fora de fase com o primeiro da forma indicada na figura. O que se pode fazer para causar interferência perf construtiva entre as duas fontes?



- A) Mover o AF1 para a frente em  $1.0\text{m}$
- B) Mover o AF1 para a frente em  $0.5\text{m}$
- C) Mover o AF1 para trás em  $0.5\text{m}$
- D) Mover o AF1 para trás em  $1.0\text{m}$

## Teste conceitual

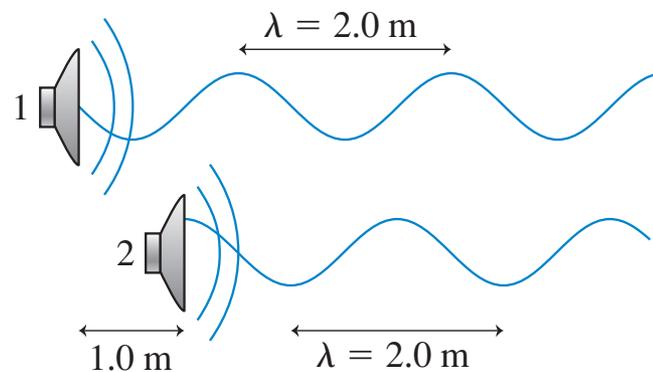
Dois alto-falantes emitem ondas com  $\lambda = 2.0\text{m}$ . O alto-falante 2 está  $1,0\text{m}$  à frente do outro, e fora de fase com o primeiro da forma indicada na figura. O que se pode fazer para causar interferência perf. construtiva entre as duas fontes?



- A) Mover o AF1 para a frente em  $1.0\text{m}$
- B) Mover o AF1 para a frente em  $0.5\text{m}$
- C) Mover o AF1 para trás em  $0.5\text{m}$**
- D) Mover o AF1 para trás em  $1.0\text{m}$

## Teste conceitual

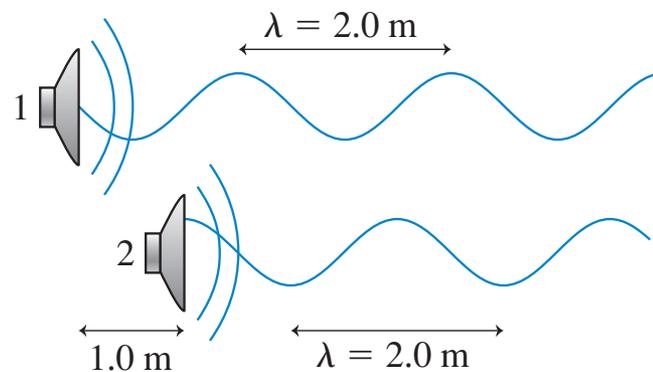
Dois alto-falantes emitem ondas com  $\lambda = 2.0\text{m}$ . O alto-falante 2 está  $1,0\text{m}$  à frente do outro, e fora de fase com o primeiro da forma indicada na figura. O que se pode fazer para causar interferência perf. construtiva entre as duas fontes?



- A) Atrasar a fase do AF1 de  $\pi/4$
- B) Atrasar a fase do AF1 de  $\pi/2$
- C) Avançar a fase do AF1 de  $\pi/4$
- D) Avançar a fase do AF1 de  $\pi/2$

## Teste conceitual

Dois alto-falantes emitem ondas com  $\lambda = 2.0\text{m}$ . O alto-falante 2 está  $1,0\text{m}$  à frente do outro, e fora de fase com o primeiro da forma indicada na figura. O que se pode fazer para causar interferência perf. construtiva entre as duas fontes?



- A) Atrasar a fase do AF1 de  $\pi/4$
- B) Atrasar a fase do AF1 de  $\pi/2$**
- C) Avançar a fase do AF1 de  $\pi/4$
- D) Avançar a fase do AF1 de  $\pi/2$

# Interferência entre ondas

Análise matemática: Interferência entre duas ondas senoidais de mesmas amplitude e frequência:

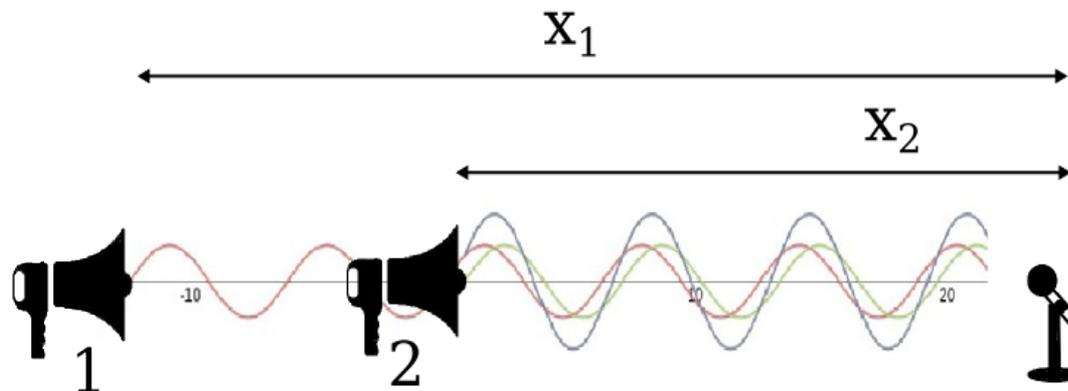
$$y_1 = A \text{sen} (kx_1 - \omega t + \phi_{10})$$

distância da fonte  
até o detector

fase no local da  
fonte em  $t = 0$

$$Y = y_1 + y_2$$

$$y_2 = A \text{sen} (kx_2 - \omega t + \phi_{20})$$



obs: aqui, em cada onda tomamos uma origem diferente para a coordenada de posição (o ponto  $x_i = 0$  fica na respectiva fonte)

# Interferência entre ondas

Interferência entre duas ondas senoidais de mesmas amplitude e frequência:

$$y_1 = A \operatorname{sen}(kx_1 - \omega t + \phi_{10})$$

$$y_2 = A \operatorname{sen}(kx_2 - \omega t + \phi_{20})$$

usando:  $\operatorname{sen}(\alpha) + \operatorname{sen}(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$

Amplitude

→  $Y = y_1 + y_2 = 2A \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \operatorname{sen}(k\bar{x} - \omega t + \bar{\phi})$

$$\bar{\phi} = \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2} \quad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) + \phi_2 - \phi_1$$

# Interferência entre ondas

Interferência entre duas ondas senoidais de mesmas amplitude e frequência:



$$Y = y_1 + y_2 = 2A \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \text{sen}(k\bar{x} - \omega t + \bar{\phi})$$

Diferença de fase das duas ondas na posição do detector:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) + \phi_2 - \phi_1$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = m\pi$$



