

Campo Magnético produzido por correntes elétricas



Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

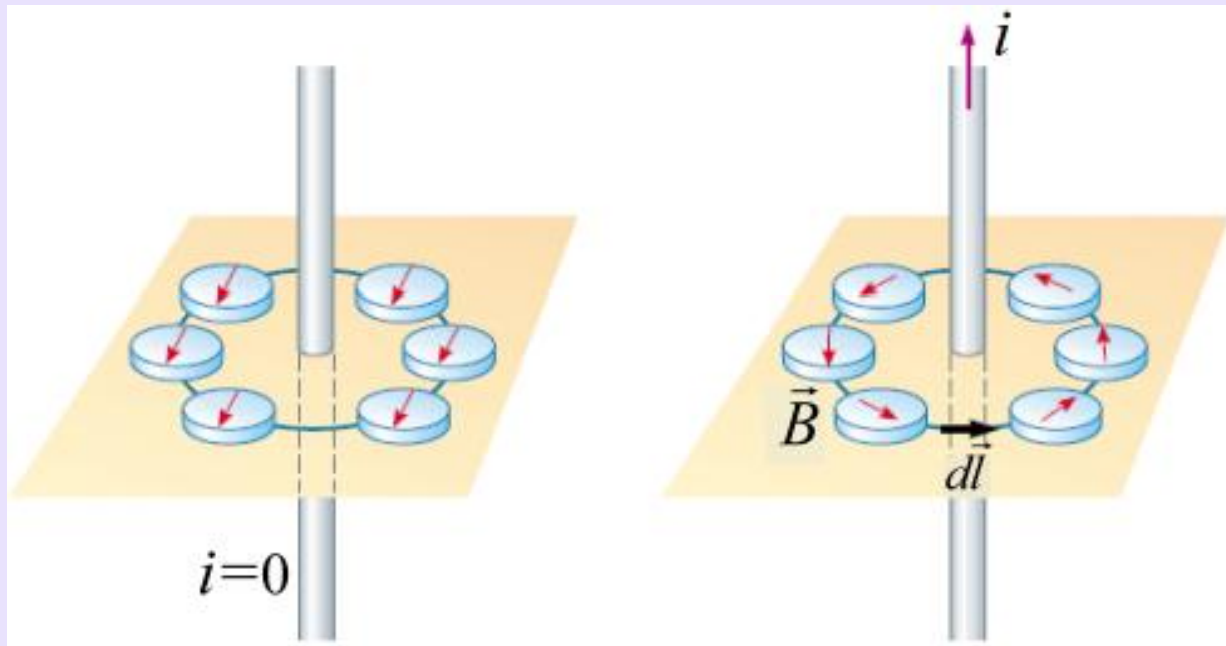
Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

<https://cursos.if.uff.br/lfisica2-0217/doku.php>

Experiência de Oersted

Foi no início do século XIX (1820), que o físico dinamarquês Hans Christian Oersted (1777-1851) descobriu, através de um experimento realizado na sala de aula, que um fio retilíneo conduzindo uma corrente elétrica gera ao seu redor um campo magnético.

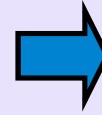


O experimento de Oersted possibilitou a unificação da eletricidade com o magnetismo, que passaram a constituir um novo ramo da física denominado eletromagnetismo.



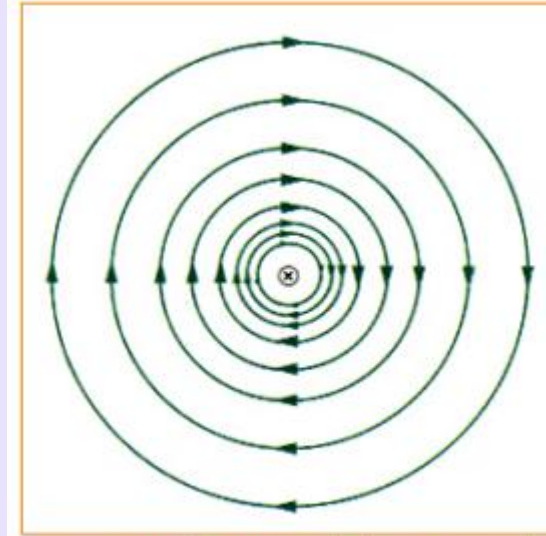
Lei de Ampère

As linhas de força magnética são fechadas

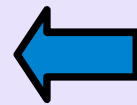


A circulação de $\vec{B} \neq 0$

matematicamente $\Rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$

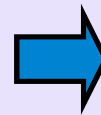


corrente "entrando" no papel



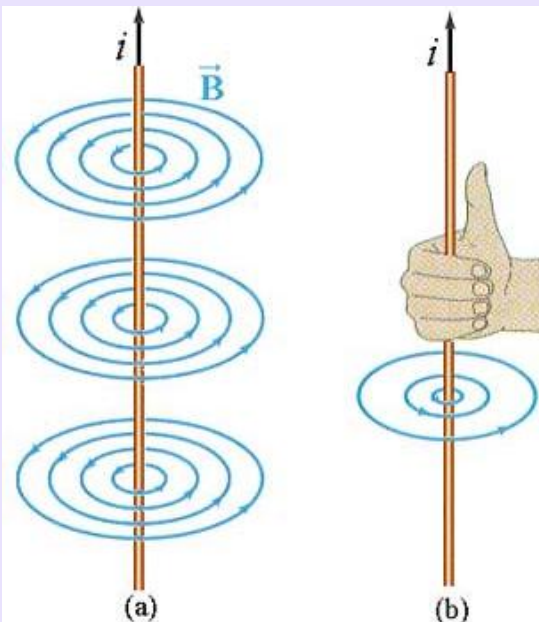
Sentido do campo magnético $\vec{B}$

dos resultados
experimentais



O valor da circulação é
proporcional a corrente i

$$\Rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = Ki$$



Lei de Ampère

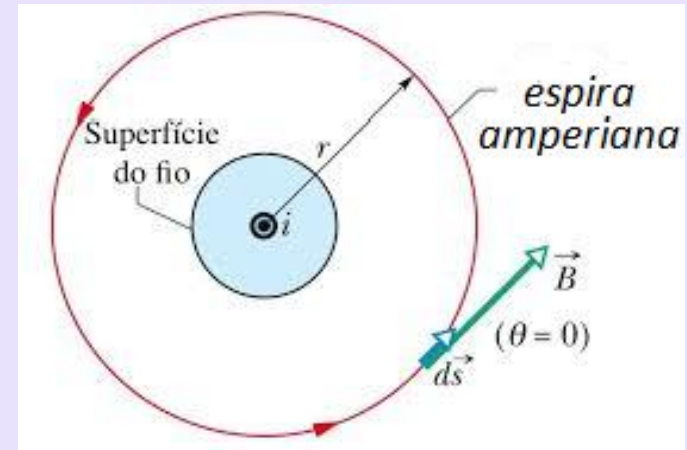
No SI $\Rightarrow K = \mu_0$ (permeabilidade magnética do vácuo)

Unidade de $\mu_0 \Rightarrow \mu_0 \Rightarrow \frac{N}{A^2} \left(\text{ou } \frac{T.m}{A} \right)$

$$\Rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$$



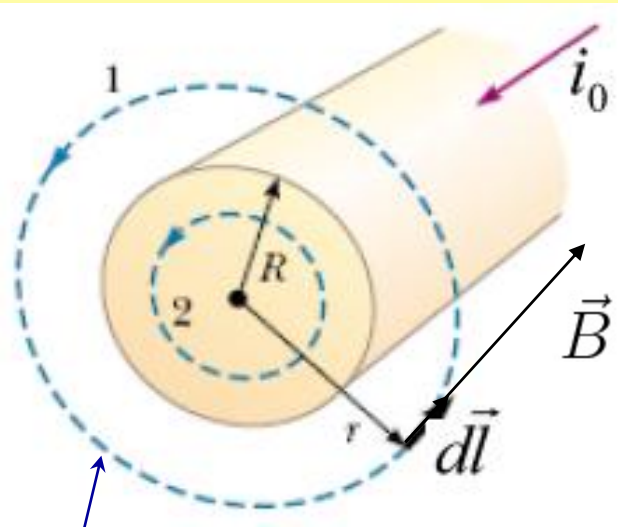
Lei de Ampère



$i_{int} \rightarrow$ Corrente interna a espira (curva) amperiana



Campo magnético gerado em pontos externos de um fio longo



Curva amperiana

Região 1

$$\Rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$$

$$i_{int} = i_0 \text{ e } \vec{B} // d\vec{l} \Rightarrow \oint_C B dl = \mu_0 i_0$$

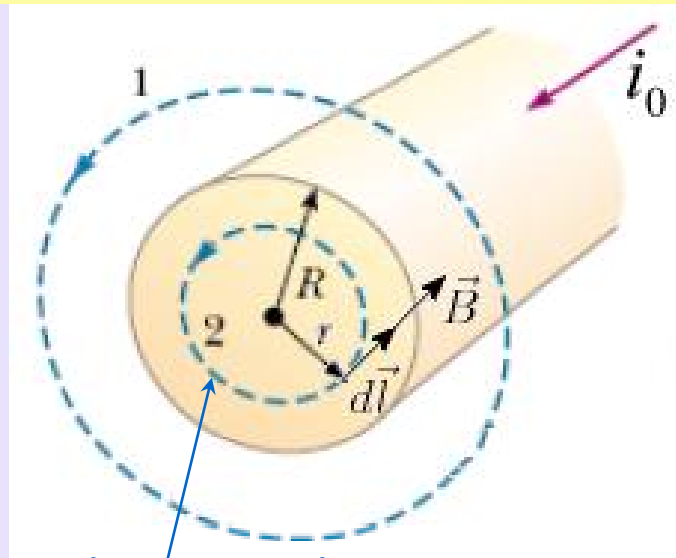
$$|\vec{B}| = C^{te} \text{ sobre a amperiana} \Rightarrow B \oint_C dl = \mu_0 i_0$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i_0$$

$$B = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi r}$$



Campo magnético gerado em pontos internos de um fio longo



espira amperiana

Região 2

$$\Rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$$

$$i_{int} = ?$$

$$j = \frac{i}{A} \Rightarrow i = jA$$

$$\text{área do fio} \Rightarrow \pi R^2 = A_{fio}$$

$$\text{área da amperiana} \Rightarrow \pi r^2 = A_{amp.}$$

$$\text{se } j \text{ é constante} \Rightarrow j = \frac{i_0}{A_{fio}} = \frac{i}{A_{amp.}}$$

$$\Rightarrow i = i_0 \frac{A_{amp.}}{A_{fio}} = i_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

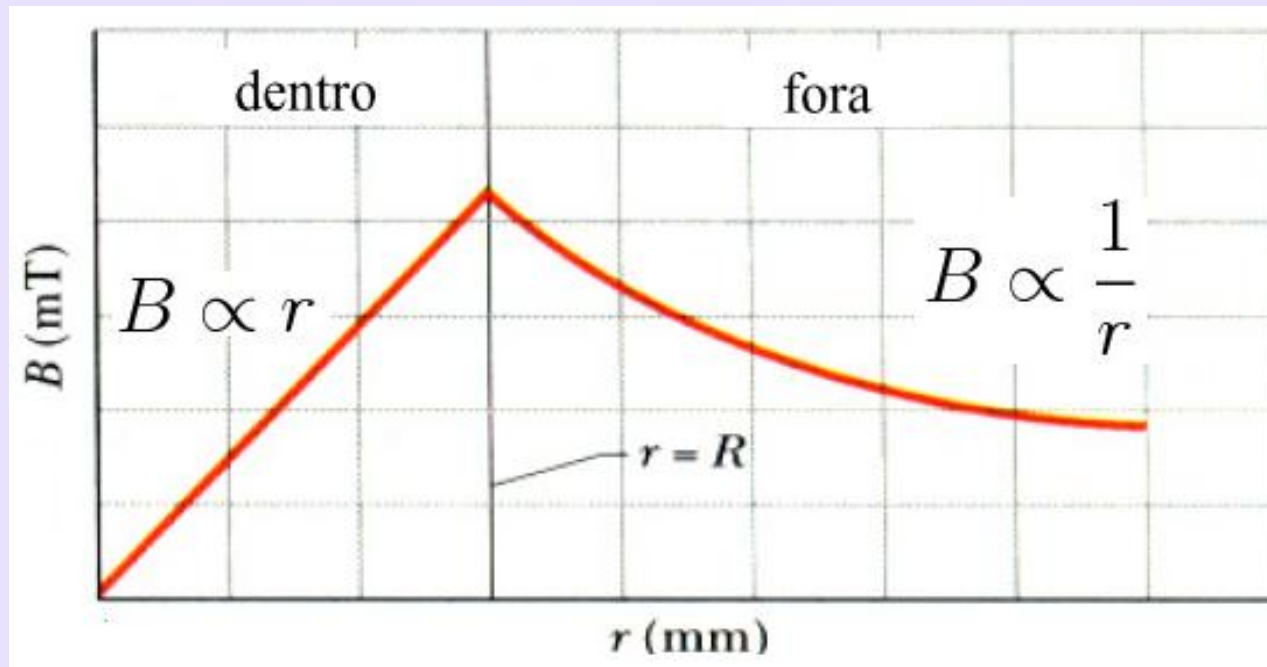
$$\Rightarrow i = i_0 \frac{r^2}{R^2}$$



Campo magnético gerado em pontos internos de um fio longo

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int} \quad \Rightarrow \quad B(2\pi r) = \mu_0 \left(i_0 \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 i_0 r}{2\pi R^2}$$

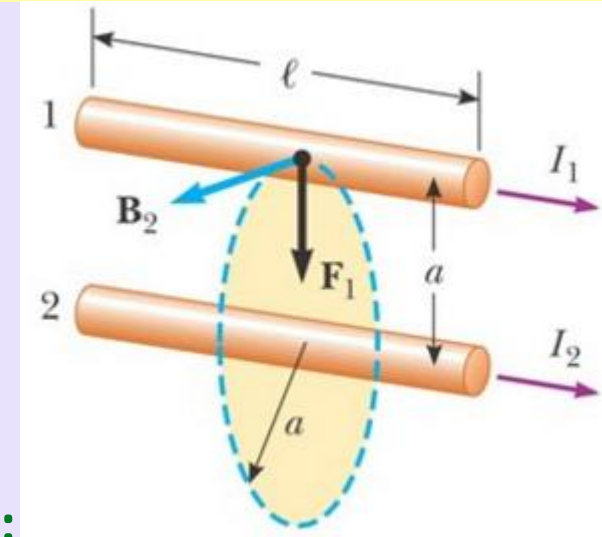


Interação entre dois condutores paralelos

Campo magnético gerado pelo fio 2 a distância a

$$\oint_C \vec{B}_2 \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_2 \quad \Rightarrow \quad |\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi a}$$

$\Rightarrow$ O fio 1 encontra-se imerso no campo magnético gerado pelo fio 2



Força magnética exercida sobre o pedaço l do fio 1:

$$\vec{F}_1 = i_1 \vec{l}_1 \times \vec{B}_2, \text{ como } \vec{l}_1 \perp \vec{B}_2 \Rightarrow |\vec{F}_1| = i_1 |\vec{l}_1| |\vec{B}_2|$$

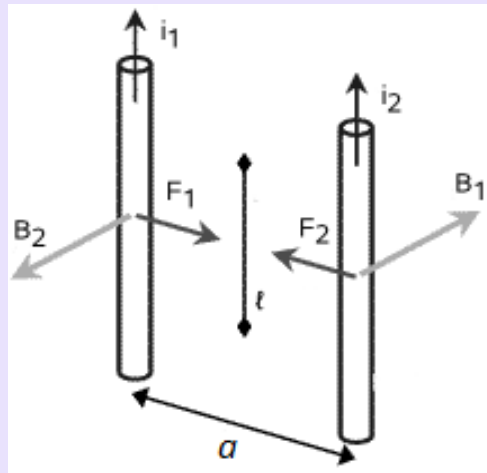
$$\Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{\mu_0 l_1 i_1 i_2}{2\pi a} \Rightarrow \text{Força sobre o pedaço de fio } l$$

$$\frac{|\vec{F}_1|}{l_1} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi a} \Rightarrow \text{Força por unidade de comprimento do fio}$$

- A força $\vec{F}_1$ está contida no plano formado pelos dois fios e aponta na direção do fio 2.

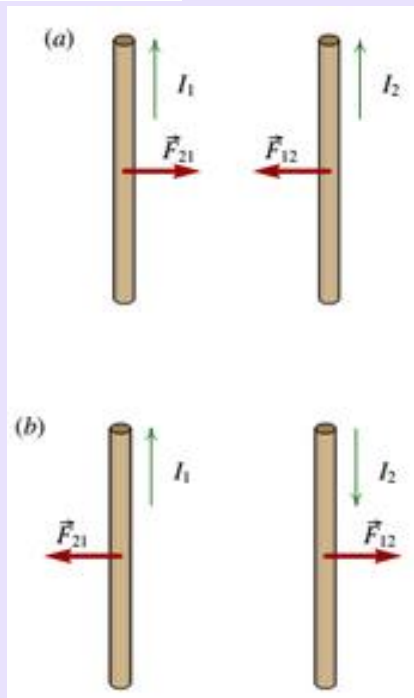


Interação entre dois condutores paralelos

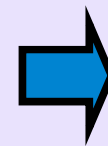


Analogamente : $|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi a} \Rightarrow |\vec{F}_2| = \frac{\mu_0 l_2 i_1 i_2}{2\pi a}$

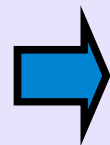
- A força $\vec{F}_2$ está contida no plano formado pelos dois fios e aponta na direção do fio 1.



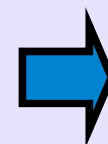
Correntes no
mesmo sentido



Fios se atraem



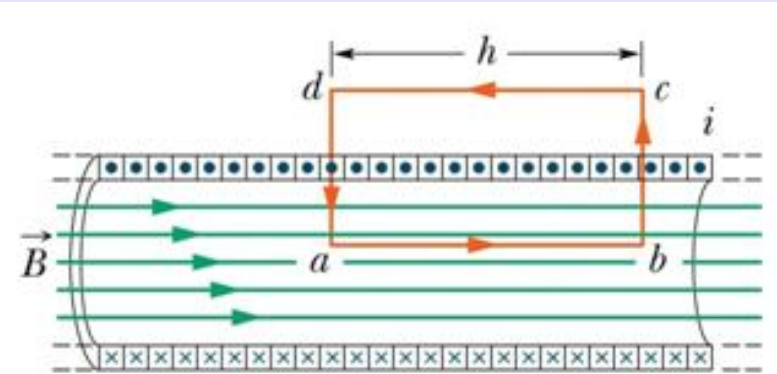
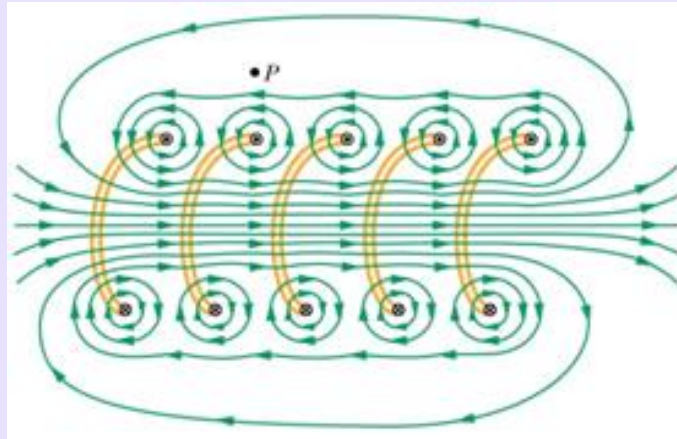
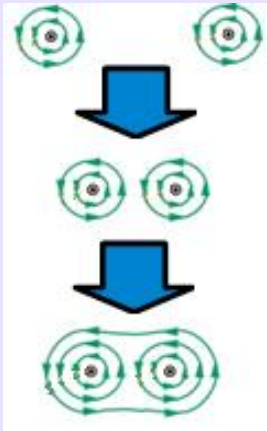
Correntes no
sentido oposto



Fios se repelem



Campo magnético de um solenoide



Aplicando-se a lei de Ampère à curva amperiana abcd:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \underbrace{\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\vec{B} \parallel d\vec{l} \Rightarrow Bh} + \underbrace{\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\vec{B} \perp d\vec{l} \Rightarrow 0} + \underbrace{\int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\vec{B} \approx 0 \Rightarrow 0} + \underbrace{\int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\vec{B} \perp d\vec{l} \Rightarrow 0}$$

A corrente total que atravessa a área limitada pelo percurso de integração é: $i_{int} = i_0(nh)$

nº de espiras por unidade de comprimento

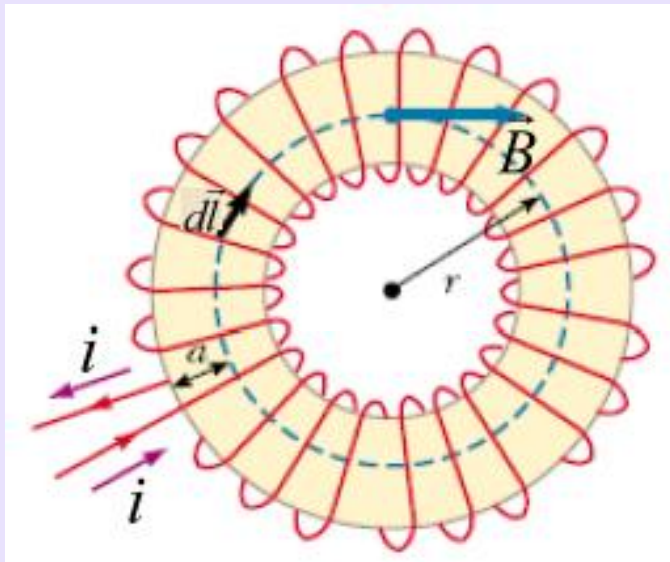
$$\Rightarrow Bh = \mu_0 i_0 nh$$

$$B = \mu_0 i_0 n \text{ (solenóide)}$$



Campo magnético de um toroide

A figura mostra o enrolamento de um toroide de N voltas, transportando uma corrente i . O campo $\vec{B}$ é diferente de zero apenas no interior do toroide. Sua intensidade varia com r .



Aplicando-se a lei de Ampère na curva amperiana tracejada em azul, tem-se:

$$\Rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(2\pi r) \text{ e } i_{int} = Ni_0$$

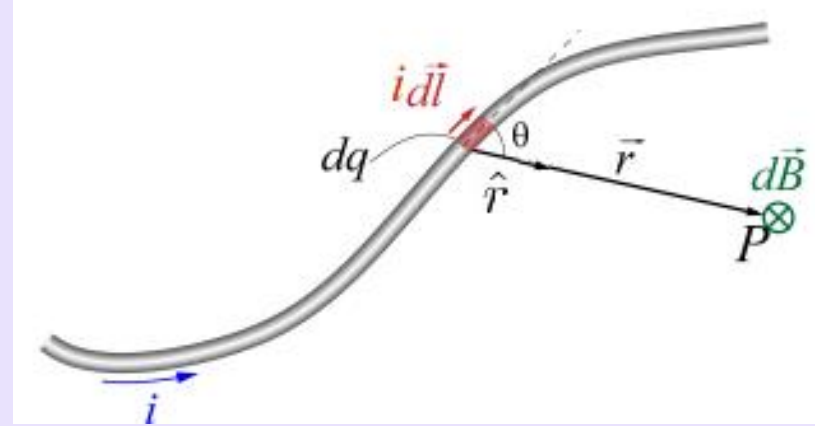
$$B = \frac{N\mu_0 i_0}{2\pi r} \text{ (toroide)}$$

Note que como $\frac{N}{2\pi r}$ esta expressão é parecida à do campo magnético de um “solenóide enrolado”.



Lei de Biot - Savart

Resultados experimentais com correntes elétricas atravessando fios e gerando campo magnético:



1) O vetor $d\vec{B}$ é perpendicular a $d\vec{l}$ (que está na direção da corrente) e o vetor unitário $\hat{r}$, dirigido do elemento do condutor até o ponto P .

$$\Rightarrow d\vec{B} \perp d\vec{l} \text{ e } d\vec{B} \perp \hat{r}$$

2) O módulo de $d\vec{B}$ é inversamente proporcional a r^2 onde r é a distância entre o elemento condutor e o ponto P .

$$\Rightarrow |d\vec{B}| \propto \frac{1}{r^2}$$

3) O módulo de $d\vec{B}$ é proporcional à corrente e ao comprimento dl do elemento condutor.

$$\Rightarrow |d\vec{B}| \propto i dl$$



Lei de Biot - Savart

4) O módulo de $d\vec{B}$ é proporcional ao $\text{sen}\theta$, onde é o ângulo θ entre os vetores $d\vec{l}$ e $\hat{r}$.

$$\Rightarrow |d\vec{B}| \propto \text{sen}\theta$$

de 2,3 e 4 $\Rightarrow |d\vec{B}| = K \frac{i|d\vec{l}|\text{sen}\theta}{r^2}$

de 1 $\Rightarrow d\vec{B} = K \frac{id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$

$K \rightarrow$ Constante de proporcionalidade



no SI $\Rightarrow K = \frac{\mu_0}{4\pi}$



Lei de Biot-Savart

Logo:

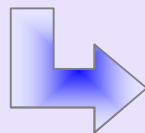
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Fazendo $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ onde $\vec{r} = |\vec{r}| \hat{r}$



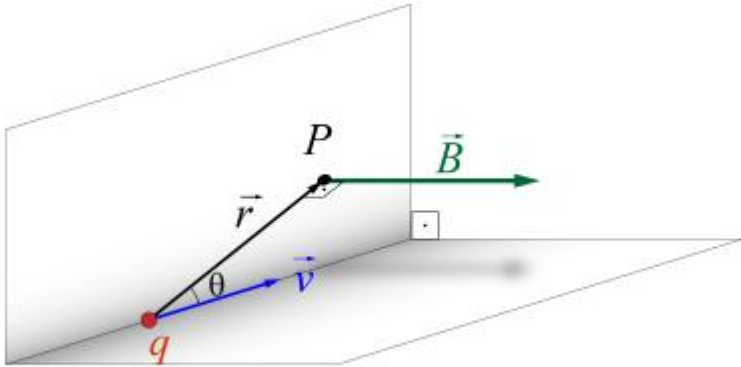
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$



Lei de Biot-Sarvat



Campo de uma carga em movimento



Campo magnético gerado por uma corrente i :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Sabendo que:

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow id\vec{l} = dq \frac{d\vec{l}}{dt} \xrightarrow{dq=q} q\vec{v}$$

Substituindo na equação para a corrente temos:

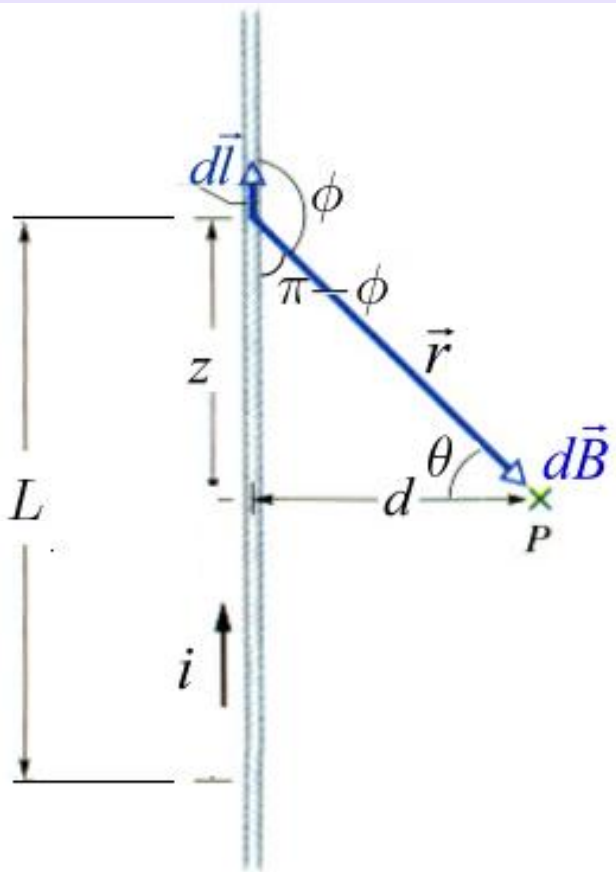
$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$



Campo gerado por uma única carga elétrica em movimento



Campo magnético de um pedaço de fio com corrente i



Lei de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad dl \rightarrow dz$$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dz \sin\phi}{r^2}$$

$$r = \sqrt{z^2 + d^2}$$

$$(\pi - \phi) + \frac{\pi}{2} + \theta = \pi \Rightarrow \phi = \theta + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \sin\phi = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta = \frac{d}{\sqrt{z^2 + d^2}}$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dz \cos\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d}{(z^2 + d^2)^{3/2}} dz$$



Campo magnético de um pedaço de fio com corrente i

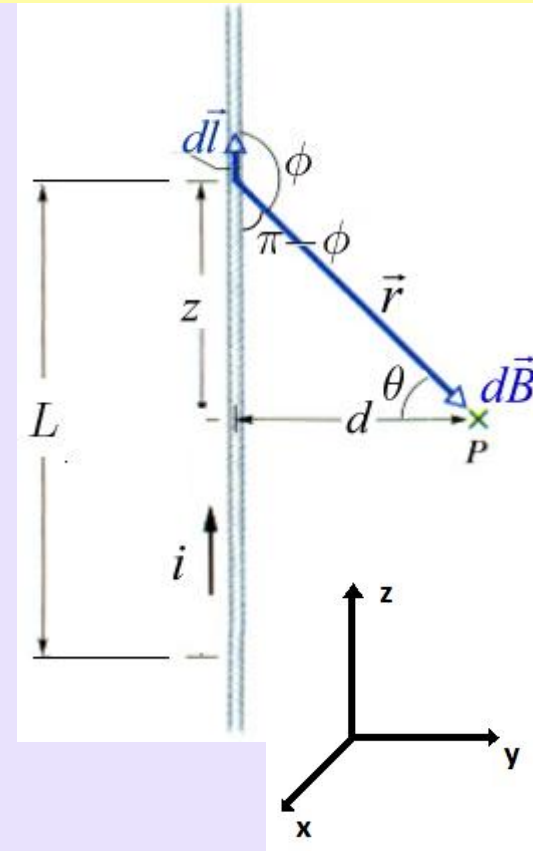
$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} d \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz}{(z^2 + d^2)^{3/2}}$$

$$\text{tabela} \Rightarrow \int \frac{du}{(u^2 \pm a^2)^{3/2}} = \frac{\pm u}{a^2(u^2 \pm a^2)^{1/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi d} \left[\frac{z}{(z^2 + d^2)^{1/2}} \right]_{z=-L/2}^{z=L/2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi d} \left(\frac{L/2}{(L^2/4 + d^2)^{1/2}} - \frac{-L/2}{(L^2/4 + d^2)^{1/2}} \right)$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \underbrace{\frac{\mu_0 i}{4\pi d} \frac{L}{(L^2/4 + d^2)^{1/2}}}_{\text{módulo}} \hat{x} \quad \begin{array}{l} \swarrow \text{sentido} \quad \searrow \text{direção} \end{array}$$



Campo magnético de um pedaço de fio longo com corrente i

$$\Rightarrow \vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi d} \frac{L}{(L^2/4 + d^2)^{1/2}} \hat{x}$$

Fazendo $L \gg d \Rightarrow$ fio muito longo

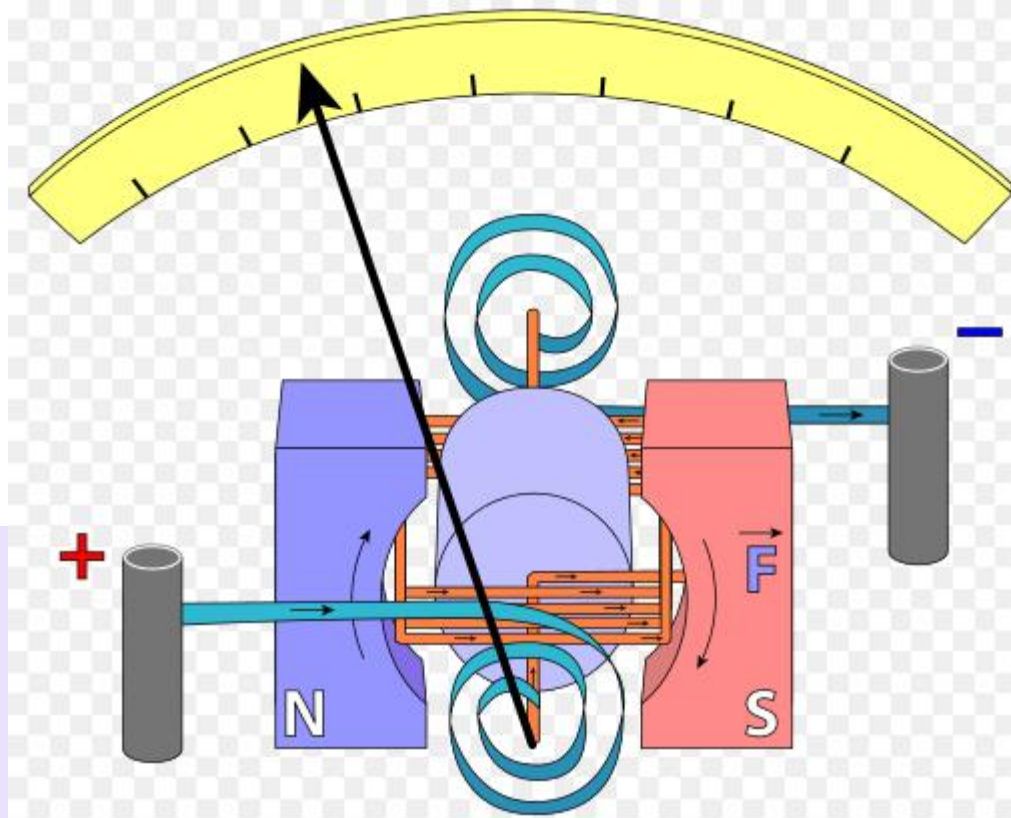
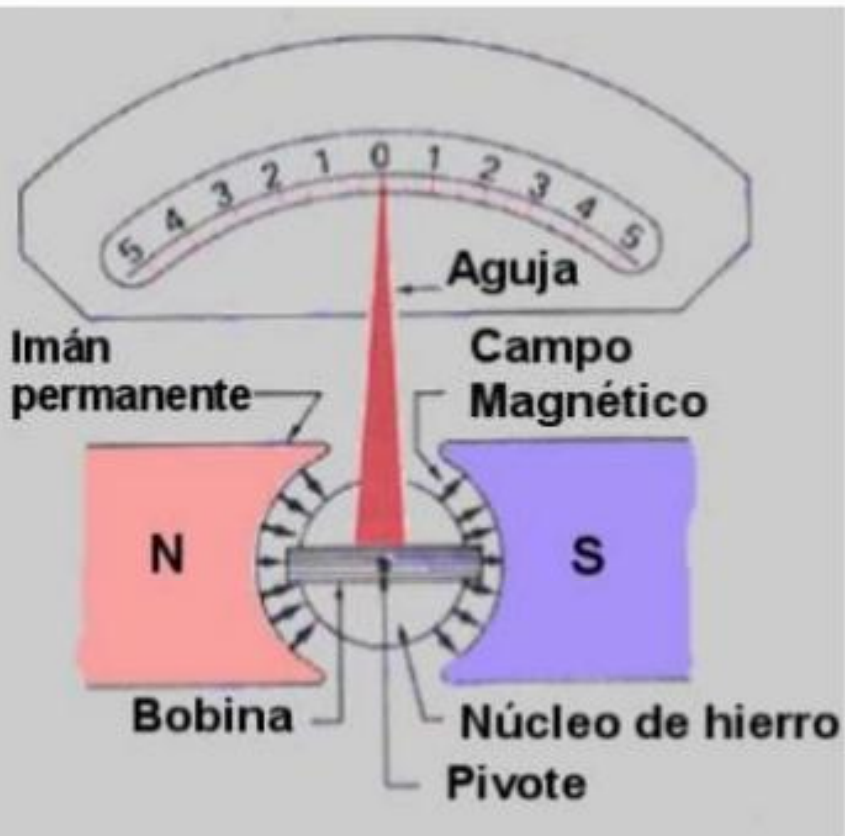
$$\Rightarrow \left(\frac{L^2}{4} + d^2 \right)^{1/2} \approx \sqrt{\frac{L^2}{4}} = \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi d} \hat{x}$$

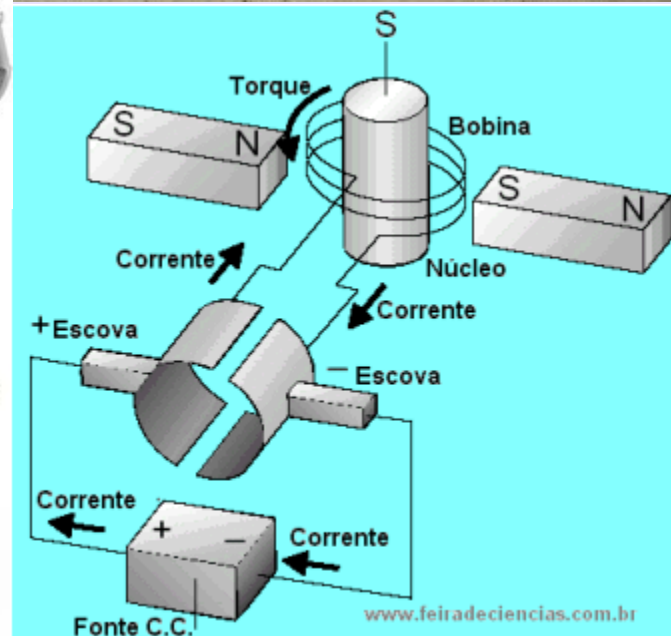
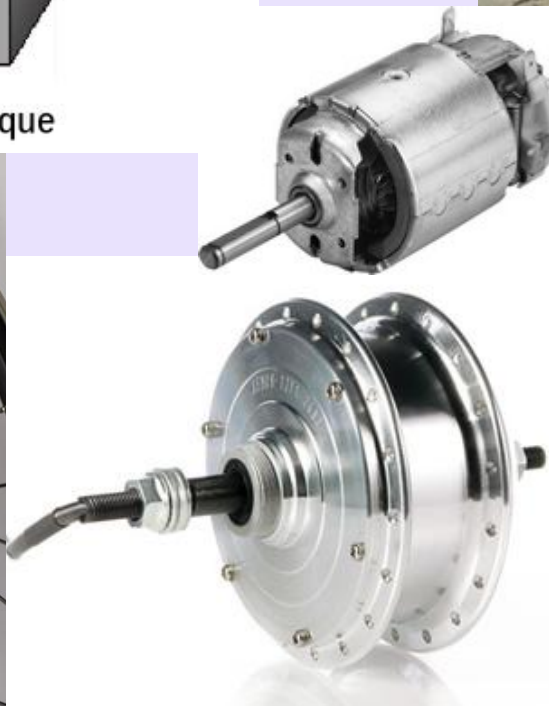
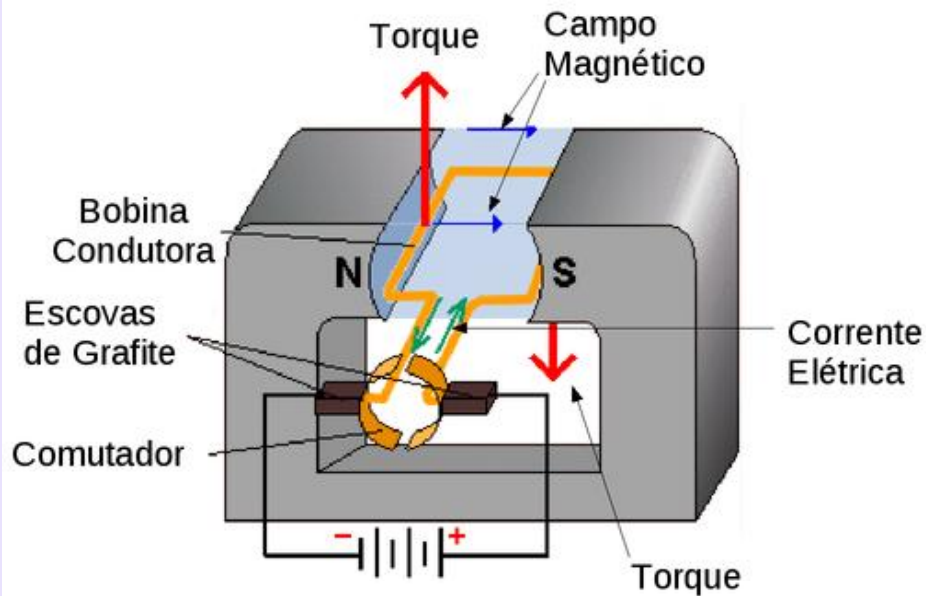
➡ Lei de Ampère



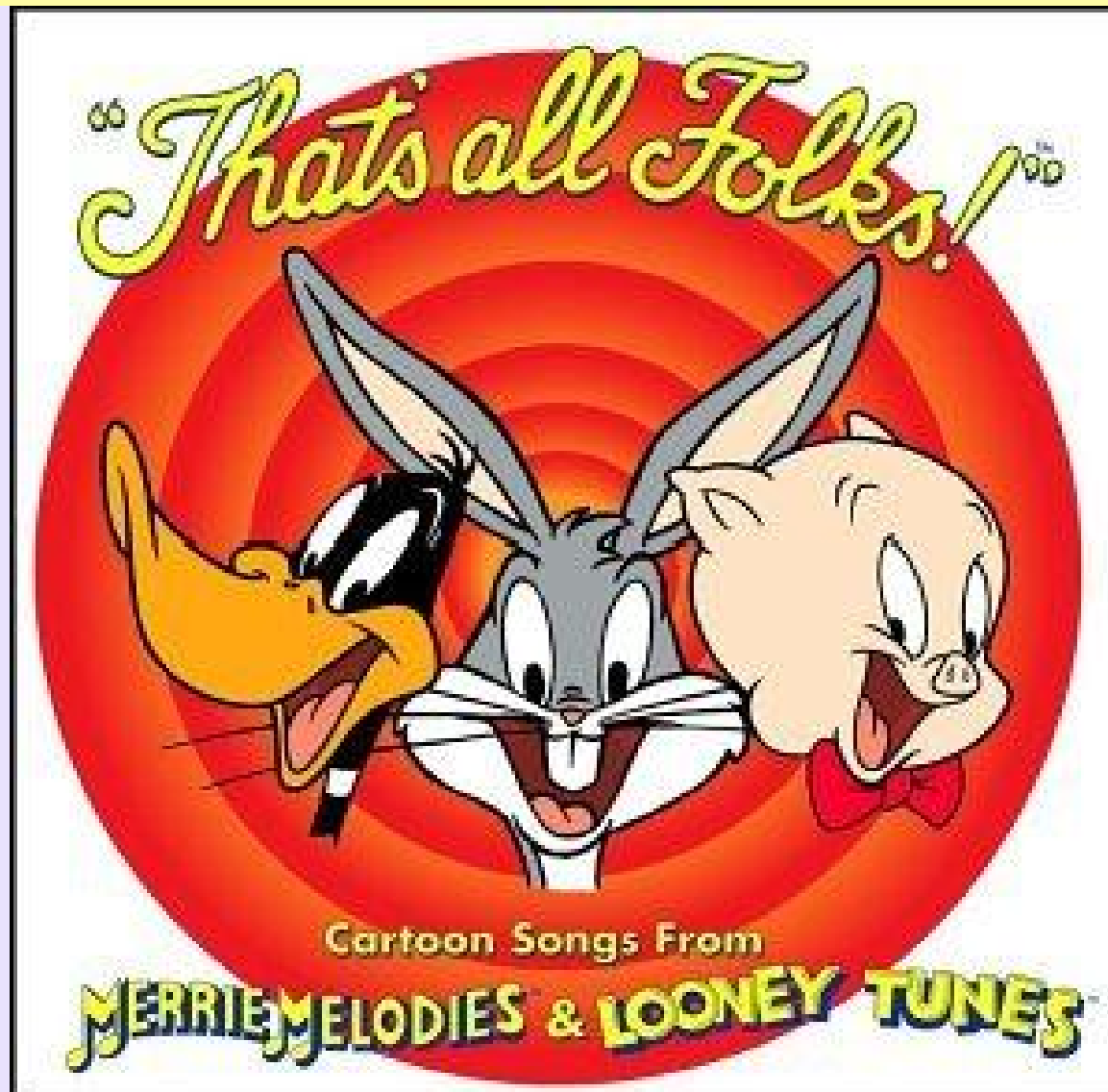
Galvanômetro



Motor elétrico de corrente contínua



FIM



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense