

Carga elétrica e a lei de Coulomb



Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

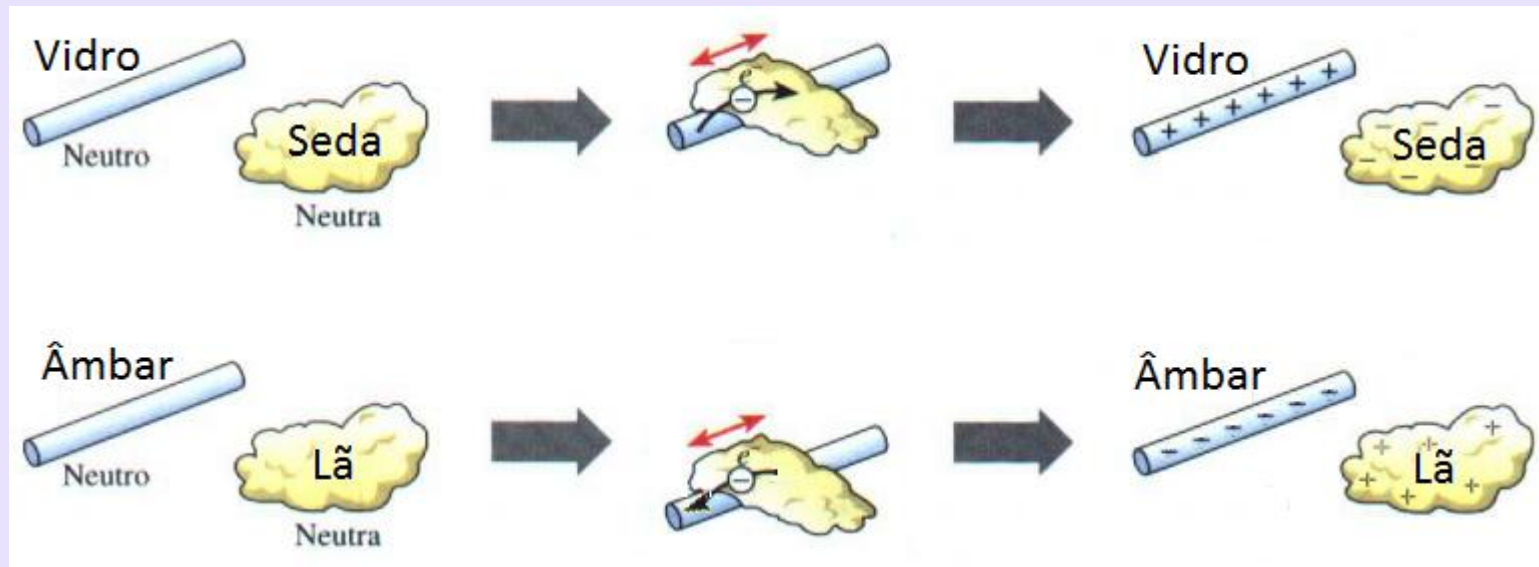
Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense
Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

<https://cursos.if.uff.br/!fisica2-0217/doku.php>

Modelo de carga elétrica

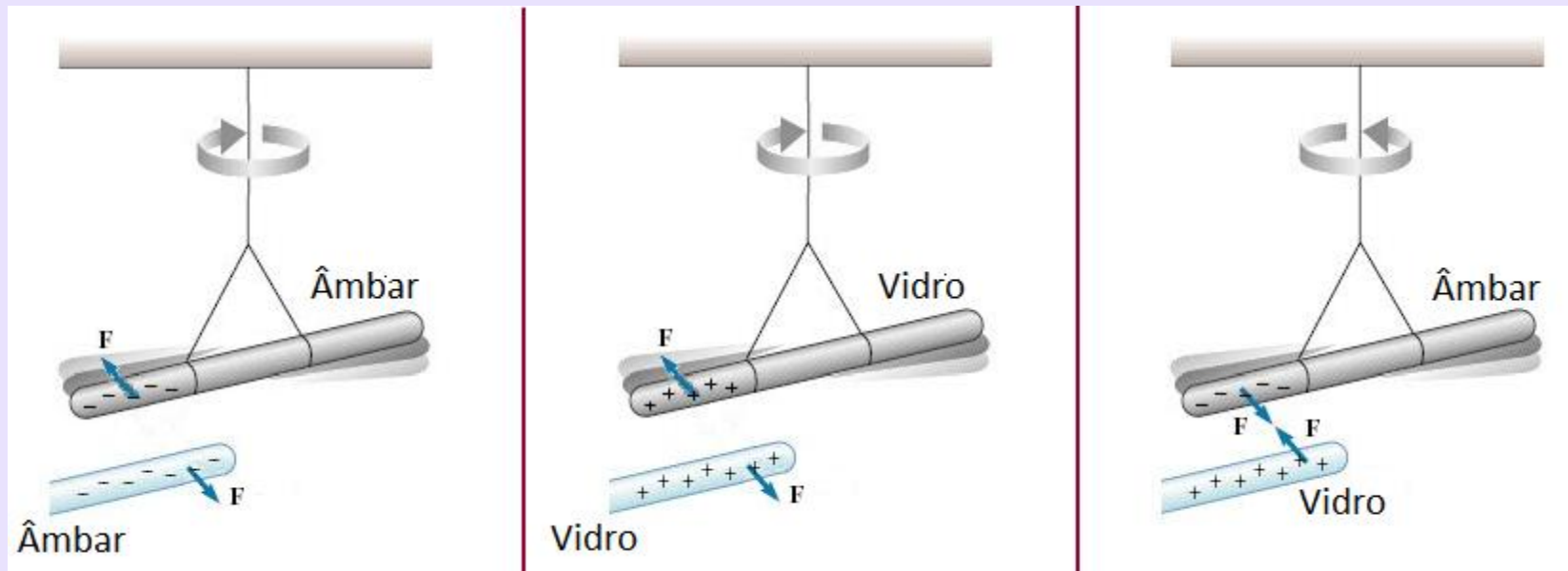
Eletrostática

Fenômeno já conhecido na Grécia antiga. Ao serem atritados, determinados materiais (âmbar, em particular), adquiriam a propriedade de atrair pequenos objetos (ação de uma força elétrica).



Modelo de carga elétrica

Ao serem atritados, tanto o vidro como o âmbar ficam “eletricamente” carregados.



- **Âmbar + Âmbar $\Rightarrow$ se repelem**
- **Vidro + Vidro $\Rightarrow$ se repelem**
- **Âmbar + Vidro $\Rightarrow$ se atraem**



Modelo de carga elétrica

- Ao atritarmos (eletrizarmos) materiais de diferentes composições, podemos dividi-los em dois grupos: Vítreos e Resinosos.

→(1748) Benjamim Franklin explicou esse efeito através de um modelo em que todos os corpos tinham uma certa quantidade de uma substância que poderia ser transferida por atrito.

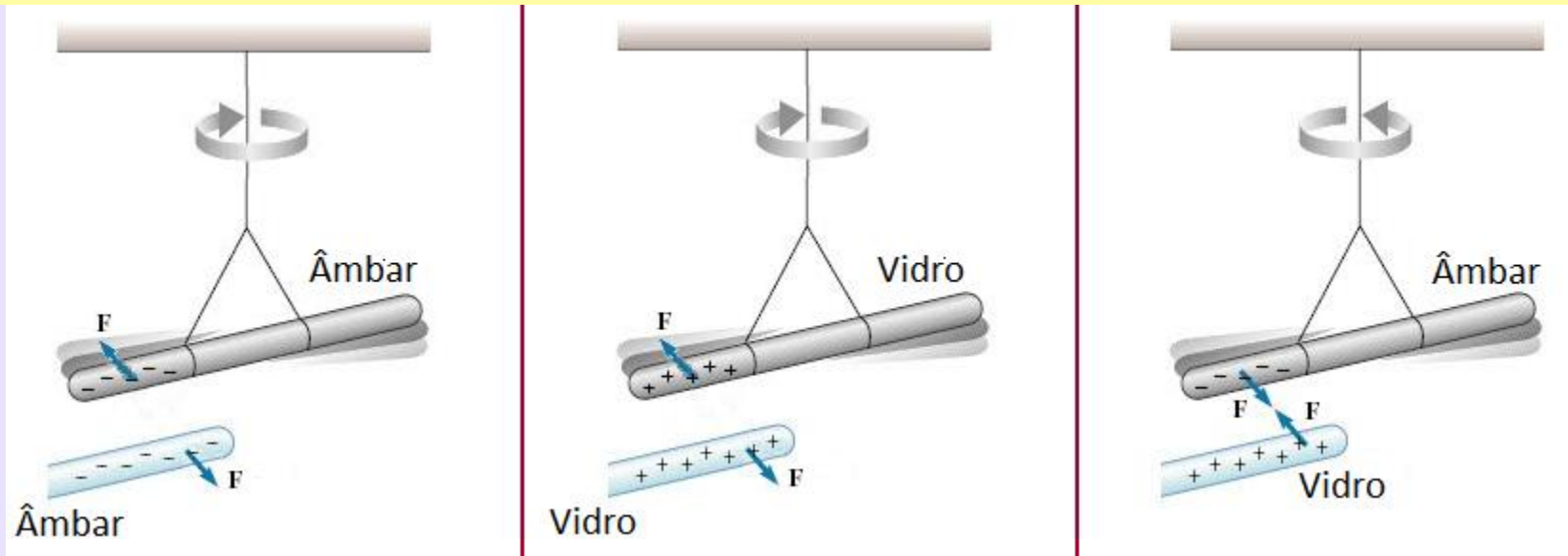
“Um ficava com excesso de uma substância (carga); o outro, com falta desta substância (carga), em quantidades iguais.”

Identificação de Benjamim Franklin

- Carga Vítreia $\Rightarrow$ positiva (recebe a substância)
- Carga resinosa $\Rightarrow$ negativa (perde a substância)

Onde está o erro na ideia de Benjamim?

Modelo de carga elétrica



Assim, temos:

- Carga negativa + Carga negativa $\Rightarrow$ se repelem
- Carga positiva + Carga positiva $\Rightarrow$ se repelem
- Carga negativa + Carga positiva $\Rightarrow$ se atraem

“Âmbar” $\rightarrow$ em Grego “elektron” $\rightarrow$ dá origem as palavras “eletricidade” e “elétron”



A Carga elétrica é Quantizada

Existe uma quantidade mínima de carga, que é dada pelo valor da carga do elétron : e

A carga elementar e , é uma das constantes fundamentais da natureza e toma o valor de:

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Experimentos mostram que a carga elétrica existe apenas em quantidades que são múltiplos inteiros da carga elementar e

$$\rightarrow q = ne \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

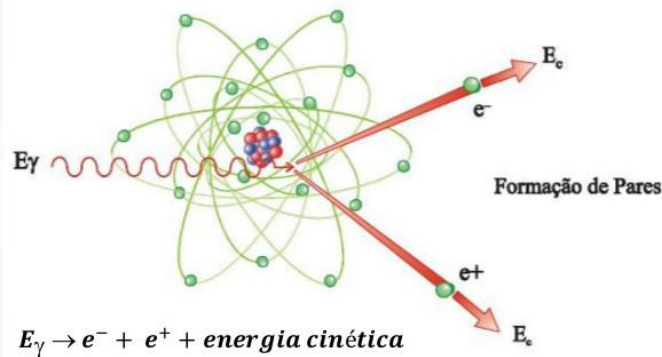


A Carga elétrica é conservada

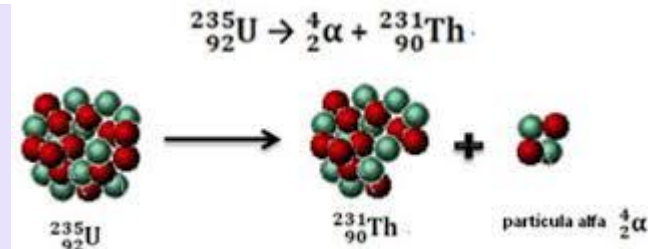
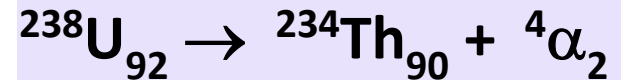
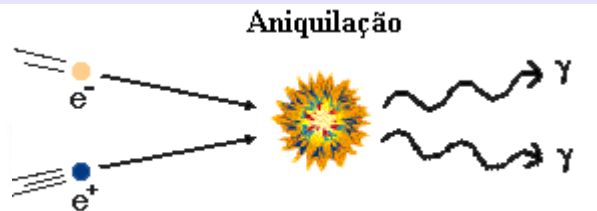
Conservação da carga elétrica é um dos princípios fundamentais da física e afirma que a carga elétrica não pode ser criada ou destruída.

Em todos os processos que ocorrem na natureza, desde a transferência de carga por atrito até as reações entre partículas elementares, a carga total (soma das cargas positivas e negativas) de um sistema isolado sempre se conserva. Ex: decaimento radioativo, aniquilação, produção de pares, etc.

$$\gamma^0 \rightarrow e^- + e^+$$



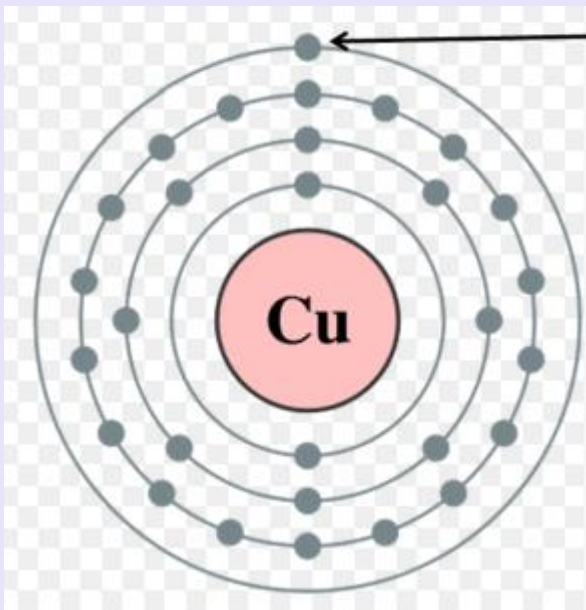
$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma^0$$



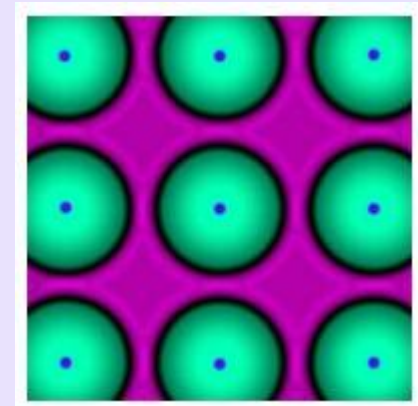
Materiais isolantes e condutores

Condutores → materiais nos quais as cargas elétricas podem se mover livremente.

- Os átomos com 1, 2 ou 3 elétrons de valência têm uma certa facilidade em cedê-los já que a sua camada de valência está muito incompleta.
- Por exemplo, um átomo de cobre tem um elétron de valência o que faz com que ele ceda com muita facilidade esse elétron (elétron livre).



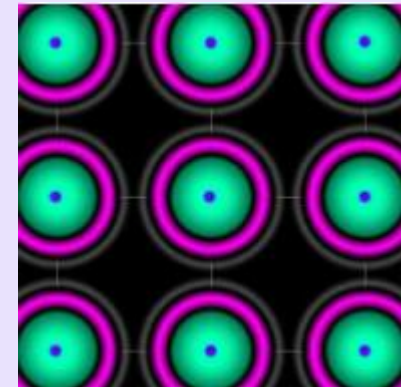
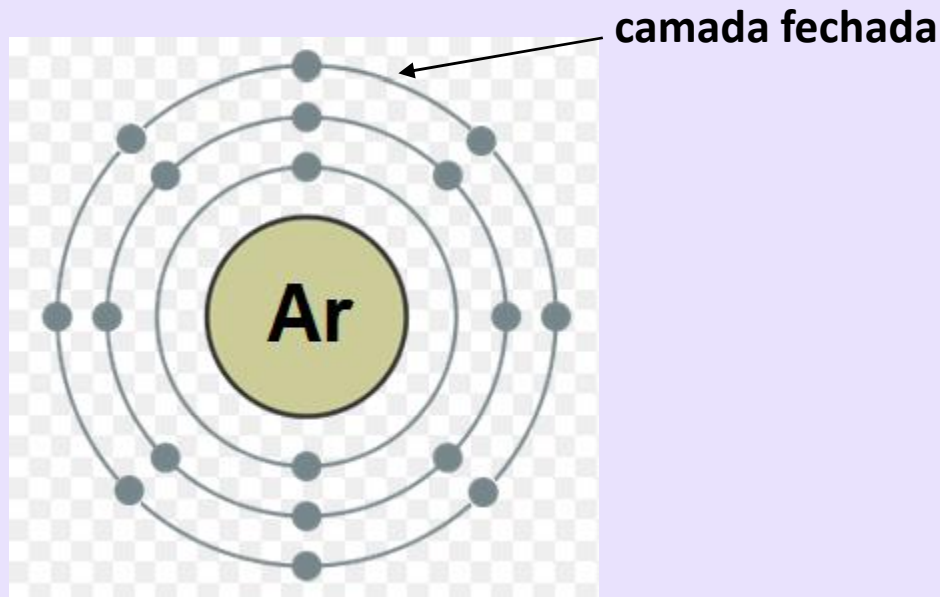
elétron de valência



