Corrente alternada

Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

https://cursos.if.uff.br/!fisica2-0217/doku.php

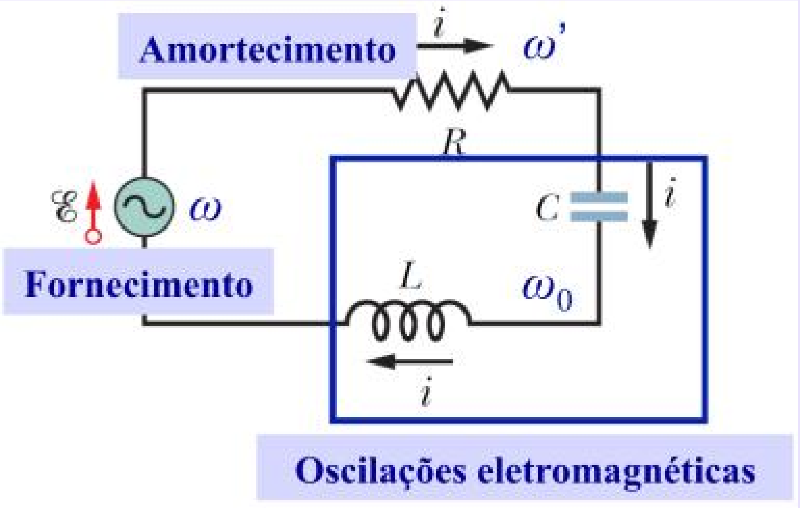
INSTITUTO DE FÍSICA

Universidade Federal Fluminense

Oscilações forçadas (RLC com fem)

As oscilações de um circuito RLC não serão totalmente amortecidas se um dispositivo de *fem* externo fornecer energia suficiente para compensar a energia térmica dissipada no resistor.

Normalmente, este dispositivo é um gerador de tensão alternada com fem do tipo:



$$\varepsilon = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t$$

As oscilações de *q(t)*, *i(t)* e *V(t)* são oscilações forçadas. Veremos que, qualquer que seja a frequência angular natural ω_0 de um circuito, estas oscilações ocorrem sempre na frequência angular propulsora ω .

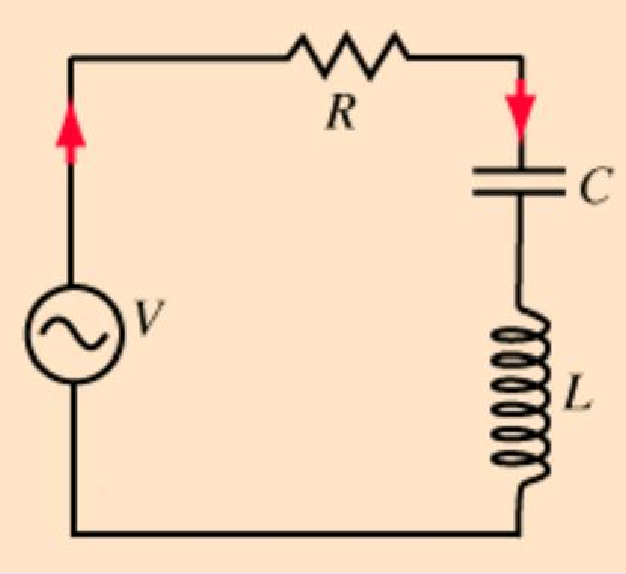
Mostramos aqui a solução para a corrente:

$$i = i_{máx}\ sen(\omega t - \varphi)$$

Oscilações forçadas (RLC com fem)

"A corrente alternada em todos os pontos do circuito de corrente alternada em série, tem a mesma amplitude e a mesma fase."

$\Rightarrow$ A voltagem em cada componente terá amplitude e fases diferentes.



$$\Delta v_L + \Delta v_R + \Delta v_C = \Delta v_\varepsilon$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = \varepsilon_{máx}\, sen\omega t$$

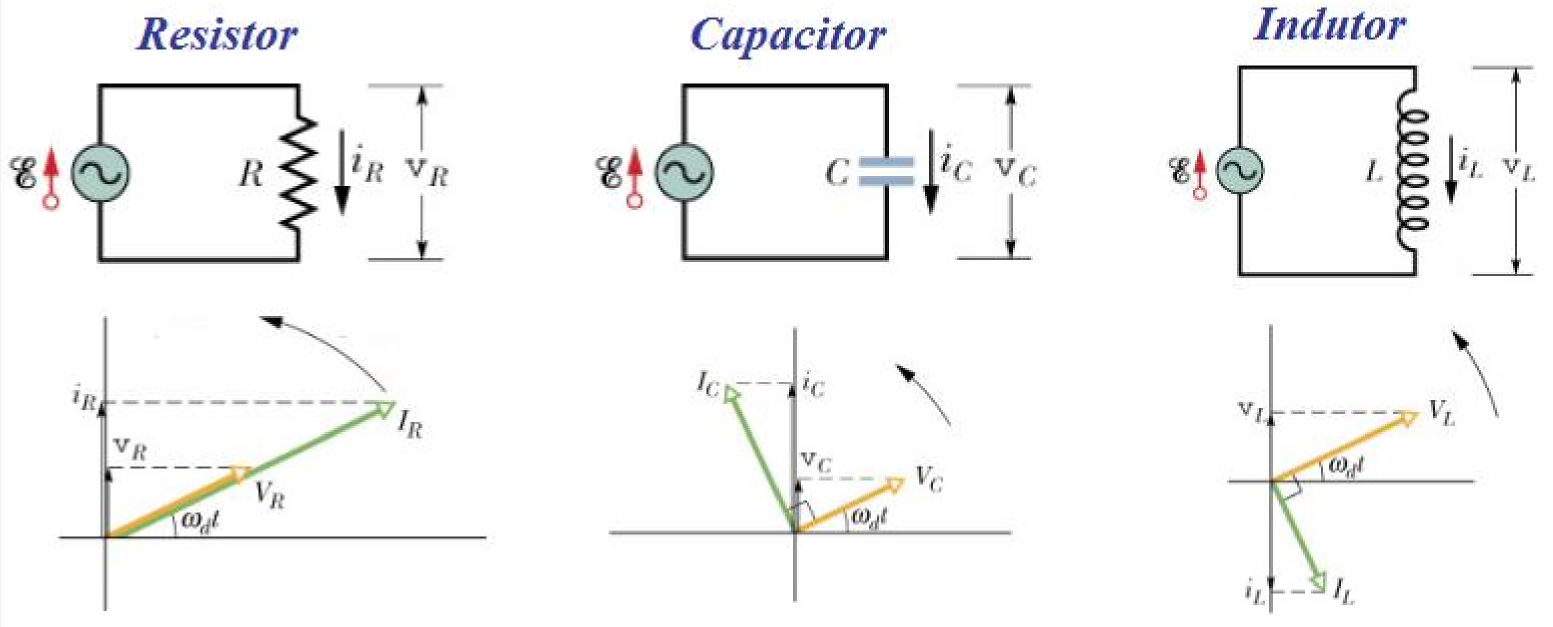
$$\Rightarrow L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon_{máx}\, sen\omega t$$

eq. diferencial que descreve o circuito

$$\Rightarrow i(t) = i_{máx}\, sen(\omega t - \varphi) \Rightarrow \begin{cases} i_{máx} \rightarrow corrente\ máxima \\ \varphi \rightarrow ângulo\ de\ fase\ entre \\ \qquad a\ corrente\ e\ a\ voltagem \end{cases}$$