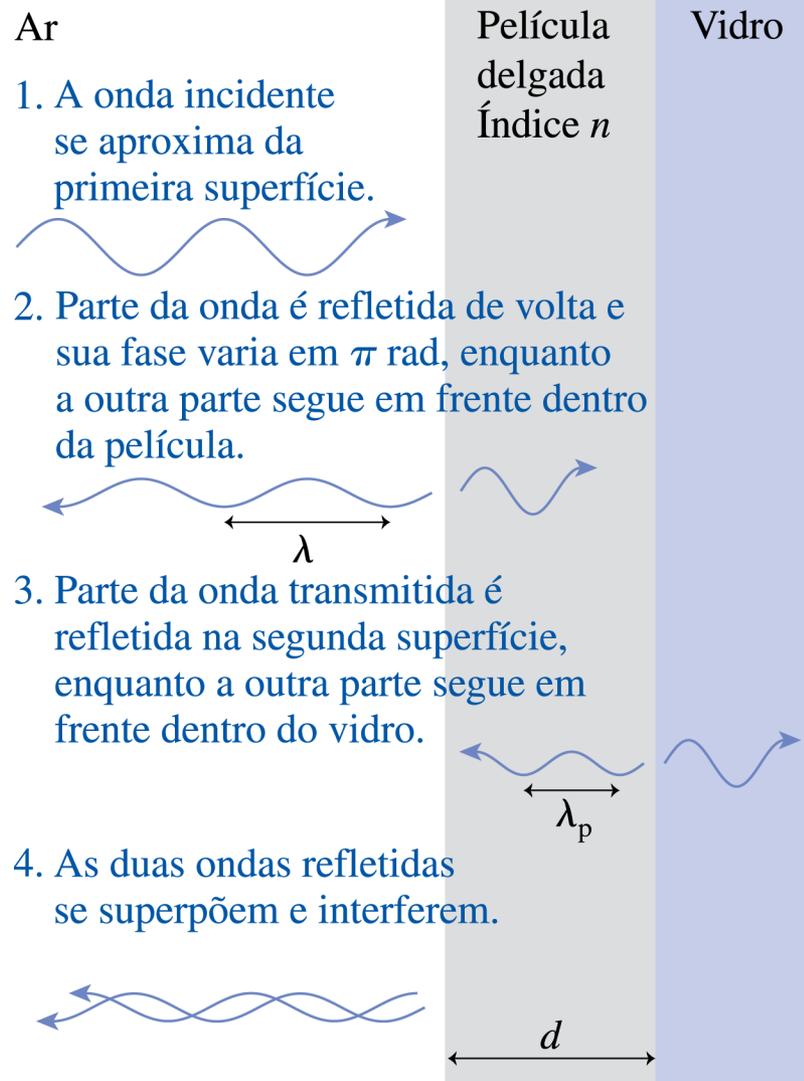
**Interferência tot. construtiva**

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$$



**Interferência tot. destrutiva**

# Aplicação: Revestimentos óticos com película delgada...



Condição p/ interferencia destrutiva:

$$\lambda = \frac{2nd}{m - 1/2}$$

Exercício: Uma lâmina de vidro é revestida por uma fina camada de óleo de 500nm de espessura e índice de refração  $n= 1,42$ .

(a) Para que valores de comprimento da luz **visível** as ondas refletidas interferem destrutivamente?

(b) Para que valores de comprimento da luz **visível** as ondas refletidas interferem construtivamente?

Condição p/ interferencia destrutiva:

$$\lambda = \frac{2nd}{m - 1/2}$$



P: por que se formam anéis coloridos em uma mancha de óleo?

# Batimentos

# Batimentos

**Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes**

$$y_1 = A \operatorname{sen} (k_1 x - \omega_1 t + \phi_{10})$$

$$y_2 = A \operatorname{sen} (k_2 x - \omega_2 t + \phi_{20})$$

→ Supondo (para simplificação dos cálculos):

1. Ponto de observação na origem  $\rightarrow x = 0$
2. ondas com mesmas amplitudes  $A$
3. As duas fontes em fase e no mesmo ponto do espaço
4. A fase das fontes são  $\phi_{10} = \phi_{20} = \pi$

# Batimentos

**Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes**

$$y_1 = A \operatorname{sen}(k_1 x - \omega_1 t + \phi_{10})$$

$$y_2 = A \operatorname{sen}(k_2 x - \omega_2 t + \phi_{20})$$

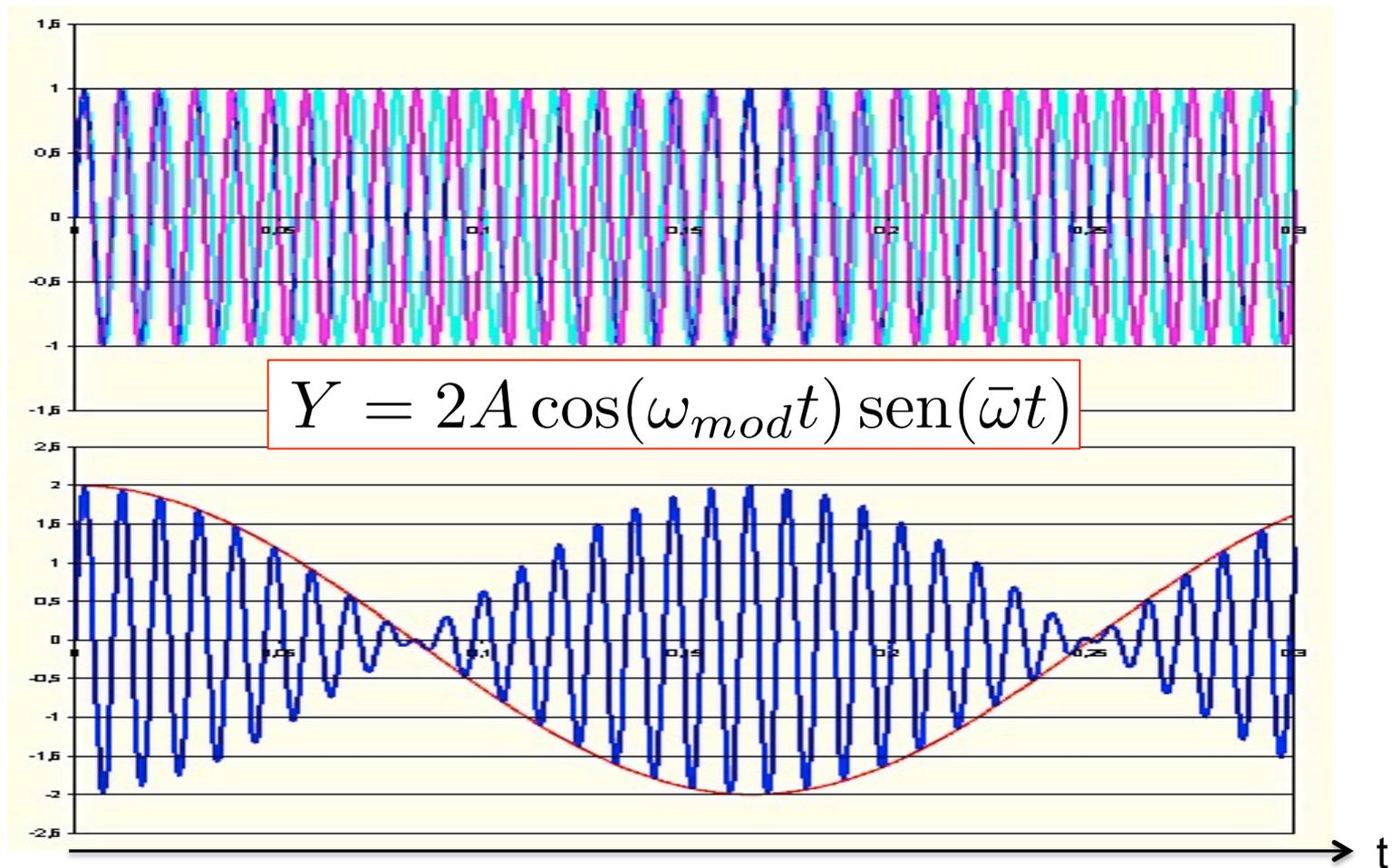
$$\longrightarrow Y = y_1 + y_2 = 2A \cos(\omega_{mod} t) \operatorname{sen}(\bar{\omega} t)$$

$$\omega_{mod} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \longrightarrow \text{Frequência de Modulação (baixa)}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \longrightarrow \text{Frequência média (alta)}$$

# Batimentos

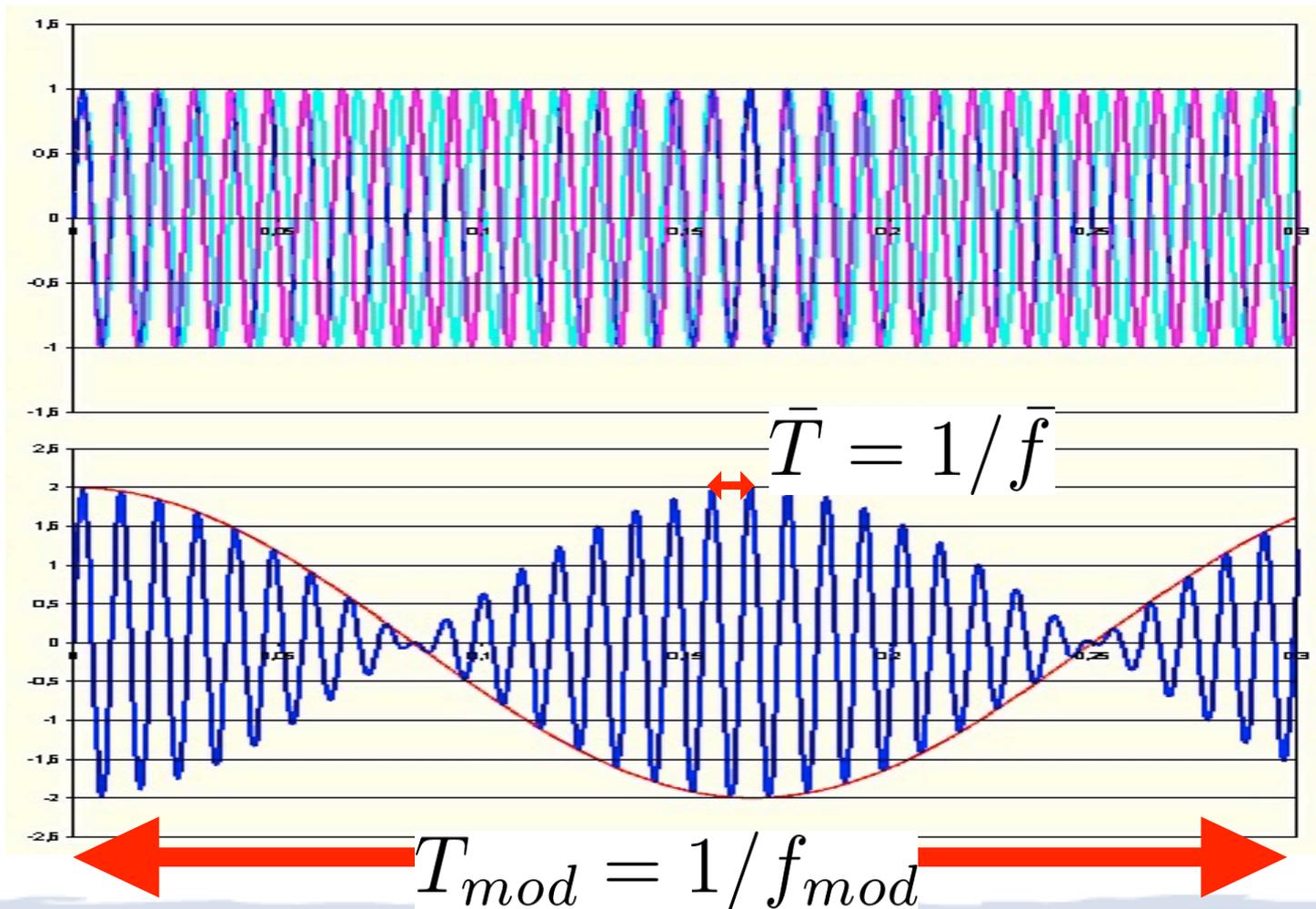
**Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes**



# Batimentos

**Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes**

$$Y = 2A \cos(\omega_{mod}t) \sin(\bar{\omega}t)$$



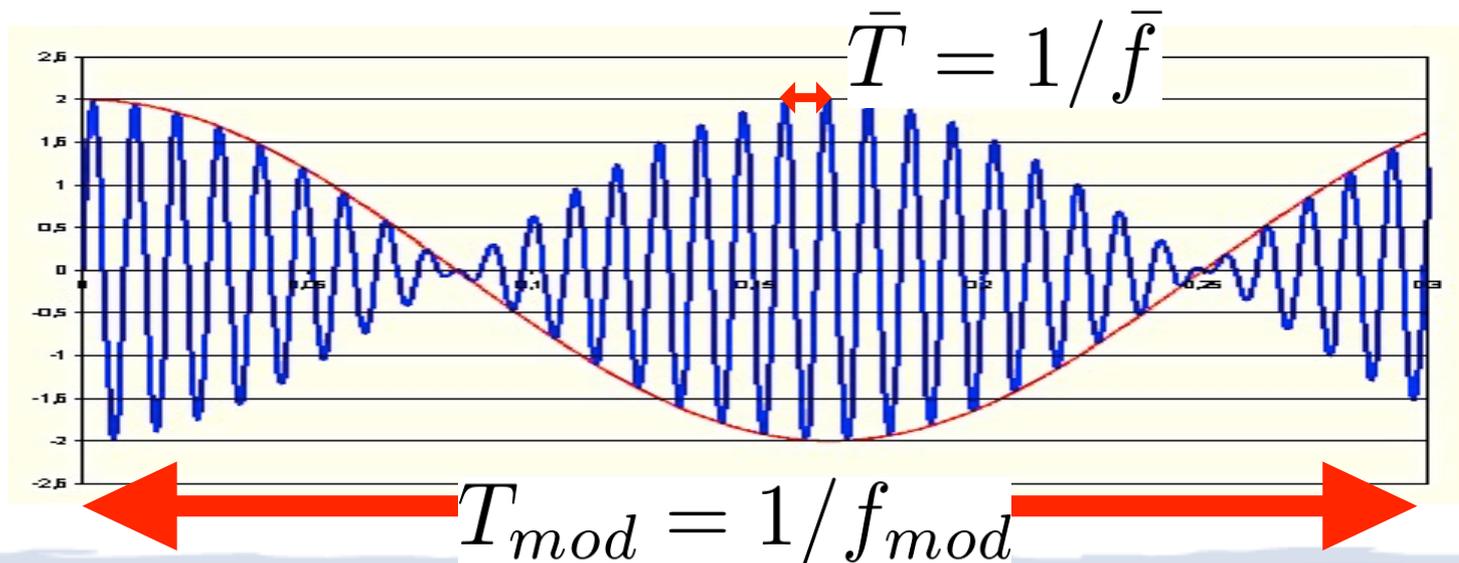
# Batimentos

**Batimentos: interferência entre duas ondas com frequências ligeiramente diferentes**

$$Y = 2A \cos(\omega_{mod}t) \sin(\bar{\omega}t)$$

Máximos de amplitude ocorrem a cada meio período de modulação  
( $T_{bat} = T_{mod} / 2$  )!

$$f_{bat} = 2f_{mod} = f_2 - f_1$$



## Teste conceitual

O maior número de batimentos por segundo será ouvido em qual dos pares de diapasões ressonantes abaixo?

- (A) 200 e 201 Hz
- (B) 256 e 260 Hz
- (C) 763 e 774 Hz
- (D) 8420 e 8422 Hz

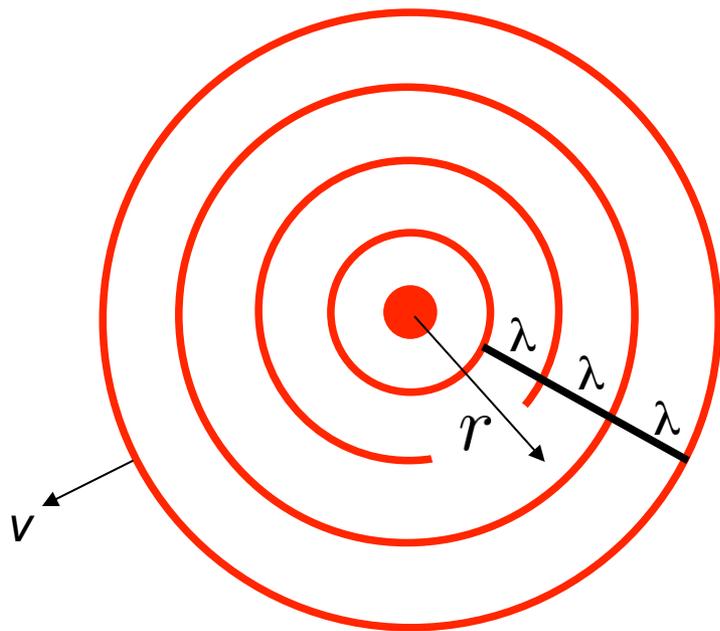
## Teste conceitual

Duas cordas idênticas de violão, **A** e **B**, têm quase a mesma tensão. Quando ambas vibram em seus modos fundamentais, ouve-se um batimento de 3 Hz. Tentando fazer as cordas ficarem afinadas uma com a outra, um músico ‘aperta’ ligeiramente a corda **B**, aumentando a sua tensão. Ao fazer isso, a frequência de batimento vai aumentando continuamente até se tornar 6 Hz. Isso significa que:

- A) antes de apertar, **A** tinha uma frequência maior do que a de **B**, mas depois de apertar, **B** tem uma frequência maior do que a de **A**
- B) antes de apertar, **B** tinha uma frequência maior do que a de **A**, mas depois de apertar, **A** tem uma frequência maior do que a de **B**
- C) antes e depois de apertar, a frequência de **A** sempre foi maior que a de **B**
- D) antes e depois de apertar, a frequência de **B** sempre foi maior que a de **A**

# Ondas em 2D-3D

Recordando: Ondas 2D produzidas por uma fonte pontual



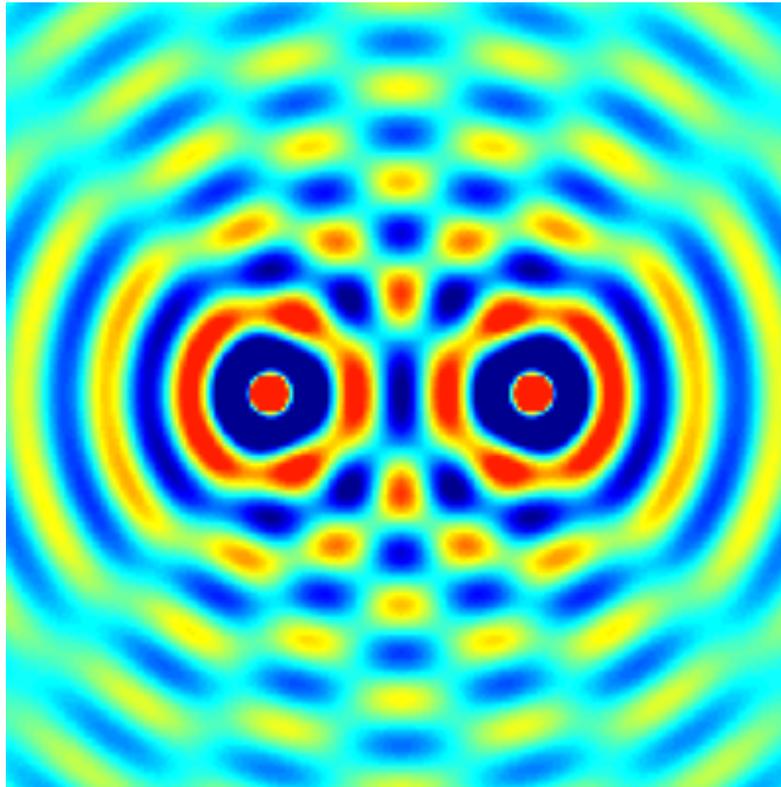
$$y(r, t) = A(r) \text{sen}(kr - \omega t + \phi_0)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \text{distância com relação a fonte}$$

As Frentes de Onda são as cristas da onda. Elas são separadas por um comprimento de onda e se afastam da fonte com velocidade  $v$ .

# Ondas em 2D-3D

O que ocorre quando duas ondas circulares ou esféricas se superpõem???



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Two\\_sources\\_interference.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Two_sources_interference.gif)

# Interferência entre ondas: caso 2D

$$Y(r, t) = y_1 + y_2$$

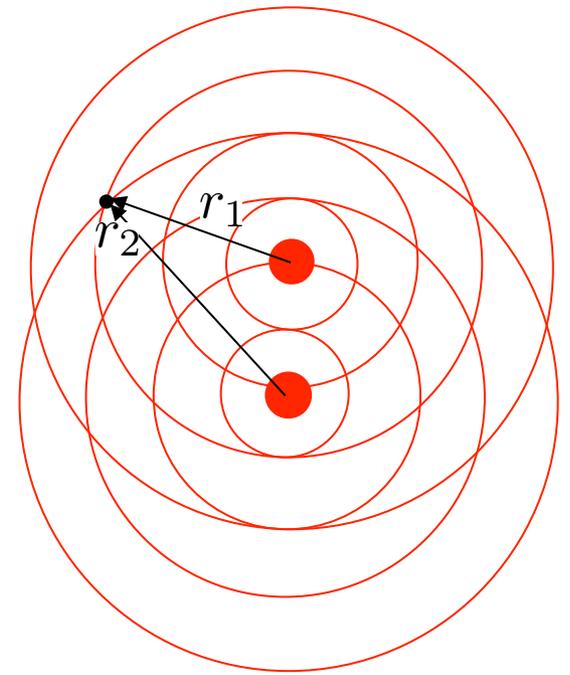
$$= A \operatorname{sen}(kr_1 - \omega t + \phi_{10}) + A \operatorname{sen}(kr_2 - \omega t + \phi_{20})$$

$$= 2A \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \operatorname{sen}(k\bar{r} - \omega t + \bar{\phi})$$

Amplitude

onde: 
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + \phi_{20} - \phi_{10}$$

$$\bar{\phi} = \frac{\phi_{10} + \phi_{20}}{2} \quad \bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2}$$



# Interferência entre ondas: caso 2D

Localizando os pontos de interferência construtiva/destrutiva

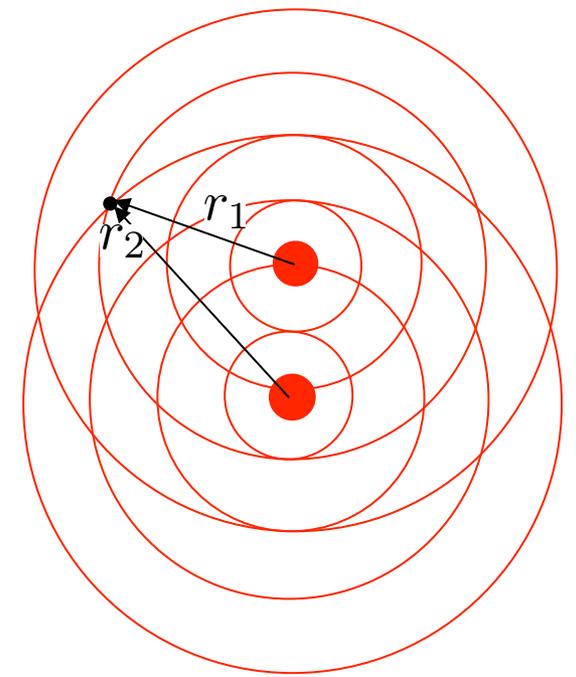
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + \phi_{20} - \phi_{10}$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = m\pi \quad \longrightarrow \quad \text{Interferência max. construtiva}$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \quad \longrightarrow \quad \text{Interferência max. destrutiva}$$

**Obs: p/ Fontes em Fase:**  $\phi_{20} - \phi_{10} = 0$

$$\longrightarrow \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta r)$$

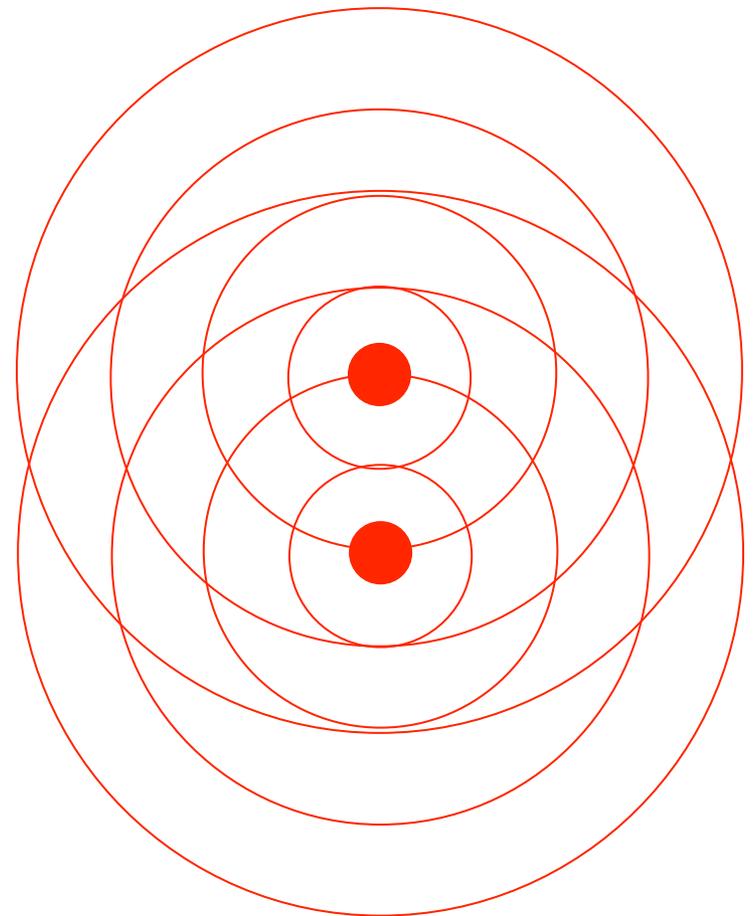


Ex: nesse ponto  $r_2 - r_1 = \lambda!$   
 $\rightarrow \Delta\varphi = 2\pi$

# Interferência entre ondas: caso 2D

Assumindo fontes em fase, qual a forma geométrica do conjunto de **todos** os pontos nos quais  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi$  num dado instante do tempo?

- A) pontos discretos ao longo de uma linha reta
- B) pontos discretos ao longo de uma linha curva
- C) uma linha reta contínua
- D) uma linha curva contínua



# Interferência entre ondas: caso 2D

Assumindo fontes em fase, qual a forma geométrica do conjunto de **todos** os pontos nos quais  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi$  num dado instante do tempo?

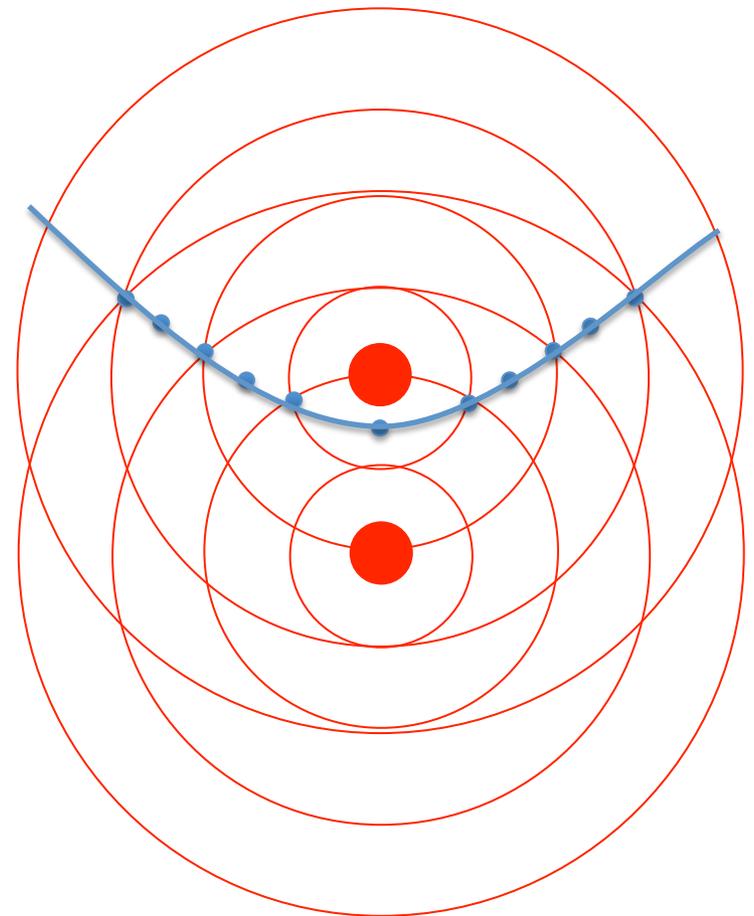
- A) pontos discretos ao longo de uma linha reta
- B) pontos discretos ao longo de uma linha curva
- C) uma linha reta contínua
- D) uma linha curva contínua**

“linha antinodal”, formada por pontos tipo ‘crista-crista’, ‘vale-vale’, e todos os demais nos quais  $r_2 - r_1 = \lambda$

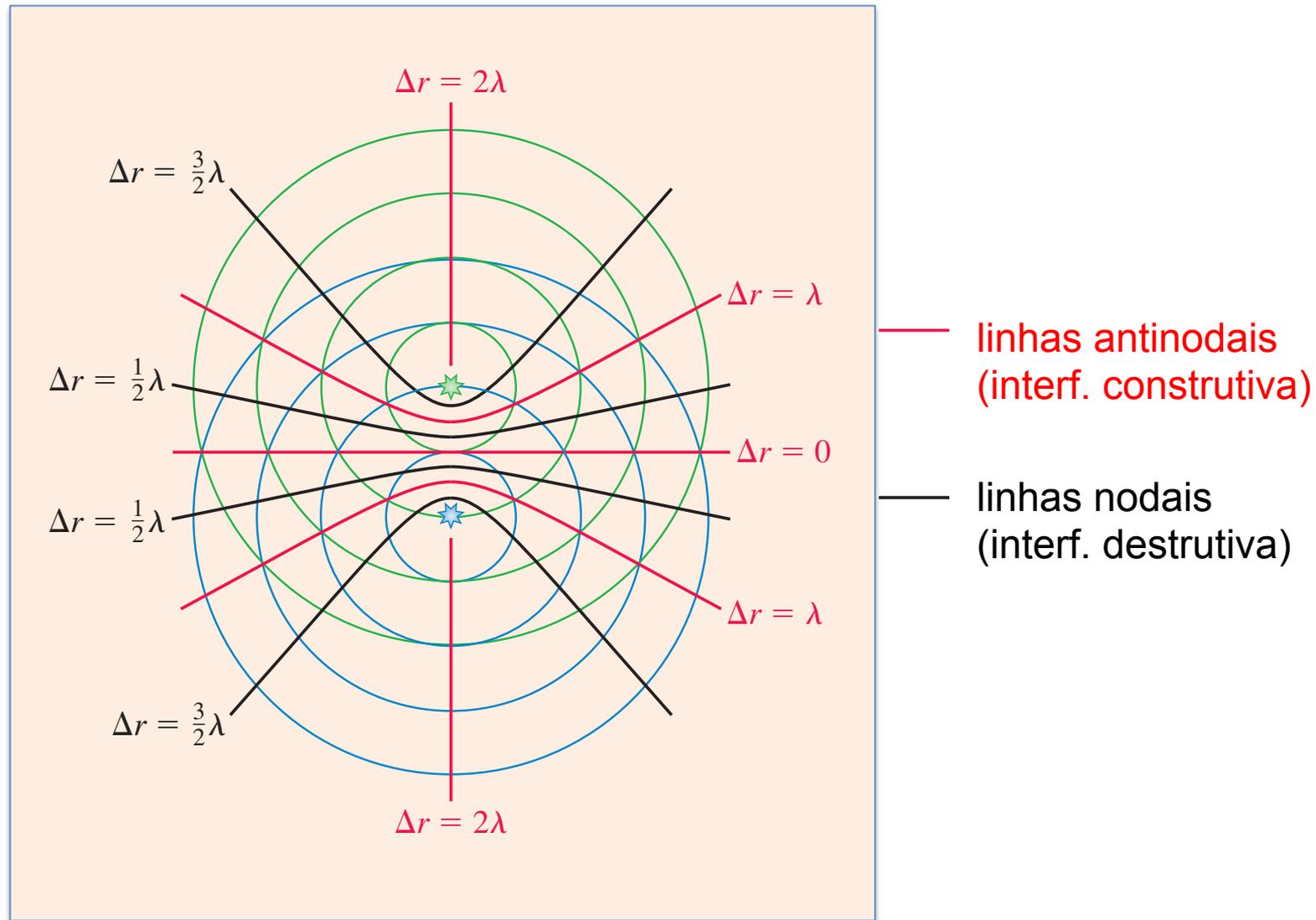
Em todos esses pontos ocorre interferência construtiva!

Note que a propagação das ondas não afeta a localização desses pontos (ie, a mesma linha antinodal vale em qualquer instante)!

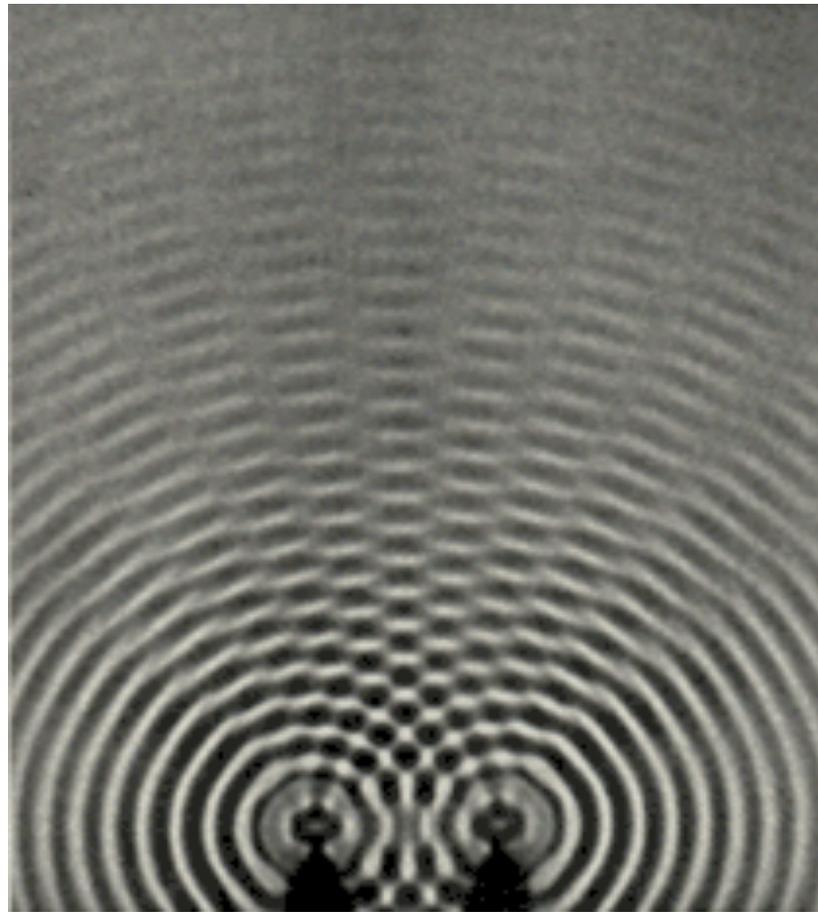
$$r_2 - r_1 = \lambda$$



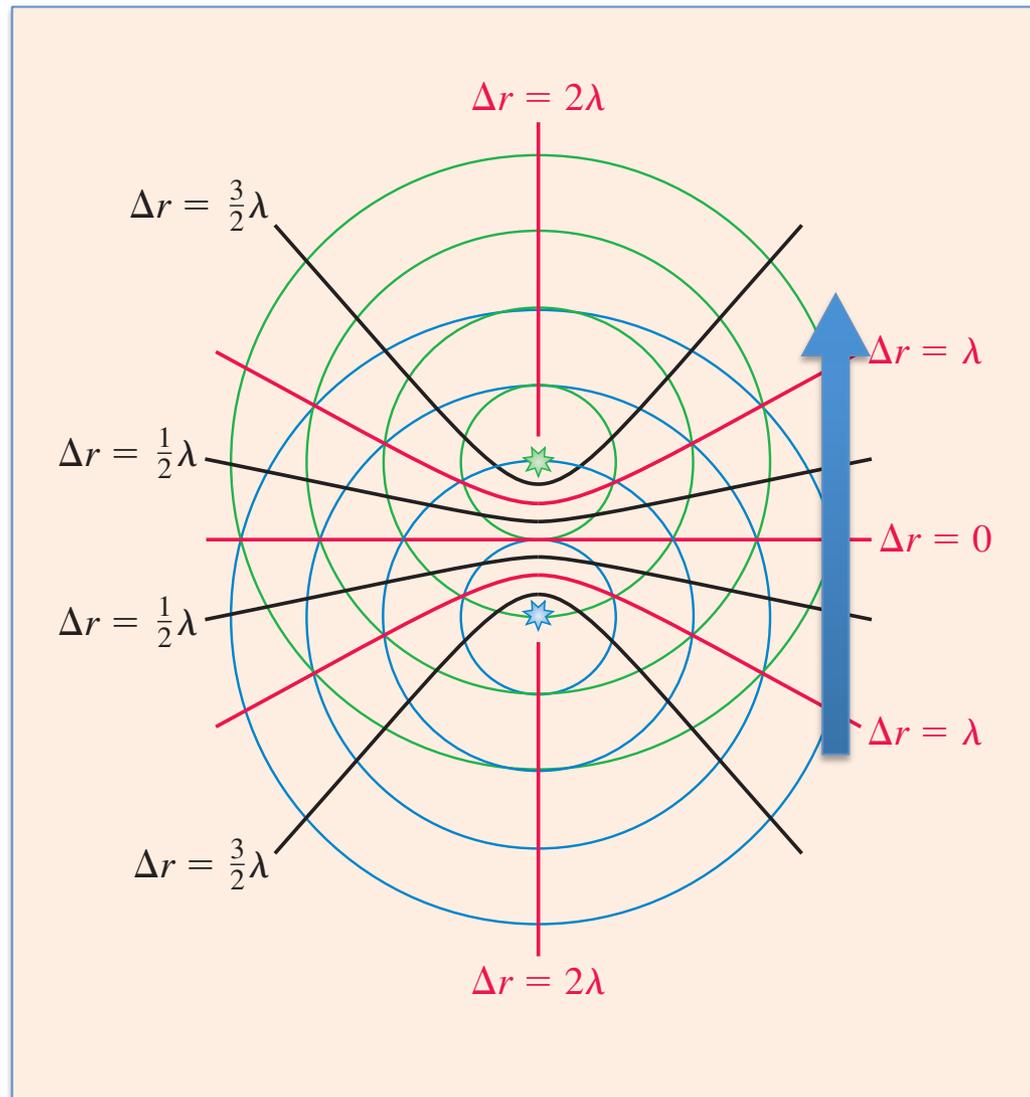
# Interferência entre ondas: caso 2D



# Ondas em 2D-3D



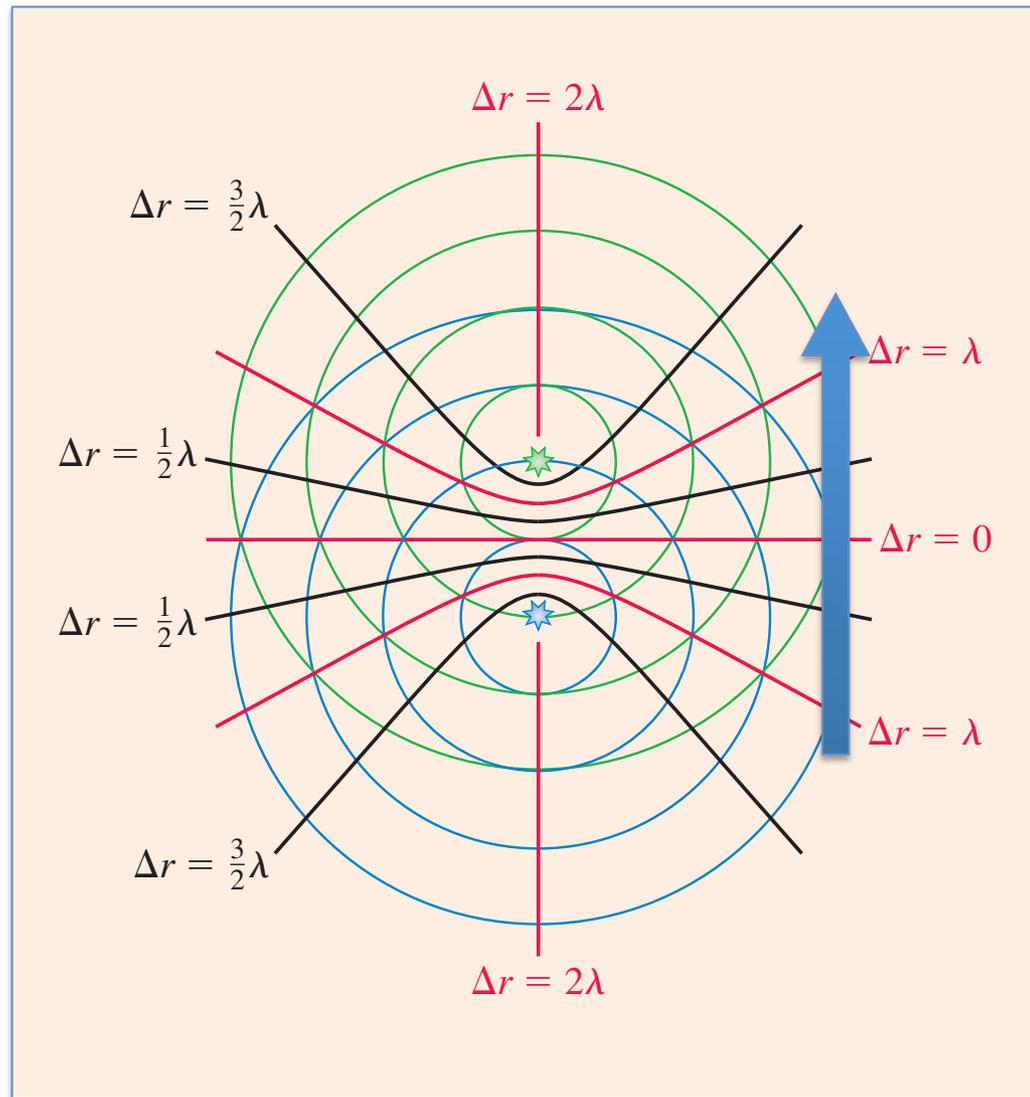
# Interferência entre ondas: caso 2D



Assumindo que se tratam de ondas sonoras, o que uma pessoa que caminha com velocidade cte. ao longo da reta indicada irá perceber?

- A) Um som de frequência constante mas com uma variação periódica no volume
- B) Um som de volume constante mas com uma variação periódica na frequência
- C) Um som de volume e frequência constantes
- D) Um som de volume e frequência variando periodicamente

# Interferência entre ondas: caso 2D



Assumindo que se tratam de ondas sonoras, o que uma pessoa que caminha com velocidade cte. ao longo da reta indicada irá perceber?

- A) Um som de frequência constante mas com uma variação periódica no volume
- B) Um som de volume constante mas com uma variação periódica na frequência
- C) Um som de volume e frequência constantes
- D) Um som de volume e frequência variando periodicamente

# Ondas em 2D-3D

Localizando os pontos de interferência: A diferença de caminho determina se a interferência em um determinado ponto é construtiva/destrutiva

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta r)\end{aligned}$$

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = m\pi$$



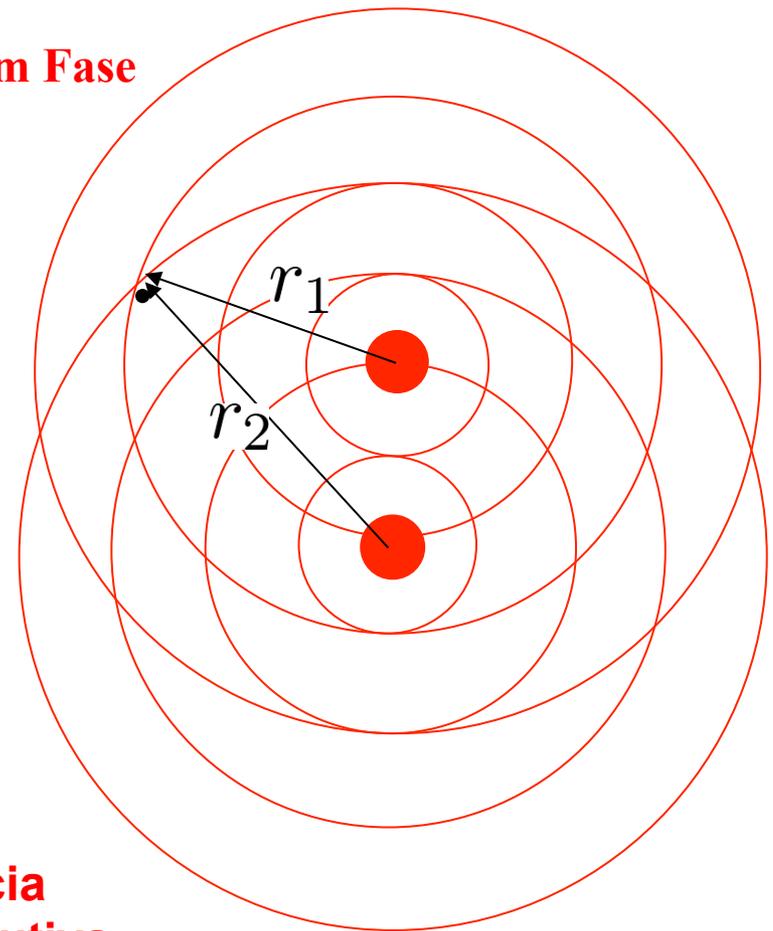
**Interferência max.  
construtiva**

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$$



**Interferência  
max. destrutiva**

**Fontes em Fase**



## Teste conceitual

Dois pequenos alto-falantes idênticos são conectados (em fase) na mesma fonte. Os alto-falantes estão 3,0m separados um do outro. Um observador está posicionado em x, a 4,0m em frente a um dos alto-falantes (ver figura). Para qual valor do comprimento de onda o som ouvido pelo observador será **menos** intenso?

*obs: Assuma que a amplitude do som proveniente de cada fonte pode ser considerada constante na região analisada,*



- (A) 1m      (B) 2m      (C) 3m      (D) 4m

## Teste conceitual

Dois pequenos alto-falantes idênticos são conectados (em fase) na mesma fonte. Os alto-falantes estão 3,0m separados um do outro. Um observador está posicionado em x, a 4,0m em frente a um dos alto-falantes (ver figura). Para qual valor do comprimento de onda o som ouvido pelo observador será **menos** intenso?

obs: *Assuma que a amplitude do som proveniente de cada fonte pode ser considerada constante na região analisada,*



- (A) 1m      (B) 2m      (C) 3m      (D) 4m

## Teste conceitual

Dois pequenos alto-falantes idênticos são conectados (em fase) na mesma fonte. Os alto-falantes estão 3,0m separados um do outro. Um observador está posicionado em x, a 4,0m em frente a um dos alto-falantes (ver figura). Para qual valor do comprimento de onda o som ouvido pelo observador será **mais** intenso?

*obs: Assuma que a amplitude do som proveniente de cada fonte pode ser considerada constante na região analisada,*



- (A) 1m      (B) 2m      (C) 3m      (D) 4m

## Teste conceitual

Dois pequenos alto-falantes idênticos são conectados (em fase) na mesma fonte. Os alto-falantes estão 3,0m separados um do outro. Um observador está posicionado em x, a 4,0m em frente a um dos alto-falantes (ver figura). Para qual valor do comprimento de onda o som ouvido pelo observador será **mais** intenso?

obs: *Assuma que a amplitude do som proveniente de cada fonte pode ser considerada constante na região analisada,*



- (A) 1m      (B) 2m      (C) 3m      (D) 4m