Materiais isolantes e condutores

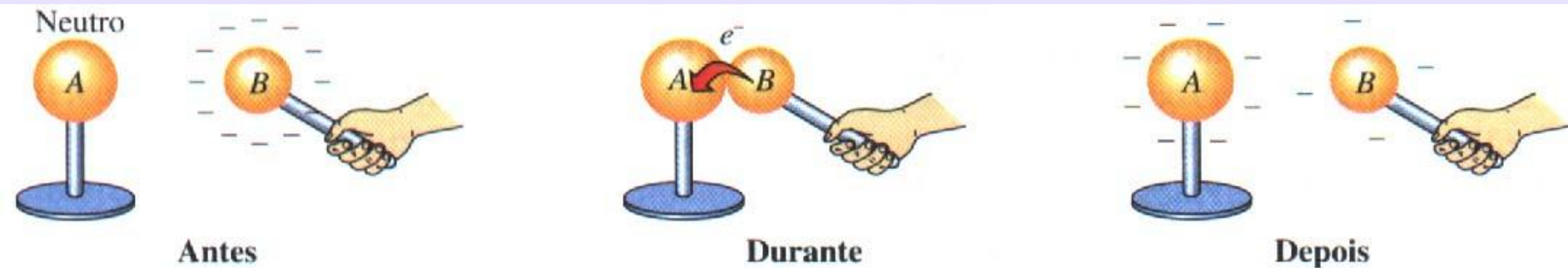
Isolantes → são materiais que não transportam, com facilidade, cargas elétricas.

- Os átomos que têm entre 5 e 8 elétrons de valência não cedem facilmente elétrons já que a sua camada de valência está quase completa.
- Estes materiais não são condutores de corrente elétrica porque não têm elétrons livres sendo necessário aplicar-lhes uma grande energia para passar os elétrons da banda de valência para a banda de condução.



Eletrização

Eletrização por contato

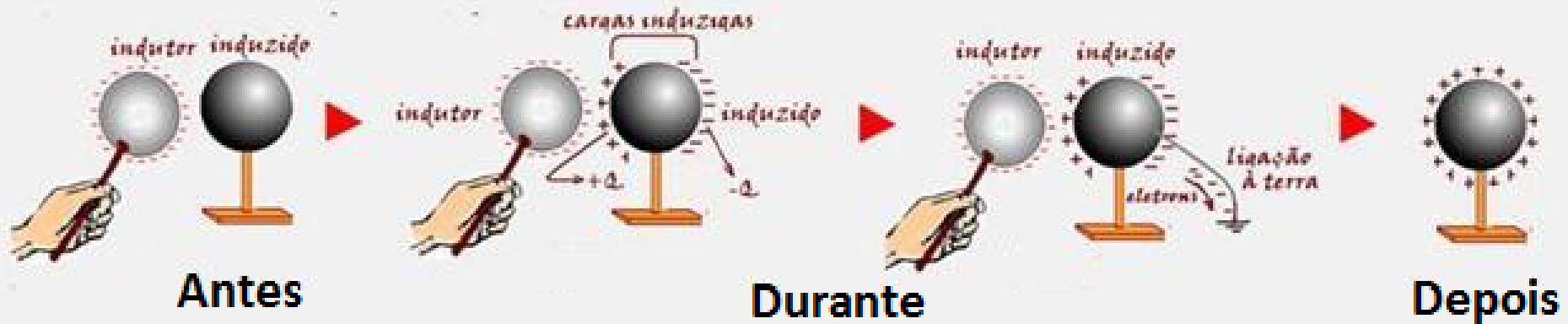


- Ocorre tanto em condutores como em isolantes
- carga do objeto eletrizado = a do objeto usado para realizar a eletrização



Eletrização

Eletrização por indução

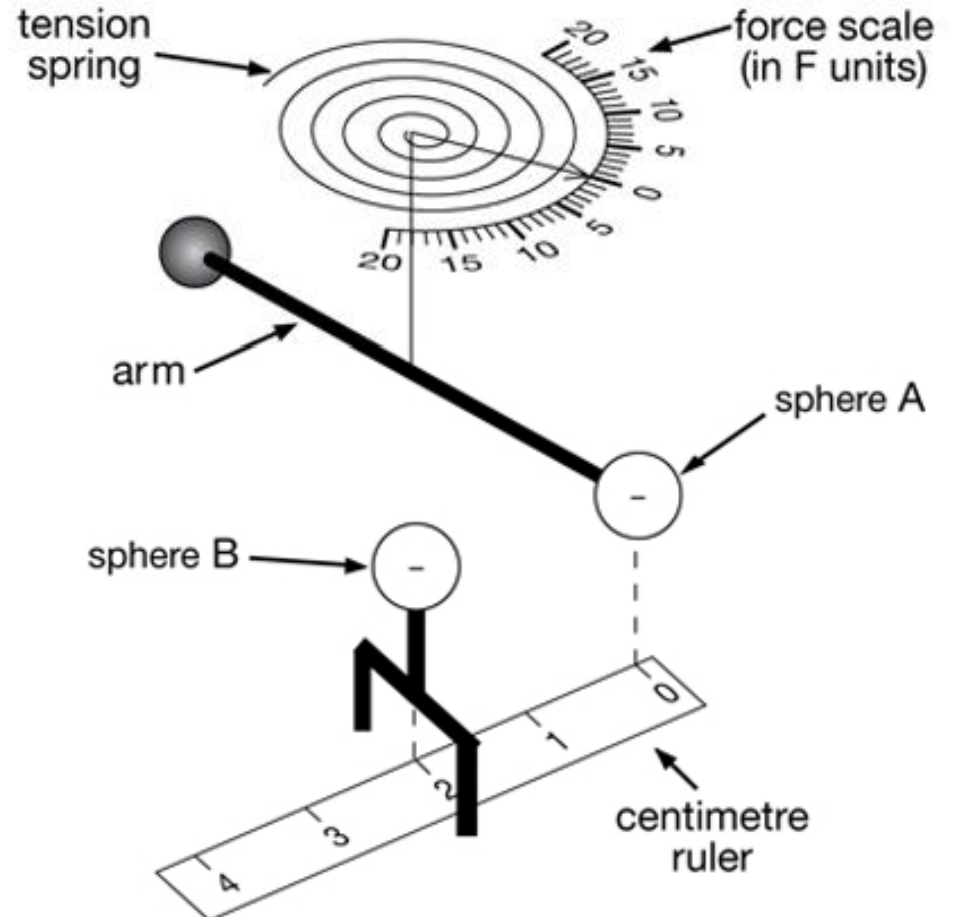
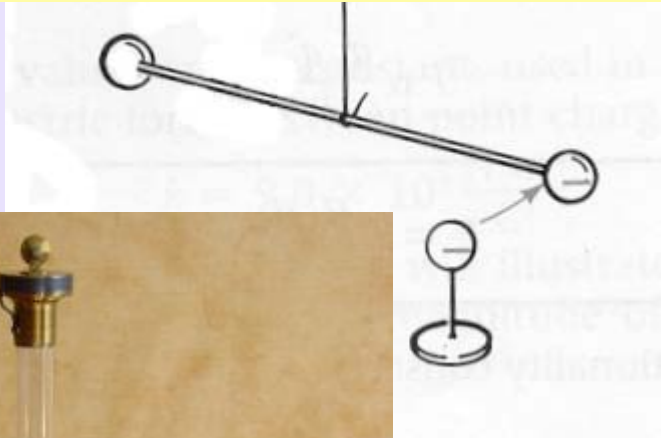


- Ocorre somente nos condutores
- carga do objeto eletrizado $\neq$ a do objeto usado para realizar a eletrização



A lei de Coulomb

1785 → Coulomb estabeleceu a lei fundamental da eletrostática.

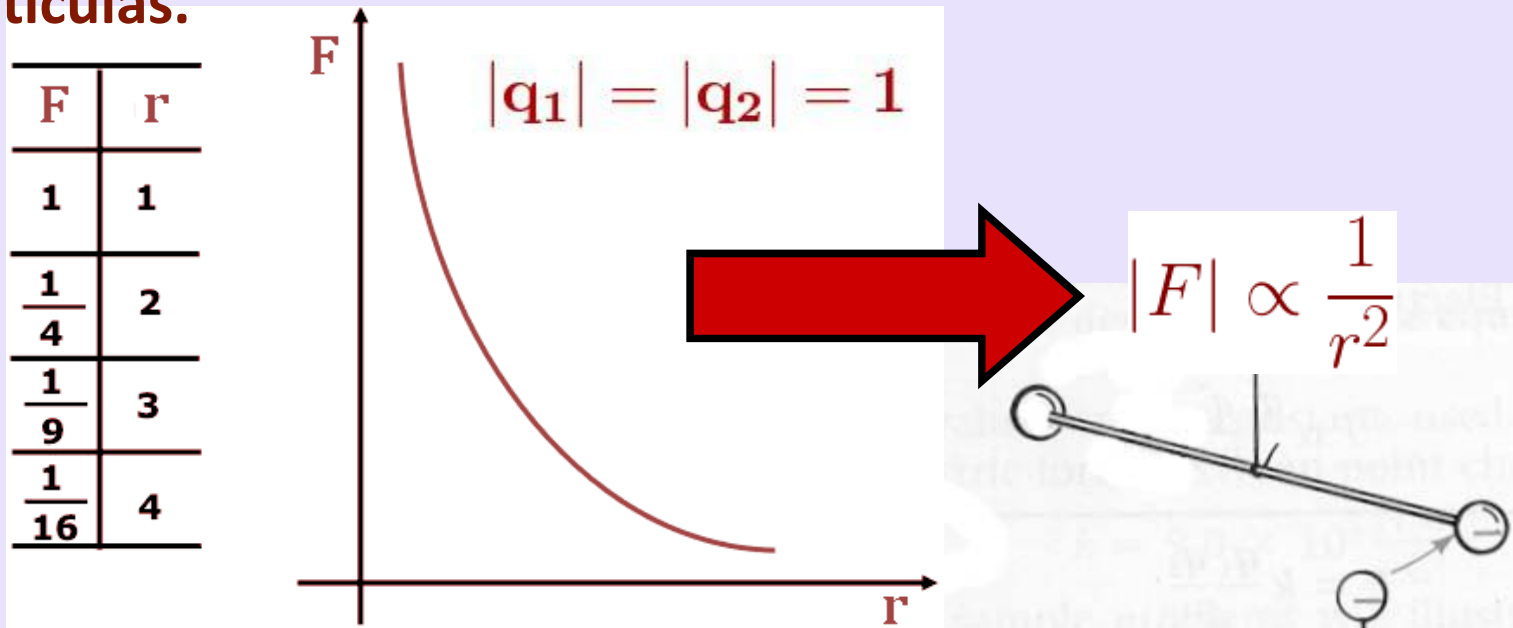


A lei de Coulomb

Conclusões experimentais:

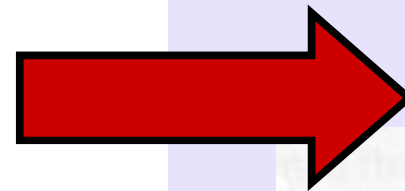
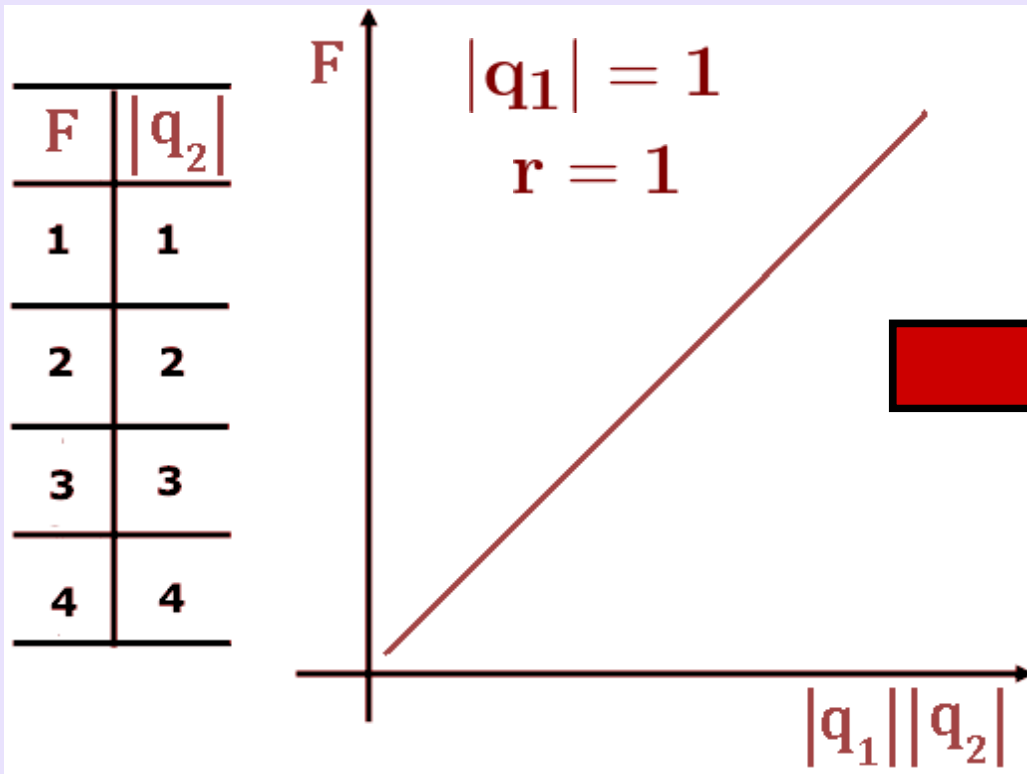
1) A força entre as cargas é atrativa se tiverem sinais opostos e repulsivas se tiverem o mesmo sinal.

2) A força é inversamente proporcional ao quadrado da separação, r , entre as duas partículas e está dirigida ao longo de uma linha que une as partículas.

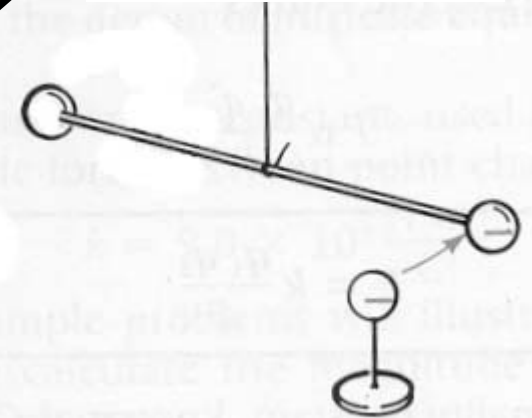


A lei de Coulomb

3) A força é proporcional ao produto dos módulos das cargas q_1 e q_2 das duas partículas.



$$|F| \propto |q_1| |q_2|$$



A lei de Coulomb

Lei de
Coulomb

$$|F| = K \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

$K \rightarrow$ é uma constante, denominada constante de Coulomb. Seu valor depende do sistema de unidade.

No S.I. (Sistema Internacional
de unidade, MKS)

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12} C^2/N.m^2 \approx 9 \times 10^{-12} C^2/N.m^2$$

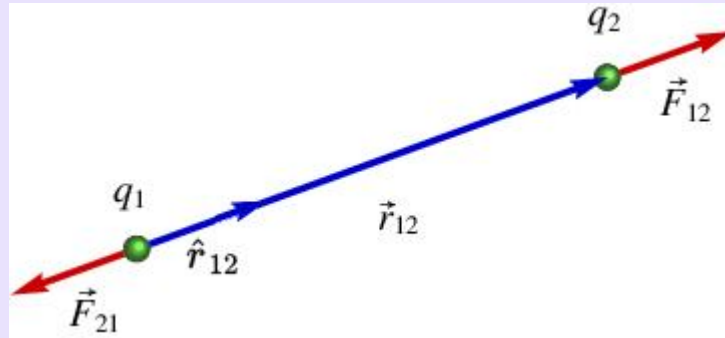


Permissividade do vácuo

é uma constante física que descreve como um campo elétrico afeta e é afetado por um meio

A lei de Coulomb na forma vetorial

“Força é uma grandeza vetorial”



$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|r_{12}|}$$

↳ Vetor unitário

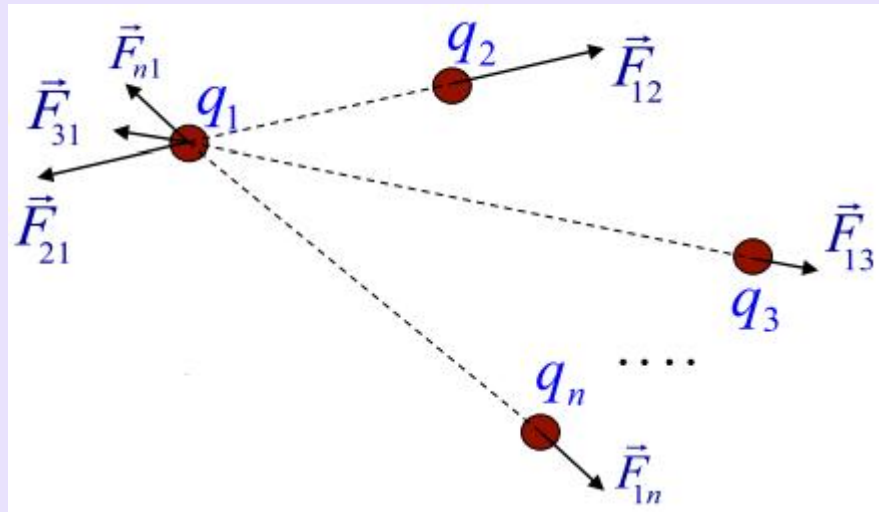
Lei de Coulomb
na forma vetorial

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

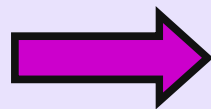
- A lei de Coulomb só se aplica exatamente a cargas puntiformes

Princípio da superposição

Quando estiverem presentes mais de duas cargas, a força entre quaisquer par de cargas é dada pela lei de Coulomb na forma vetorial. Então, a força resultante sobre qualquer carga é igual a soma vetorial das forças devidas às demais cargas individuais, princípio da superposição.



Soma vetorial



$$\vec{F} = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{i1} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \dots + \vec{F}_{n1}$$



Força eletrostática vs. Força gravitacional

Força elétrica

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}$$

Força gravitacional

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$$

Parâmetros para o átomo de hidrogênio

$$|q_e| = |q_p| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$r_{12} = 5,3 \times 10^{-11} \text{ m (distância média entre o próton e o elétron)}$$

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}, \quad m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2 \text{ (constante universal gravitacional)}$$

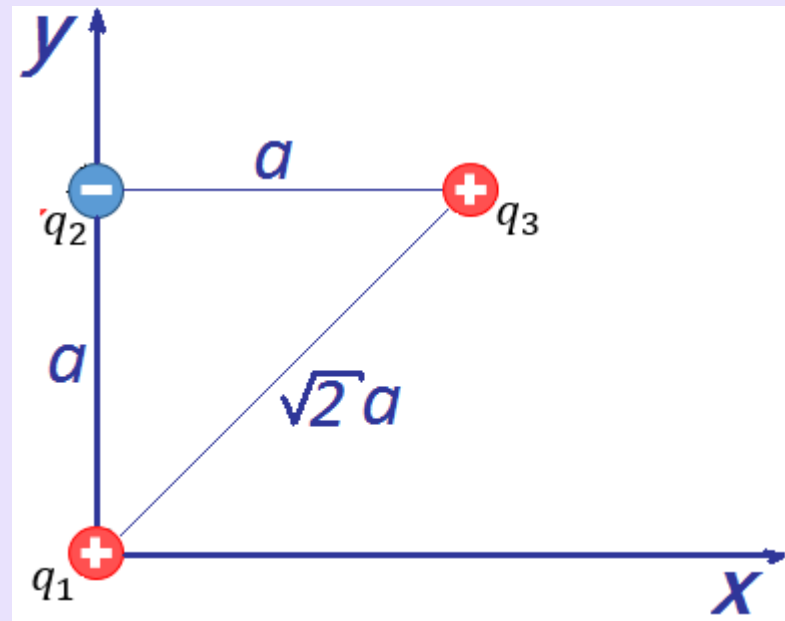
$$F_e \approx 8,2 \times 10^{-8} \text{ N}; F_g \approx 3,6 \times 10^{-47} \text{ N} \quad \Rightarrow \quad \frac{F_e}{F_g} \approx 2 \times 10^{39}$$

Então, porque temos mais contato no dia a dia com a força gravitacional?



Exemplo

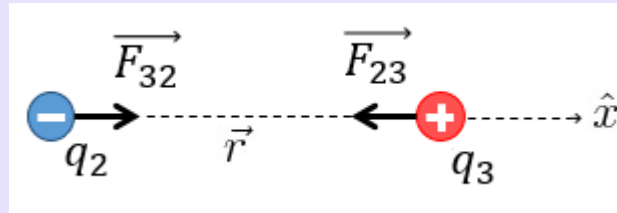
1) Considere três cargas puntiformes colocadas nos vértices de um triângulo sendo $q_1=q_3=5\mu\text{C}$, $q_2=-2\mu\text{C}$ ($1\mu\text{C}=10^{-6}\text{C}$) e $a=0,1\text{m}$, tal como mostra a figura abaixo. Achar o vetor força resultante sobre a carga q_3 .



Exemplo

- 1º - Calcular a força entre duas cargas quaisquer separadamente
- 2º - Aplicar o princípio da superposição para obter a força resultante

1) Cargas 2 e 3:



$$\Rightarrow |\vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{32}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2| |q_3|}{r^2}$$

$$\begin{cases} K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9,0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2 \\ q_2 = -2,0 \times 10^{-6} \text{ C} \\ q_3 = +5,0 \times 10^{-6} \text{ C} \\ |\vec{r}| = a = 0,1 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{32}| = \frac{(9,0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) | -2,0 \times 10^{-6} \text{ C} | | +5,0 \times 10^{-6} \text{ C} |}{(0,1 \text{ m})^2} =$$

$$= \frac{(90,0 \times 10^{-3} \text{ N.m}^2)}{10^{-2} \text{ m}^2} = 9,0 \text{ N}$$

sentido

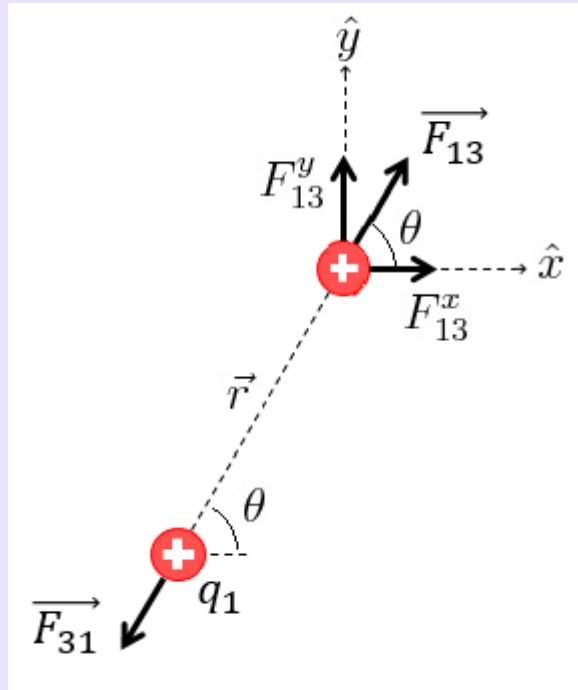
$$\vec{F}_{23} = -9,0 \hat{x} \text{ (N)}$$

módulo ← → *direção*



Exemplo

2) Cargas 1 e 3:



$$\Rightarrow \begin{cases} F_{13}^x = |\vec{F}_{13}| \cos \theta \\ F_{13}^y = |\vec{F}_{13}| \sin \theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{31}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1| |q_3|}{r^2}$$

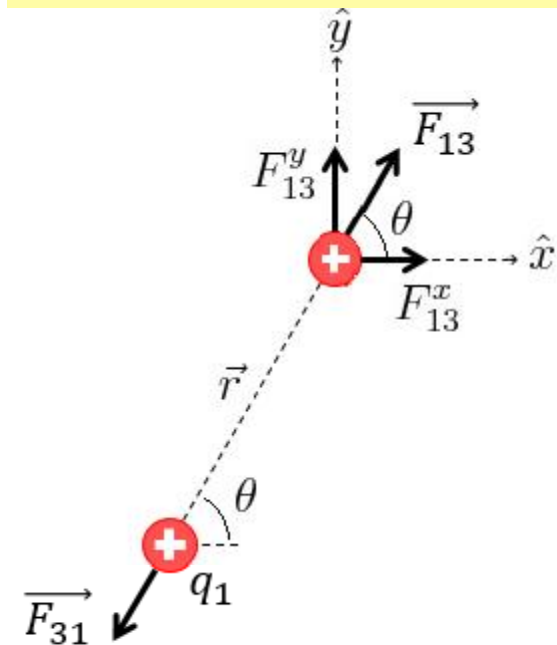
$$\begin{cases} K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9,0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2 \\ q_1 = +5,0 \times 10^{-6} \text{ C} \\ q_3 = +5,0 \times 10^{-6} \text{ C} \\ |\vec{r}| = a\sqrt{2} = 0,1\sqrt{2} \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_{13}| = \frac{(9,0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) | +5,0 \times 10^{-6} \text{ C} | | +5,0 \times 10^{-6} \text{ C} |}{(0,1\sqrt{2} \text{ m})^2} = \frac{(225,0 \times 10^{-3} \text{ N.m}^2)}{2,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_{13}| \approx 11,3 \text{ N}$$



Exemplo



$$\text{sendo : } \cos \theta = \sin \theta = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{13}^x = |11,3| \times \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 7,9 \text{ N} \\ F_{13}^y = |11,3| \times 0,7 \approx 7,9 \text{ N} \end{cases}$$

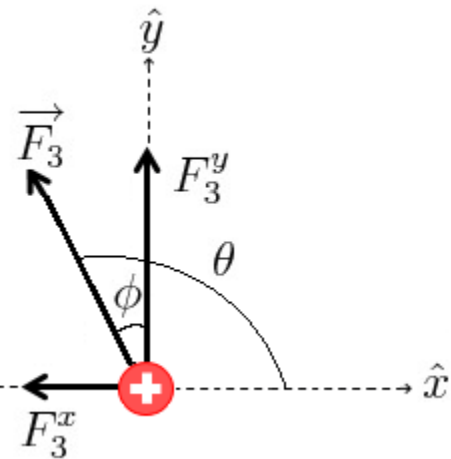
$$\Rightarrow \begin{cases} F_3^x = F_{23}^x + F_{13}^x = -9,0 + 7,9 = -1,1 \text{ N} \\ F_3^y = F_{23}^y + F_{13}^y = 0,0 + 7,9 = 7,9 \text{ N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = (-1,1\hat{x} + 7,9\hat{y}) \text{ N}$$

$$|\vec{F}_3| = \sqrt{(F_3^x)^2 + (F_3^y)^2} = \sqrt{(-1,1)^2 + (7,9)^2} \approx 8,0 \text{ N}$$

$$\phi = \text{tg}^{-1} \left| \frac{F_3^x}{F_3^y} \right| = \text{tg}^{-1} \left| \frac{-1,1}{7,9} \right| \approx 7,9^\circ \Rightarrow \theta = \phi + 90,0^\circ = 97,9^\circ$$

Portanto : $\vec{F}_3 = (8,0 \text{ N}, \text{ com } 97,9^\circ \text{ em rela\c{c}{\~{o}} ao eixo } x \text{ positivo})$



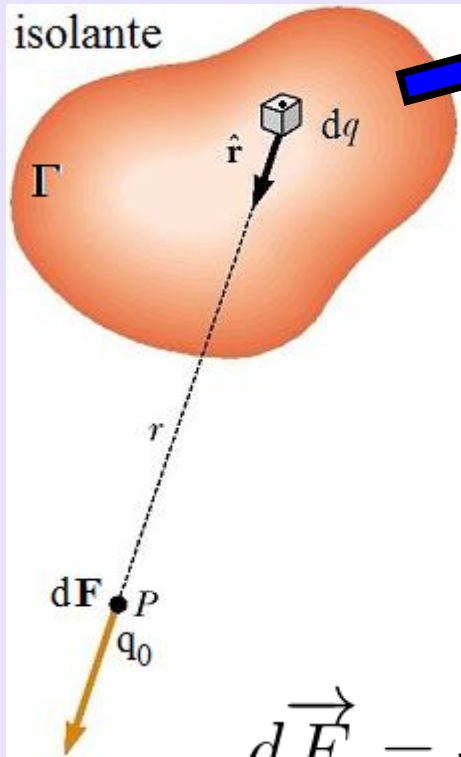
Princípios da Eletrostática

A eletrostática está baseada em quatro fatos empíricos

- Conservação da carga
- Quantização da carga
- Lei de Coulomb
- Princípio da Superposição



Força elétrica de distribuições contínuas de carga



$$dq = \rho dV$$

A ideia é dividir o sólido em pequenos diferenciais de carga dq , de forma que eles possam ser tratados como uma carga pontual. Pode-se então, calcular o campo gerado por cada um destes dq 's no ponto P separadamente, e na sequência se aplica o princípio da superposição para obter a força elétrica do sólido sobre a carga no ponto P .

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 dq}{r^2} \hat{r}$$

Força sobre q_0
exercida pelo
volume dV

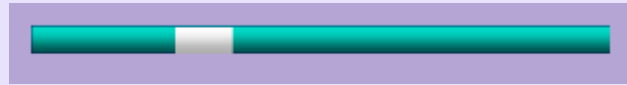
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_0 \int_V \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

Força total exercida
sobre q_0 pelo sólido Γ



Campo elétrico de distribuições contínuas de carga

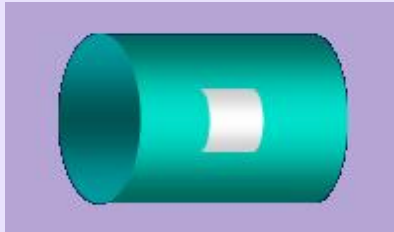
- densidade linear de carga



$$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{\text{carga}}{\text{comprimento}}$$

$$\Rightarrow dq = \lambda dl$$

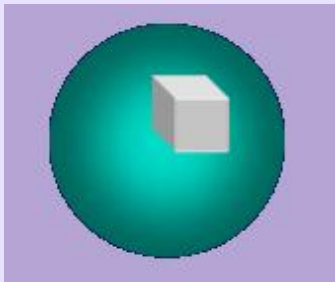
- densidade superficial de carga



$$\eta = \frac{Q}{A} = \frac{\text{carga}}{\text{Área}}$$

$$\Rightarrow dq = \eta dA$$

- densidade volumétrica de carga

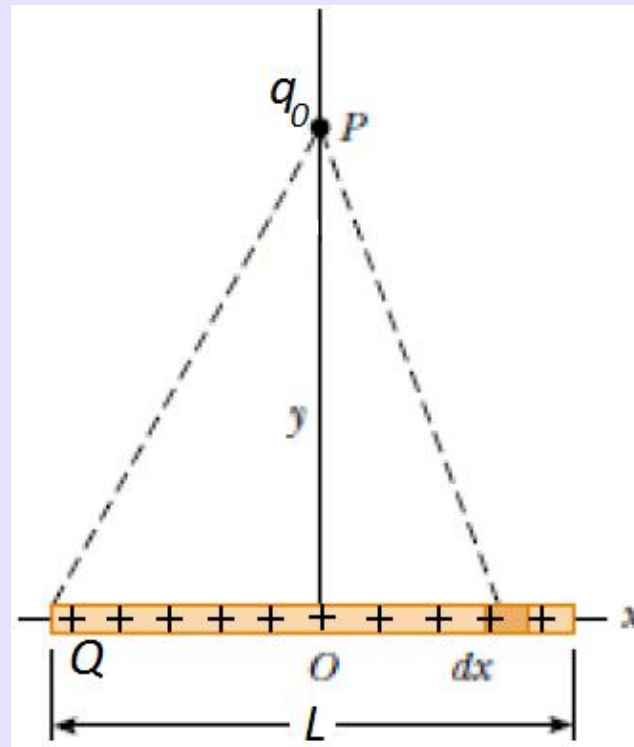


$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{\text{carga}}{\text{Volume}}$$

$$\Rightarrow dq = \rho dV$$

Exemplo

2) Na figura abaixo uma carga positiva Q está distribuída uniformemente em uma barra fina, não condutora, de comprimento L . Determine a força exercida por esta barra sobre uma carga positiva q_0 que se encontra posicionada no ponto P , situado na mediatriz da barra, a uma distância y da barra.