Objetivo $\Rightarrow$ determinar $i_{máx}$ e φ

Revisão: Três circuitos simples



$$i_R = I_R\, sen(\omega t)$$

$$V_R = I_R R$$

$$\varphi = 0$$
$$\Rightarrow i\ em\ fase$$

$$v_R = V_R\, sen\omega t$$

$$i_C = \frac{V_C}{X_C}\, sen(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$V_C = I_C X_C$$

$$\varphi = -\pi/2$$
$$\Rightarrow i\ adiantada$$

$$v_C = V_C\, sen(\omega t - \pi/2)$$

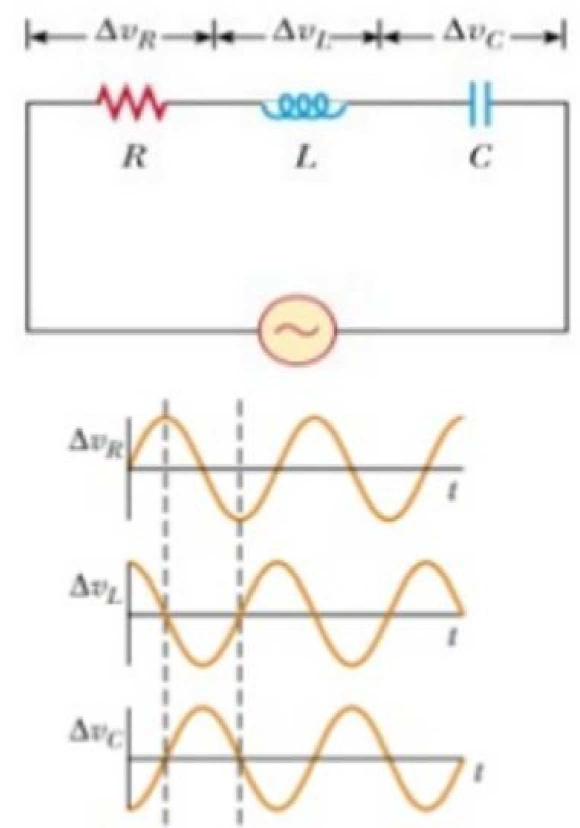
$$i_L = \frac{V_L}{X_L}\, sen(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$V_L = I_L X_L$$

$$\varphi = +\pi/2$$
$$\Rightarrow i\ atrasada$$

$$v_L = V_L\, sen(\omega t + \pi/2)$$

O Circuito RLC Série

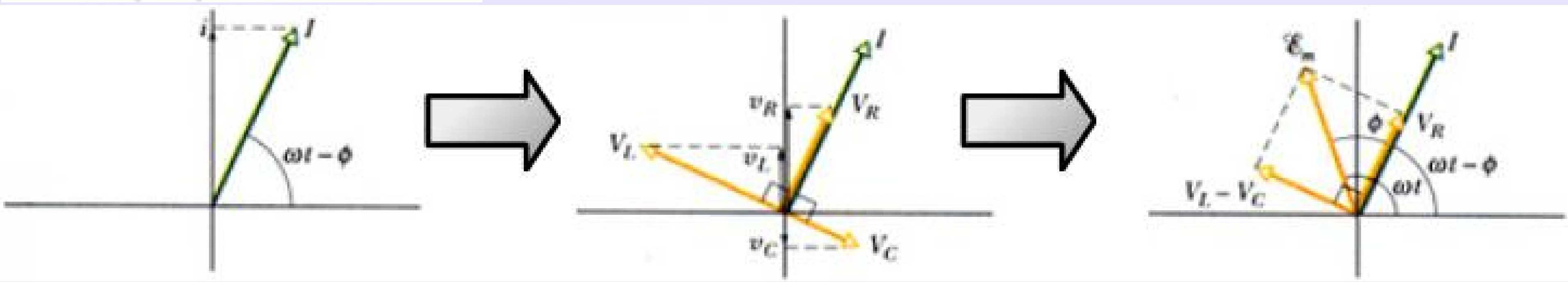


$$\begin{cases} \varepsilon(t) = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t \rightarrow fem\ aplicada \\ i(t) = i_{máx}\ sen(\omega t - \varphi) \rightarrow corrente\ permanente \end{cases}$$

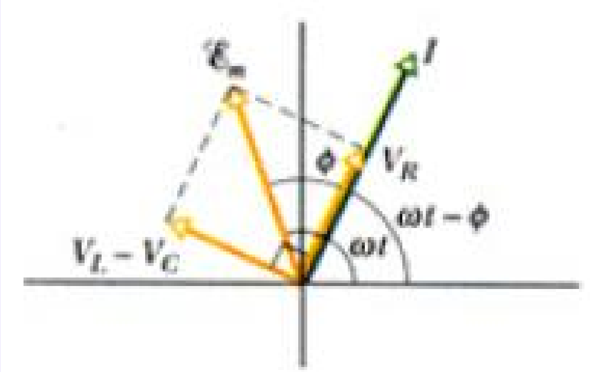
Devemos determinar $i_{máx}$ e φ em função das grandezas R, L, C, $\varepsilon_{máx}$ e ω.

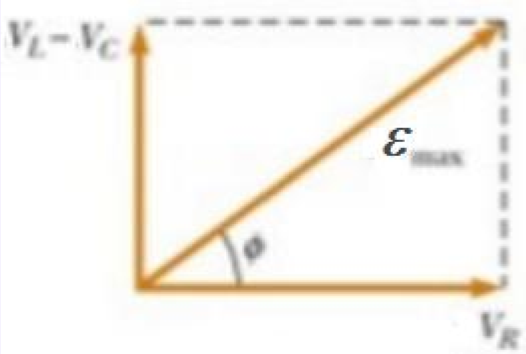
A corrente i tem o mesmo valor em todos os elementos e é representada por um único fasor (vetor girante) no diagrama. Para qualquer tempo : $\varepsilon = v_R + v_L + v_C$

$$\Rightarrow \vec{\varepsilon}_{máx} = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C$$



O Circuito RLC Série





$$supondo\ que:\ V_L > V_C$$

$$do\ triângulo\ de\ fasores \Rightarrow (\varepsilon_{máx})^2 = (V_R)^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$\varepsilon_{máx} = \sqrt{(i_{máx}R)^2 + (i_{máx}X_L - i_{máx}X_C)^2}$$

$$\varepsilon_{máx} = i_{máx}\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\Rightarrow i_{máx} = \frac{\varepsilon_{máx}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

corrente máxima no circuito

$$onde\ X_L = \omega L\ e\ X_C = 1/\omega C.$$

O Circuito RLC Série

$$Fazendo: \; Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \rightarrow impedância$$

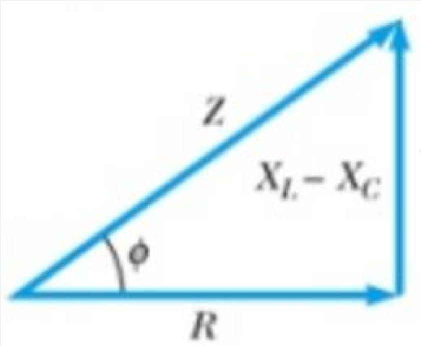
$$\Rightarrow \varepsilon_{máx} = i_{máx} Z \qquad [Z \rightarrow Ohm]$$

Forma generalizada da lei de Ohm aplicada ao circuito AC

Obs: *i=i(R,L,C,ω)* a corrente depende da frequência ω.

Constante de fase:

Triângulo de impedância



$$tg\,\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\Rightarrow \varphi = tg^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$

relação de fase entre a corrente e a voltagem.

Constante de fase

$$\varphi = tg^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$

Circuito indutivo

$X_L > X_C \Rightarrow \varphi > 0 \rightarrow$ A voltagem está adiantada de φ em relação a corrente. Ocorre para frequências altas. O circuito tem características indutivas.

Circuito capacitivo

$X_L < X_C \Rightarrow \varphi < 0 \rightarrow$ A voltagem está atrasada de φ em relação a corrente. Ocorre para frequências baixas. O circuito tem características capacitivas.

Circuito resistivo

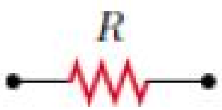
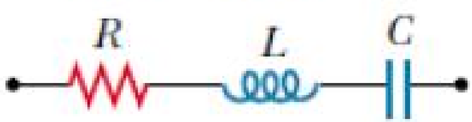
$X_L = X_C \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow Z = R \rightarrow$ A voltagem está em fase com a corrente. Ocorre para uma única frequência. O circuito tem características resistivas.

A corrente toma o valor máximo.

$$\Rightarrow i_{máx} = \frac{\varepsilon_{máx}}{R}$$

Valores de impedância

TABELA: Impedância e ângulos de fase para várias combinações de elementos no circuito

Elemento	Impedância Z	Fase φ
	R	$0°$
	X_C	$-90°$
	X_L	$+90°$
	$\sqrt{R^2 + X_C^2}$	Negativa, entre -90° e 0°
	$\sqrt{R^2 + X_L^2}$	Positiva, entre 0° e 90°
	$\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	Negativa, se $X_C > X_L$ Positiva, se $X_C < X_L$

Potência em Circuitos de Corrente Alternada

Potência instantânea impressa ao circuito pelo gerador de AC

$$P = \varepsilon i = \varepsilon_{máx}\ sen\omega t\ i_{máx}\ sen(\omega t - \varphi)$$

$$\Rightarrow P = \varepsilon i = \varepsilon_{máx} i_{máx}\ sen\omega t\ sen(\omega t - \varphi)$$

$$fazendo \rightarrow sen(\omega t - \varphi) = sen\omega t\ cos\varphi - sen\varphi\ cos\omega t$$

$$\Rightarrow P = \varepsilon_{máx} i_{máx}\ sen^2\omega t\ cos\varphi - \varepsilon_{máx} i_{máx}\ sen\omega t\ cos\omega t\ sen\varphi$$

Potência média da fonte

$$i_{máx},\ \varepsilon_{máx},\ \varphi\ e\ \omega \rightarrow constantes\ no\ tempo$$

$$\Rightarrow < sen^2\omega t >= \frac{1}{2}$$

Potência em Circuitos de Corrente Alternada

$$como \quad < sen\omega t \; cos\omega t >= \frac{1}{2} sen2\omega t \qquad \Rightarrow < sen\omega t \; cos\omega t >= 0$$

Logo

depende da fase entre a corrente e a voltagem

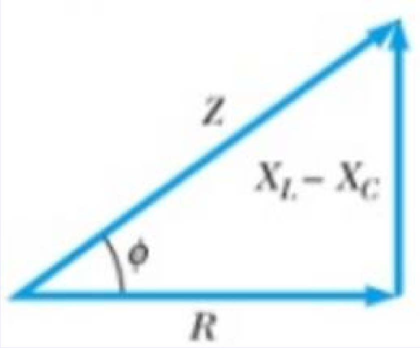
$$< P >= \frac{1}{2} i_{máx} \, \varepsilon_{máx} \, cos\varphi$$

ou

$$< P >= i_{rms} \, \varepsilon_{rms} \, cos\varphi$$

$$cos\varphi \longrightarrow fator \; de \; potência$$

Triângulo de impedância



$$\Rightarrow cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

Potência em Circuitos de Corrente Alternada

$$\Rightarrow < P >= i_{rms}\varepsilon_{rms}\frac{R}{Z}$$

Potência média proporcionada pelo gerador

$$como \ i_{rms} = \frac{\varepsilon_{rms}}{Z}$$

$$\Rightarrow < P >= i_{rms}^2 R$$

Potência média dissipada por efeito joule no resistor

"Vemos que não há perda de potência no indutor ou no capacitor"

As reatâncias indutiva, X_L, e capacitiva, X_C, só modificam a fase, φ, o que provoca uma perda de potência no circuito.

Ressonância no circuito RLC em série

O circuito RLC está em ressonância ⇒ **A corrente do circuito toma o seu valor máximo**

O valor para a corrente no circuito é dada pela lei de Ohm generalizada ⇒ $i_{rms} = \frac{\varepsilon_{rms}}{Z}$

$$\Rightarrow i_{rms} = \frac{\varepsilon_{rms}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

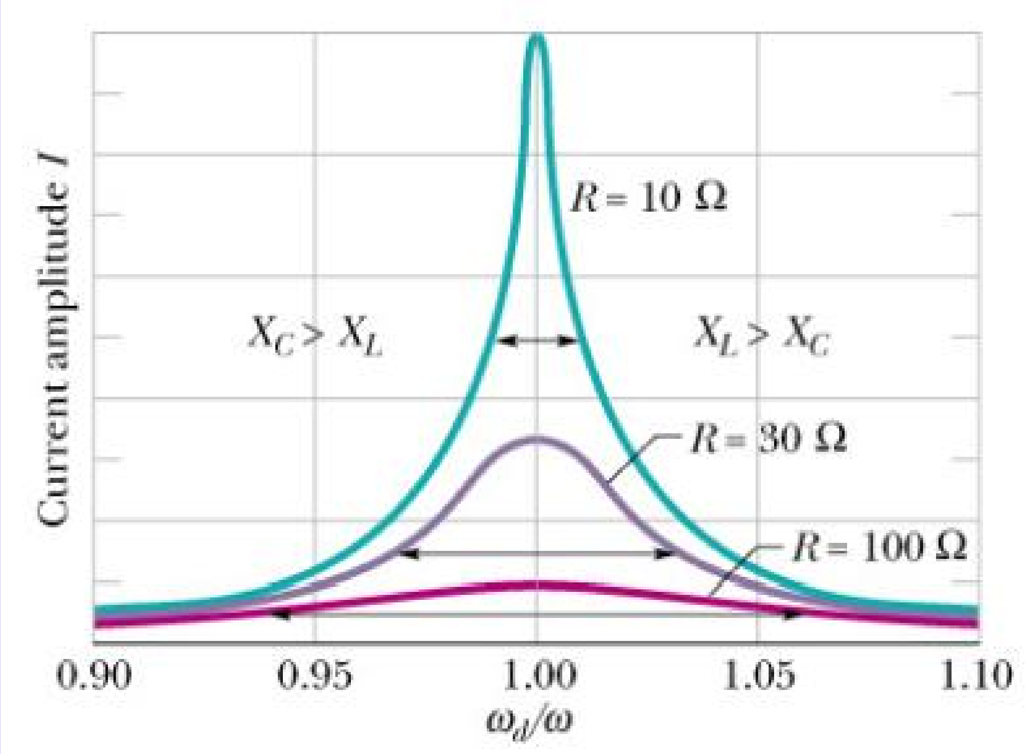
Note que a inpedância depende da frequência de oscilação, assim o valor da corrente também depende da frequência.

A corrente atinge o valor máximo quando: $\Rightarrow X_L = X_C \Rightarrow Z = R$

$$\Rightarrow i_{rms} = \frac{\varepsilon_{rms}}{R}$$

um circuito em ressonância apresenta o valor mínimo para a impedância

Ressonância no circuito RLC em série



Para que haja ressonância:

$$\Rightarrow X_L = X_C$$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

frequência de ressonância do circuito.

"A corrente em um circuito *RLC* em série atinge seu valor de pico quando a frequência ω da voltagem aplicada pelo gerador for igual à frequência natural ω_0 do circuito oscilador, que depende somente dos valores de *L* e *C*."

$\Rightarrow$ na ressonância, o valor da corrente é limitado só pela resistência do circuito.

Potência média em função da frequência

$$< P > = i_{rms}^2 R = \frac{\varepsilon_{rms}^2}{Z^2} R$$

$$\Rightarrow < P > = \frac{\varepsilon_{rms}^2 R}{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{máx}^2 R}{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

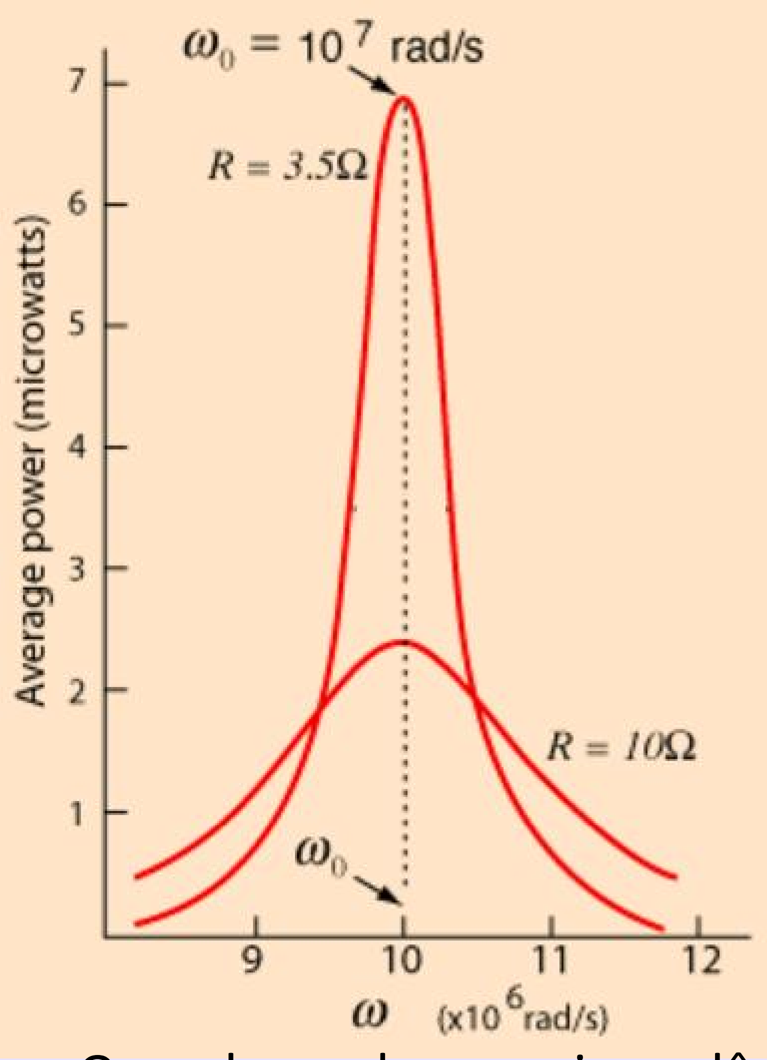
Potência média no circuito RLC em série

$$como\ X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C} \ \ e \ \ \omega_0^2 = \frac{1}{LC} :$$

$$(X_L - X_C)^2 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = L^2 \left(\omega - \frac{1}{\omega LC}\right)^2 = \frac{L^2}{\omega^2} \left(\omega^2 - \frac{1}{LC}\right)^2$$

$$\Rightarrow (X_L - X_C)^2 = \frac{L^2}{\omega^2} \left(\omega^2 - \omega_0^2\right)^2$$

Potência média em função da frequência



$$\Rightarrow < P > = \frac{\varepsilon_{rms}^2 R\omega^2}{R^2\omega^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{\varepsilon_{máx}^2 R\omega^2}{R^2\omega^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}$$

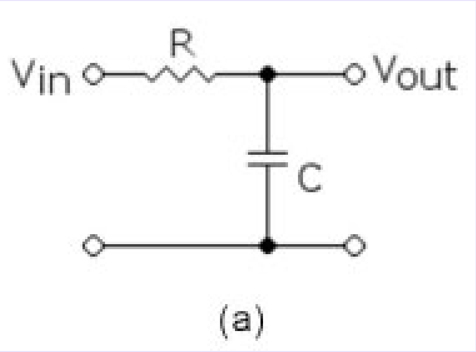
Como pode ser visto na figura ao lado, na ressonância, onde $\omega = \omega_0$, a potência média dissipada no resistor é máxima e toma o seguinte valor:

$$\Rightarrow < P > = \frac{\varepsilon_{rms}^2}{R}$$

Quando mudamos a impedância de um circuito para seu valor mínimo, ou seja, fazemos $X_L = X_C$, falamos que estamos casando a impedância.

Filtros capacitivos

Filtro passa-baixa



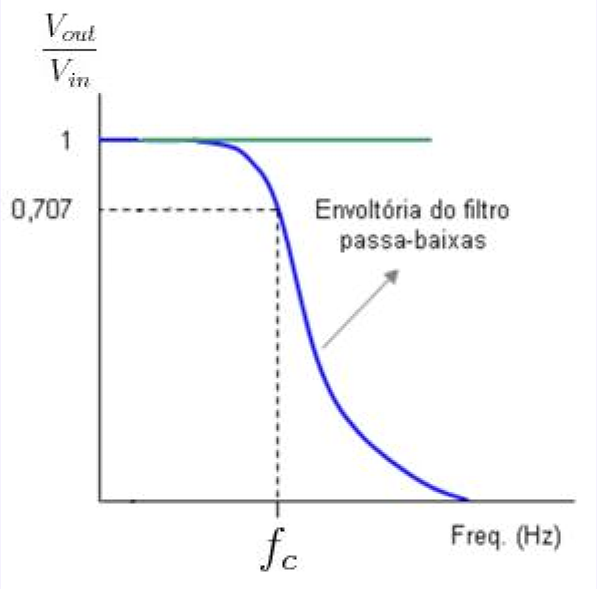
$$V_{in} = i_{rms} Z \qquad V_{out} = i_{rms} X_C$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_C}\right)^2 + 1}}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{(\omega RC)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi f RC)^2 + 1}}$$

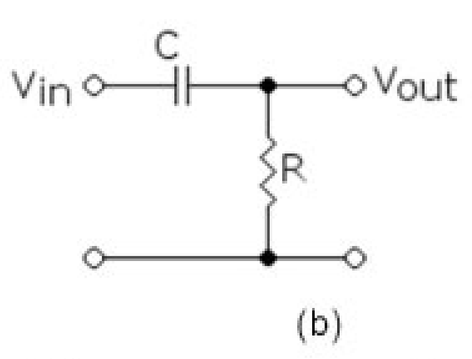
$$\tau = RC \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 + 1}}}$$



Filtros capacitivos

Filtro passa-alta



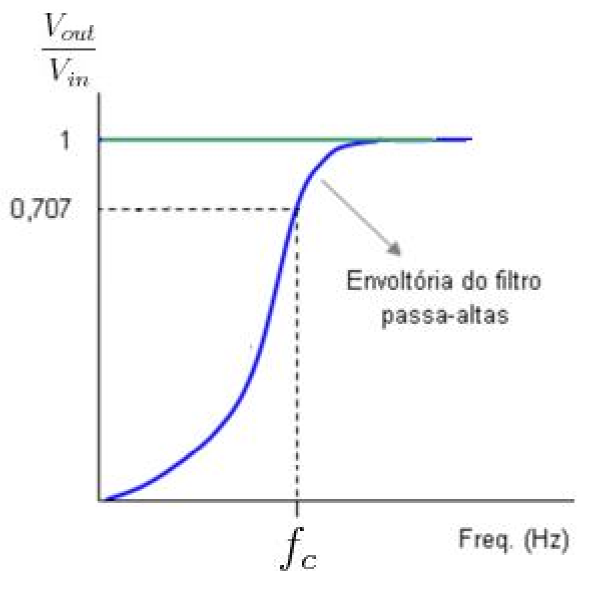
$$V_{in} = i_{rms} Z \qquad V_{out} = i_{rms} R$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_C}{R}\right)^2}}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi f RC}\right)^2}}$$

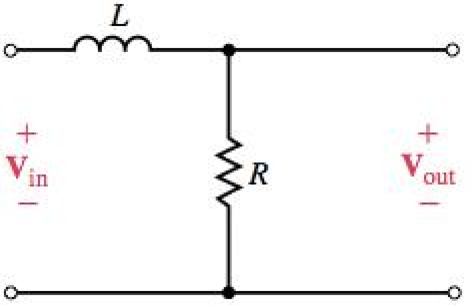
$$\tau = RC \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\boxed{\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}}$$



Filtros Indutivos

Filtro passa-baixa



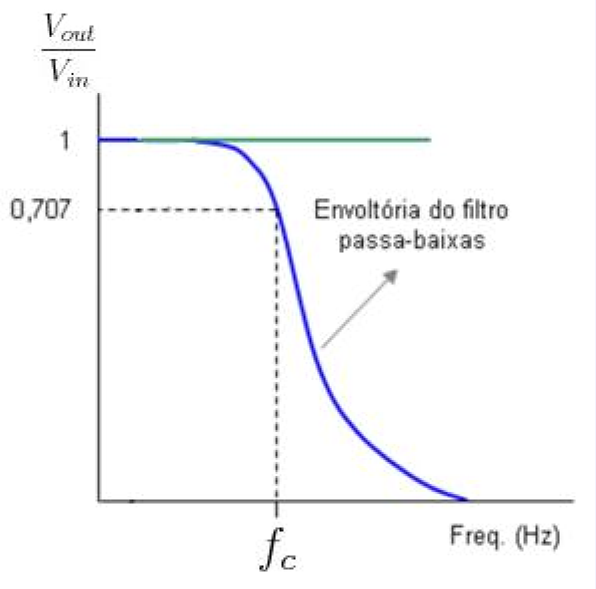
$$V_{in} = i_{rms} Z \qquad V_{out} = i_{rms} R$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_L}{R}\right)^2}}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi f L}{R}\right)^2}}$$

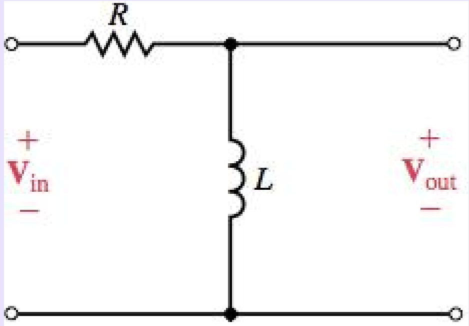
$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow f_c = \frac{R}{2\pi L}$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 + 1}}}$$



Filtros Indutivos

Filtro passa-alta



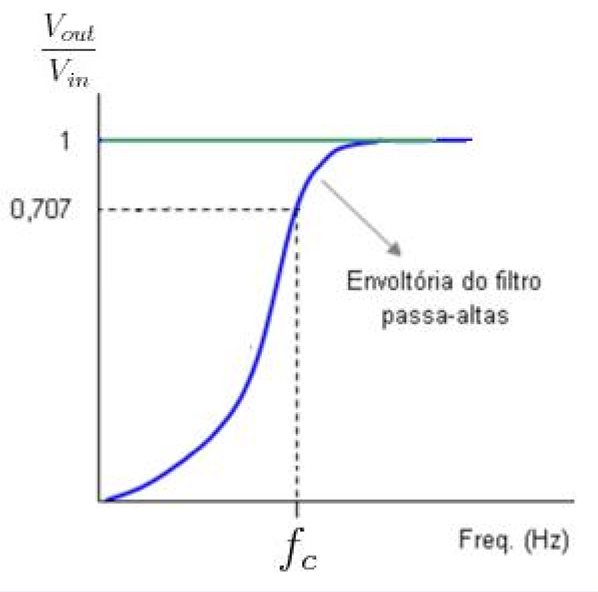
$$V_{in} = i_{rms} Z \qquad V_{out} = i_{rms} X_L$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{X_L}\right)^2 + 1}}$$

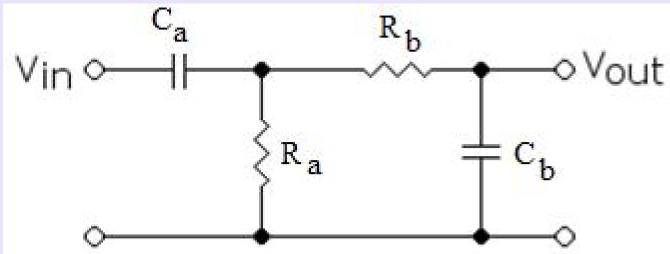
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{2\pi f L}\right)^2 + 1}}$$

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow f_c = \frac{R}{2\pi L}$$

$$\boxed{\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}}$$



Filtro passa-banda



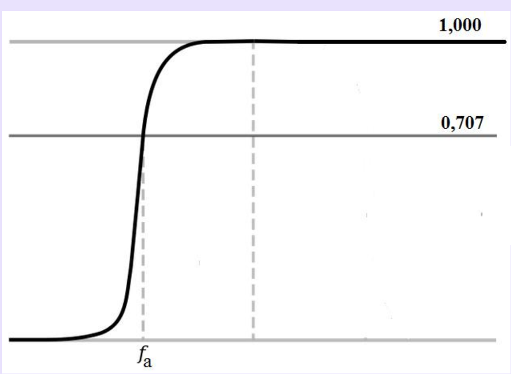
$$f_a = \frac{1}{2\pi R_a C_a}$$

$$f_b = \frac{1}{2\pi R_b C_b}$$

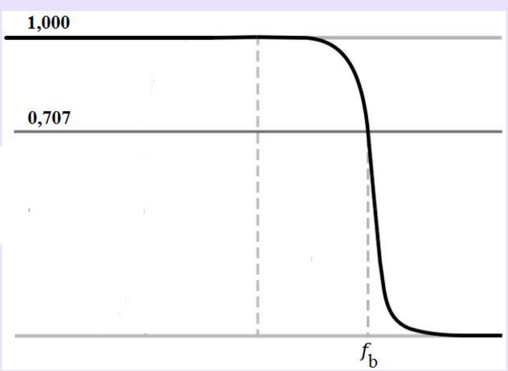
$$\frac{V_{out}^a}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_a}{f}\right)^2}}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}^a} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_b}\right)^2}}$$

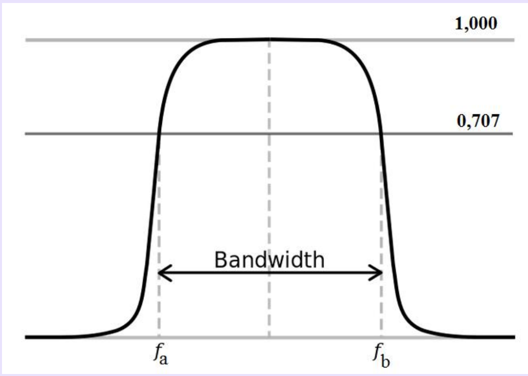
$$V_{in}^a = V_{out}^a \Rightarrow \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_a}{f}\right)^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_b}\right)^2}}$$



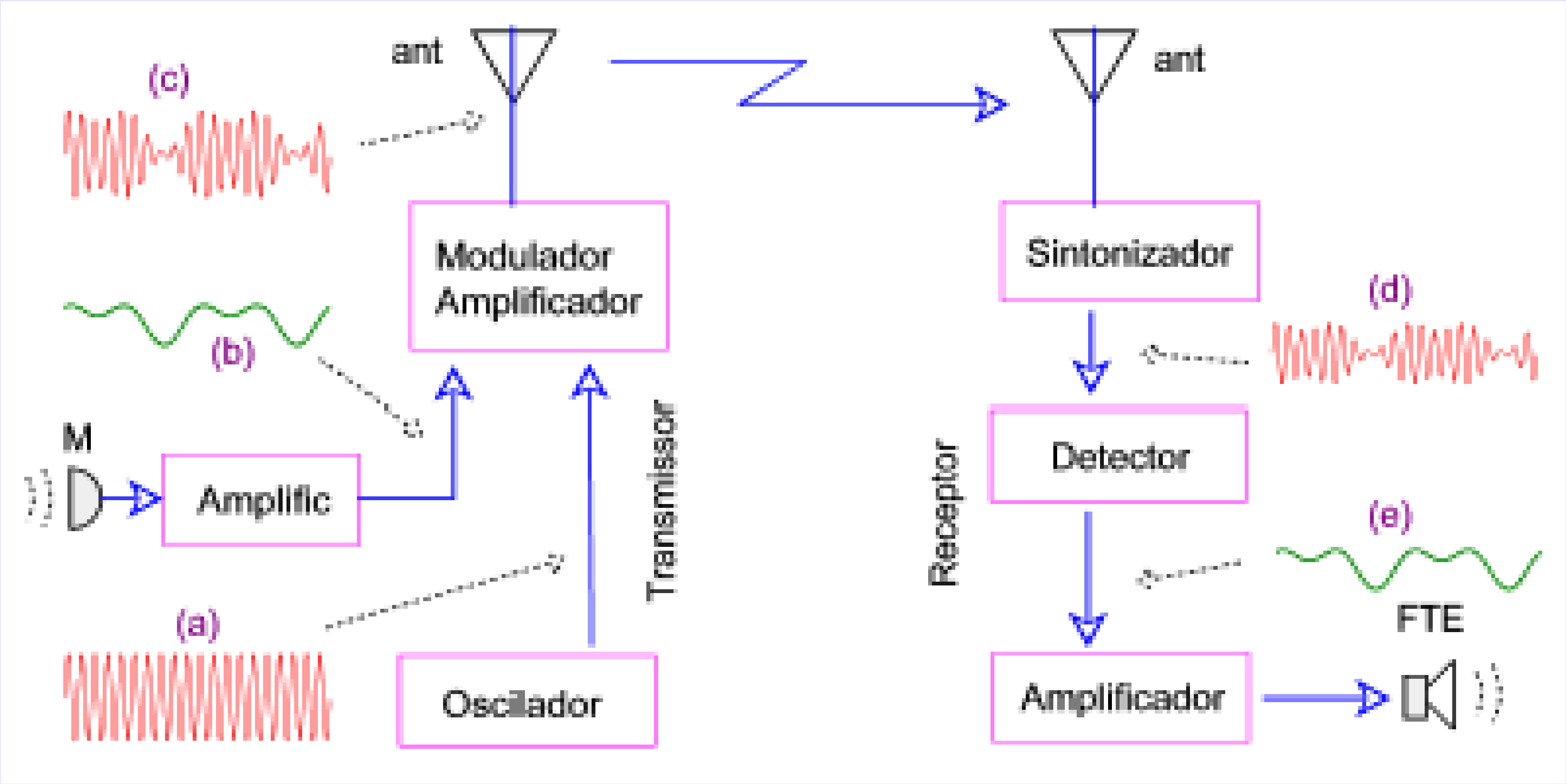
$\times$



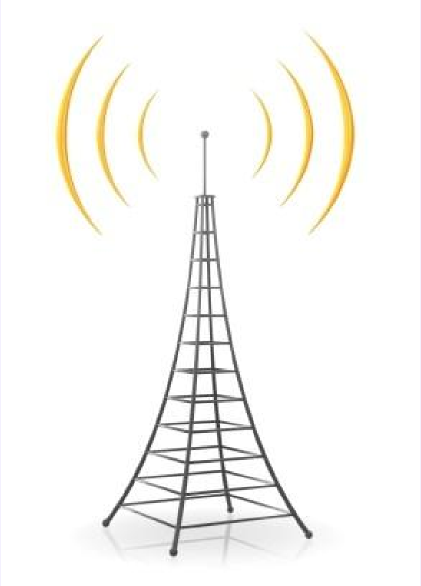
$=$

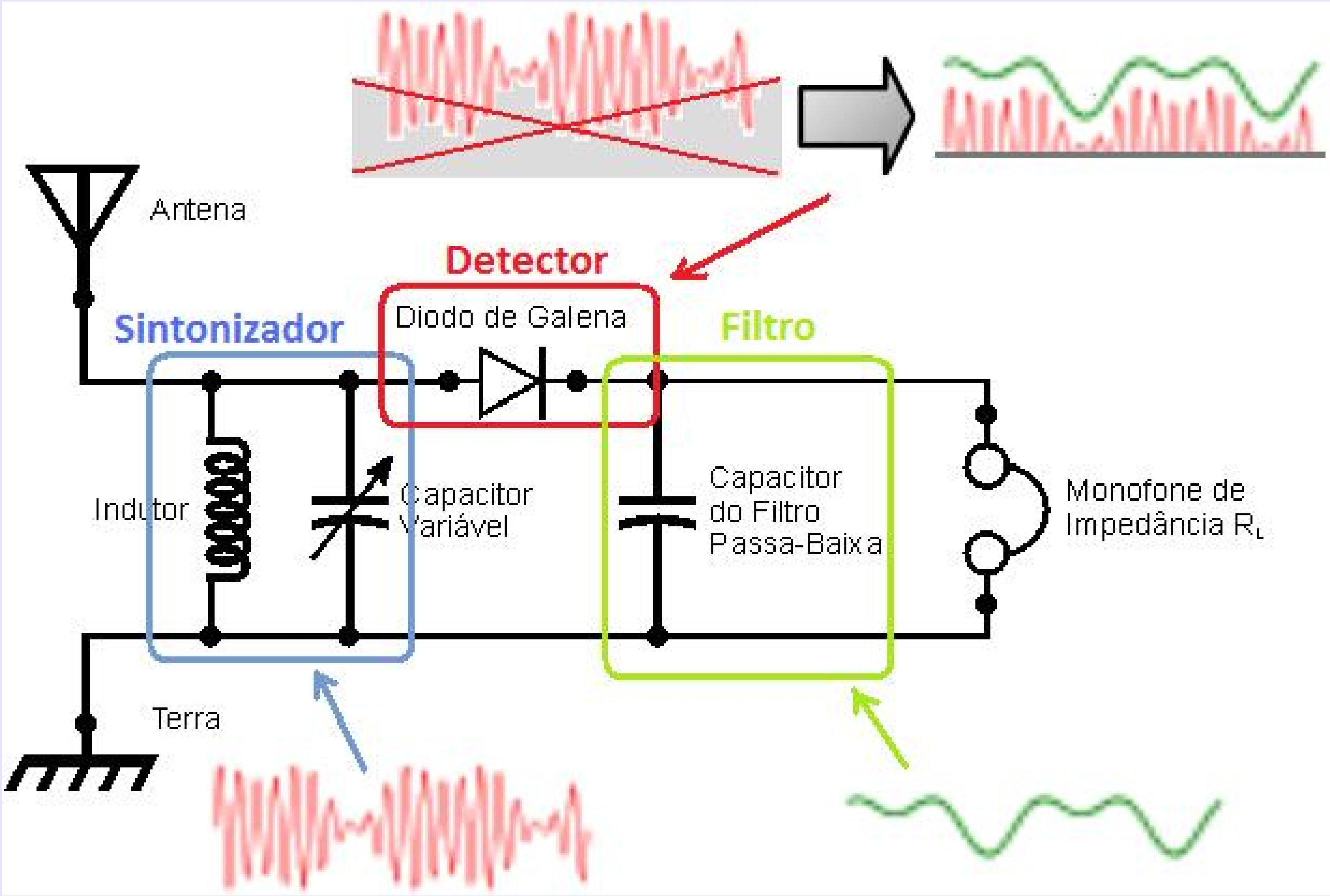


Aplicação (Rádio AM)



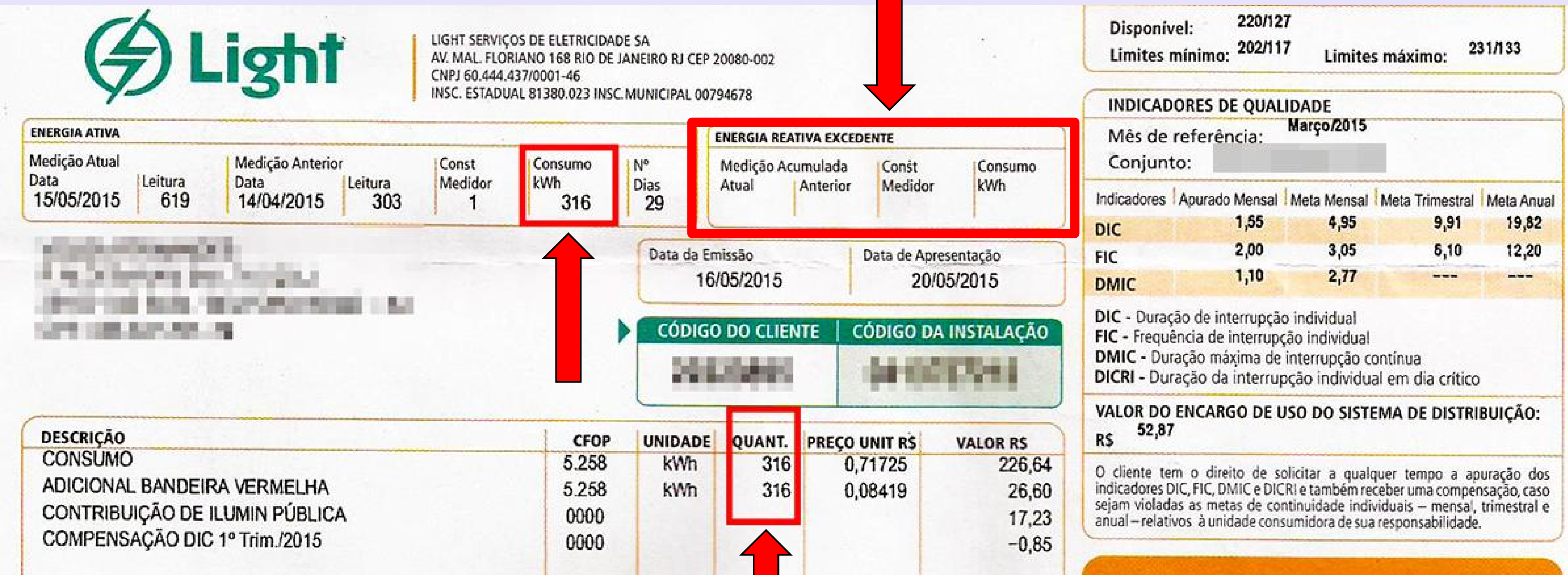
Rádio de galena





O que é Energia Reativa?

Em branco...



Light

LIGHT SERVIÇOS DE ELETRICIDADE SA
AV. MAL. FLORIANO 168 RIO DE JANEIRO RJ CEP 20080-002
CNPJ 60.444.437/0001-46
INSC. ESTADUAL 81380.023 INSC.MUNICIPAL 00794678

Disponível: 220/127
Limites mínimo: 202/117 Limites máximo: 231/133

ENERGIA ATIVA

Medição Atual Data	Leitura	Medição Anterior Data	Leitura	Const Medidor	Consumo kWh	Nº Dias
15/05/2015	619	14/04/2015	303	1	316	29

ENERGIA REATIVA EXCEDENTE

Medição Acumulada Atual	Anterior	Const Medidor	Consumo kWh

[redacted]

Data da Emissão	Data de Apresentação
16/05/2015	20/05/2015

CÓDIGO DO CLIENTE	CÓDIGO DA INSTALAÇÃO
[redacted]	[redacted]

INDICADORES DE QUALIDADE

Mês de referência: Março/2015
Conjunto: [redacted]

Indicadores	Apurado Mensal	Meta Mensal	Meta Trimestral	Meta Anual
DIC	1,55	4,95	9,91	19,82
FIC	2,00	3,05	6,10	12,20
DMIC	1,10	2,77	---	---

DIC - Duração de interrupção individual
FIC - Frequência de interrupção individual
DMIC - Duração máxima de interrupção contínua
DICRI - Duração da interrupção individual em dia crítico

VALOR DO ENCARGO DE USO DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO:
R$ 52,87

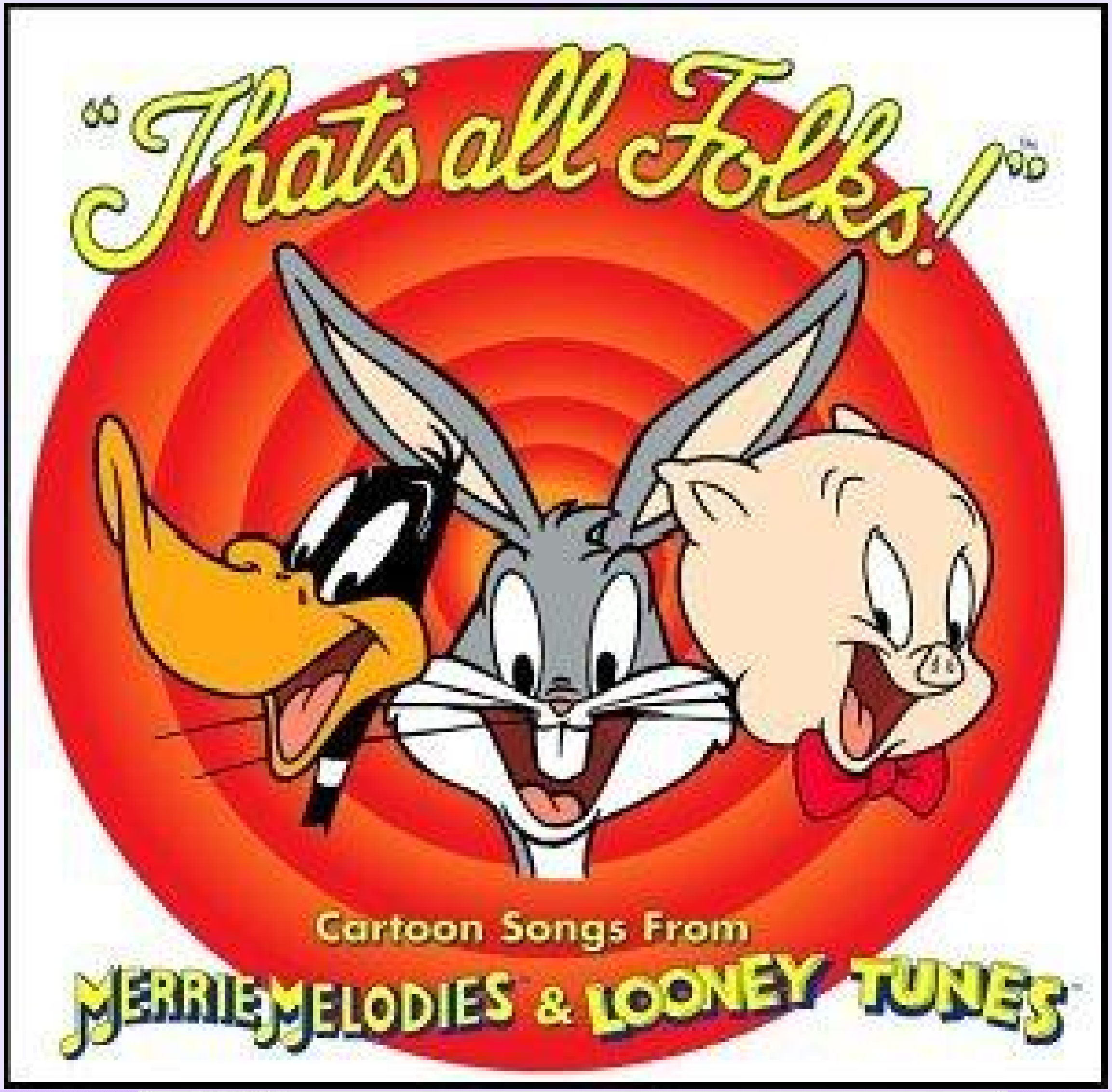
O cliente tem o direito de solicitar a qualquer tempo a apuração dos indicadores DIC, FIC, DMIC e DICRI e também receber uma compensação, caso sejam violadas as metas de continuidade individuais – mensal, trimestral e anual – relativos à unidade consumidora de sua responsabilidade.

DESCRIÇÃO	CFOP	UNIDADE	QUANT.	PREÇO UNIT R$	VALOR R$
CONSUMO	5.258	kWh	316	0,71725	226,64
ADICIONAL BANDEIRA VERMELHA	5.258	kWh	316	0,08419	26,60
CONTRIBUIÇÃO DE ILUMIN PÚBLICA	0000				17,23
COMPENSAÇÃO DIC 1º Trim./2015	0000				-0,85

kWh, unidade de potência ativa.

A energia que vc paga <u>hoje</u>.

FIM


"That's all Folks!"
Cartoon Songs From
MERRIE MELODIES & LOONEY TUNES