Exemplo

Calcular as componentes da força em cada eixo cartesiano

$$\hat{x} \Rightarrow \text{por simetria} \rightarrow F_x = 0$$

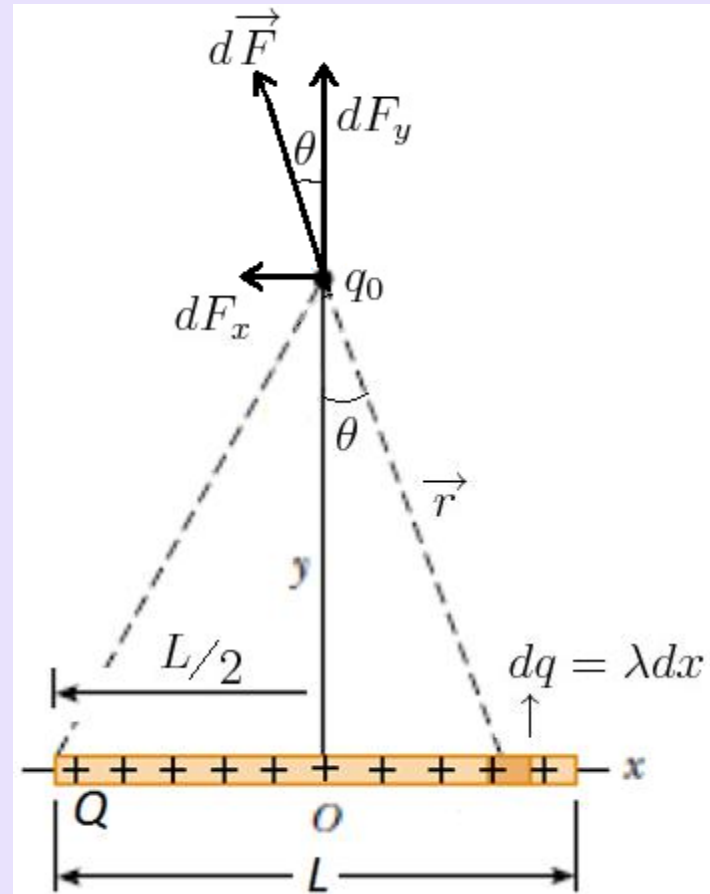
$$\hat{y} \Rightarrow dF_y = |d\vec{F}| \cos \theta$$

$$|d\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 dq}{r^2} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2}$$

$$dF_y = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \cos \theta$$

$$r^2 = x^2 + y^2; \cos \theta = \frac{y}{r}$$

$$\Rightarrow dF_y = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda y dx}{r^3}$$



Exemplo

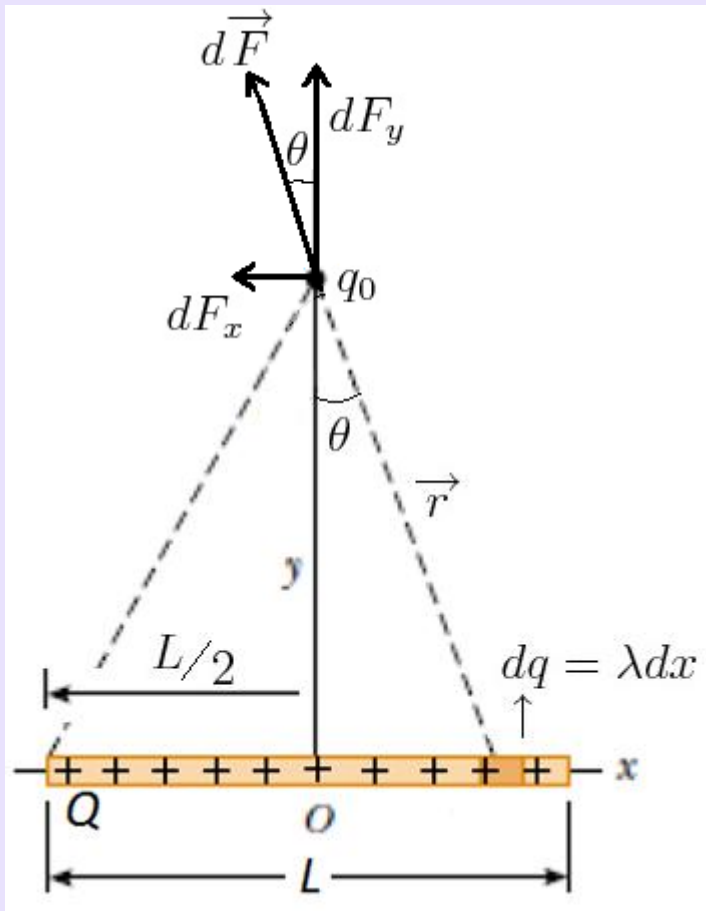
$$F_y = \int_{x=-\frac{L}{2}}^{x=+\frac{L}{2}} dF_y = 2 \int_0^{x=\frac{L}{2}} dF_y = \frac{2q_0\lambda y}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{x=\frac{L}{2}} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{Tabela} \mapsto \int \frac{du}{(u^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a^2} \frac{u}{\sqrt{u^2 + a^2}}$$

$$\Rightarrow F_y = \frac{2q_0\lambda y}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{y^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right]_0^{x=\frac{L}{2}}$$

$$F_y = \frac{2q_0\lambda y}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{y^2} \frac{L}{2\sqrt{\frac{L^2}{4} + y^2}}$$

$$\Rightarrow F_y = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{y\sqrt{y^2 + \frac{L^2}{4}}}$$



Exemplo

Fazer y muito grande $\Rightarrow$ afastar a carga do fio

$$y \rightarrow \infty \Rightarrow y\sqrt{y^2 + \frac{L^2}{4}} \approx y\sqrt{y^2} \approx y^2; \quad q = \lambda L$$

$$\Rightarrow F_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{y^2}$$

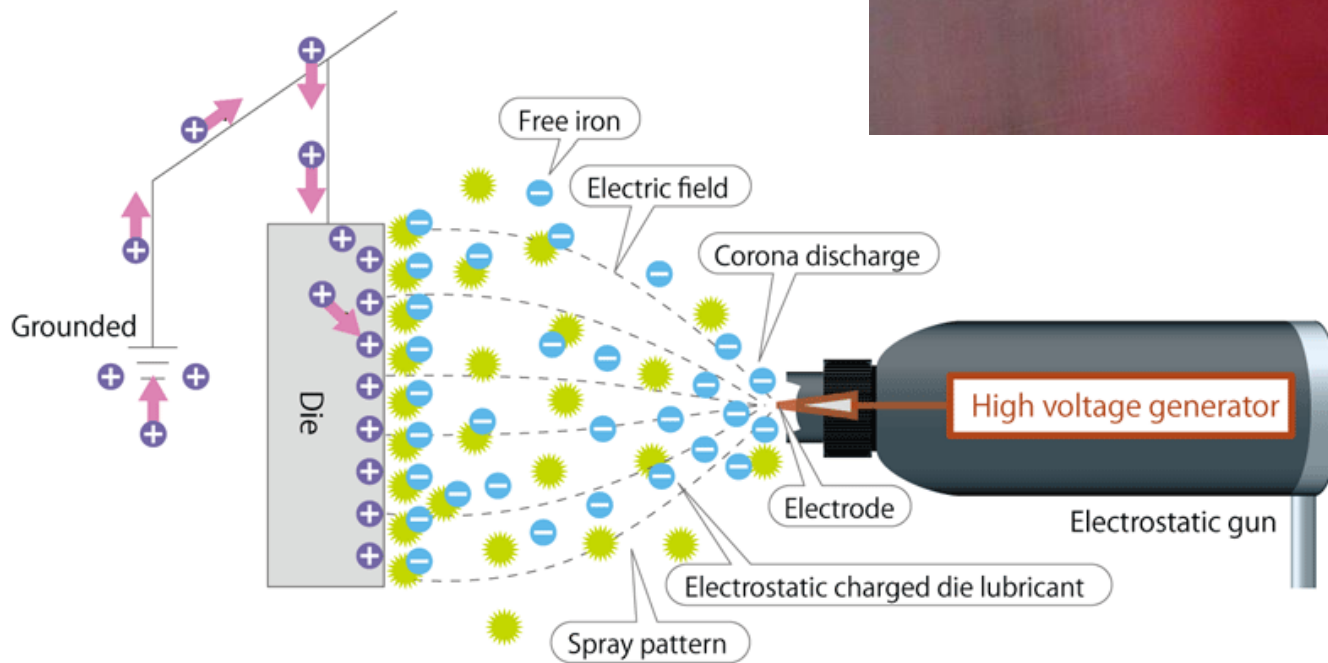
Fazer L muito grande $\Rightarrow$ aumentar o tamanho do fio

$$L \gg y \Rightarrow y\sqrt{y^2 + \frac{L^2}{4}} \rightarrow \frac{yL}{2}$$

$$\Rightarrow F_y = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{\frac{yL}{2}} = \frac{q_0}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{y}$$



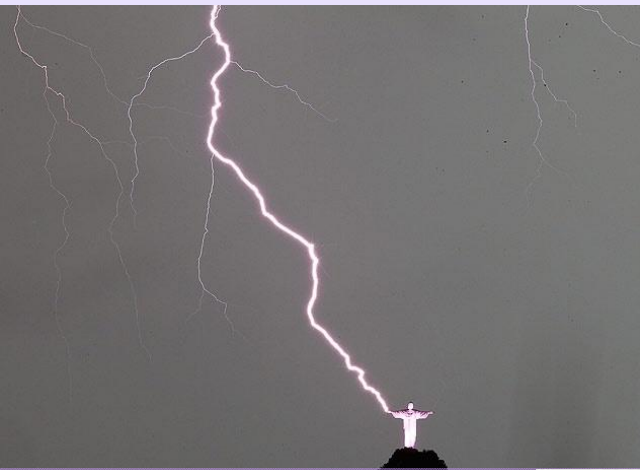
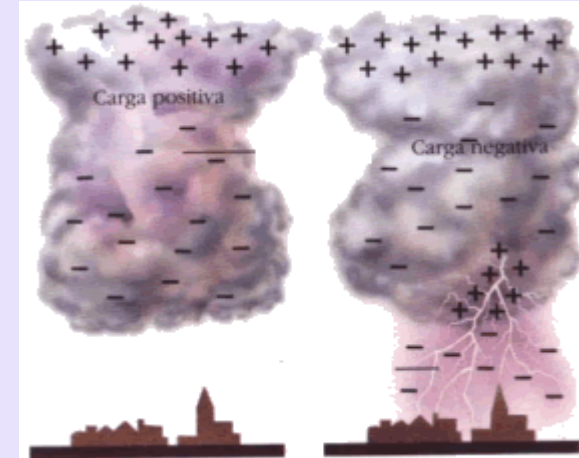
Pintura eletrostática



Descargas elétricas naturais (raios)

Hipótese de indução eletrostática

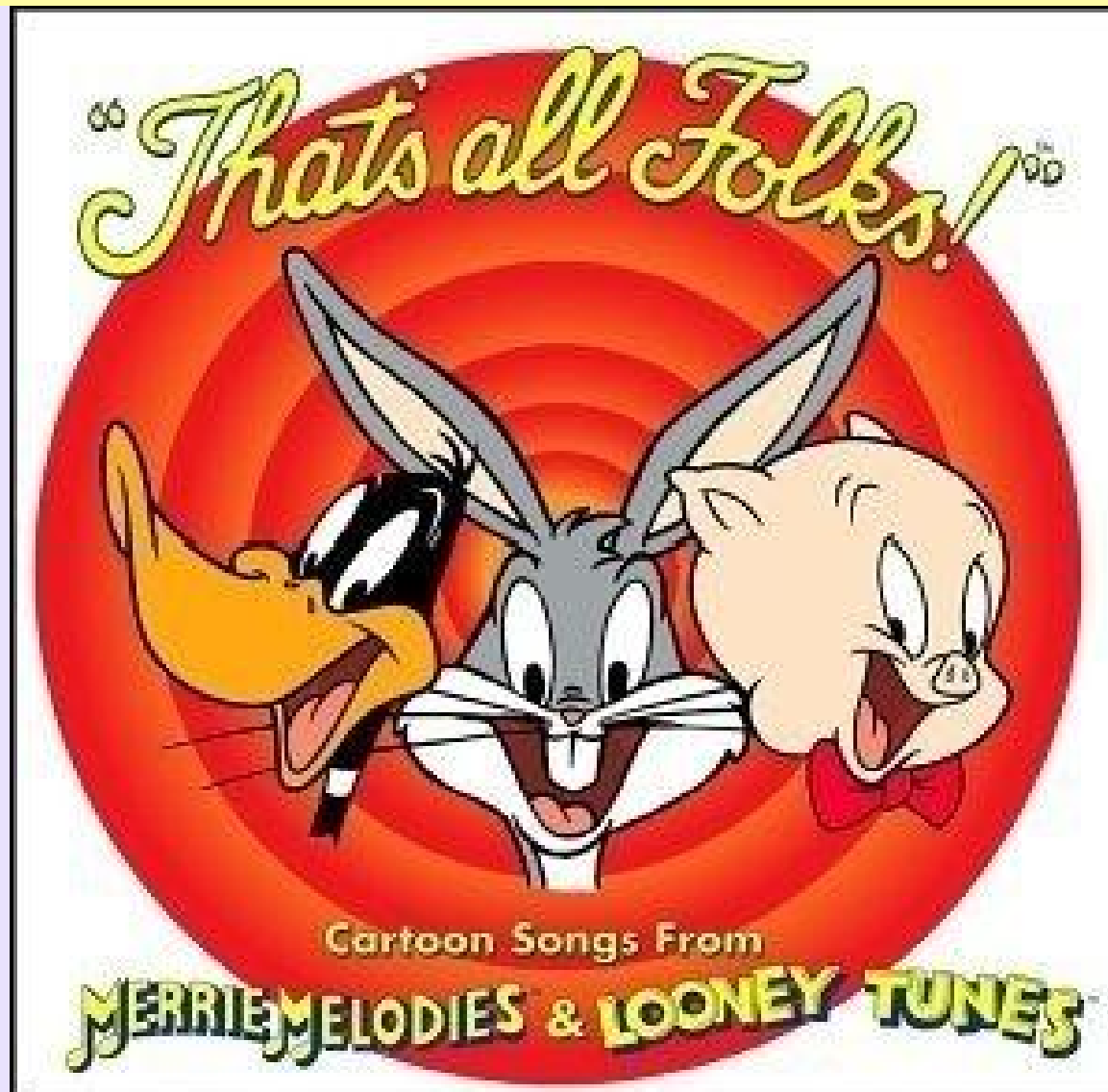
De acordo com esta hipótese, as cargas são produzidas em processos que ainda são incertos. A separação de cargas parece necessitar de uma corrente de ar ascendente forte para transportar gotas de chuva, esfriando-as entre 10 e 20° C abaixo de zero. Os cristais de gelo formados colidem (atritam) na formação de uma combinação de água-gelo chamado granizo. As colisões transferem uma ligeira carga positiva aos cristais de gelo, e uma carga ligeiramente negativa ao granizo.



As correntes de ar conduzem os cristais de gelo mais leves para cima, acumulando cargas positivas na parte superior da nuvem. A gravidade traz o granizo, mais pesado e com carga negativa para a região inferior da nuvem. A separação de carga e seu acúmulo continua até que o potencial elétrico se torne suficiente para iniciar uma descarga elétrica.



FIM



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense