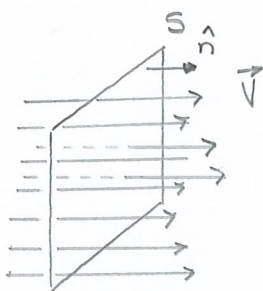


CAP 3: LEI DE GAUSS

1) FLUXO ELÉTRICO:

NESTE CAPÍTULO, DISCUTIREMOS UMA FORMA ALTERNATIVA DE CALCULAR O CAMPO ELÉTRICO PRODUZIDO POR UMA DISTRIBUIÇÃO DE CARGAS. ALÉM DE SER UM MÉTODO DIFERENTE DA APLICAÇÃO DA LEI DE COULOMB, A LEI DE GAUSS - TEMA DESTES CAPÍTULOS - NOS OFERECE UMA VISÃO BASTANTE DISTINTA PARA O CAMPO ELÉTRICO, TANTO NAS FERRAMENTAS MATEMÁTICAS UTILIZADAS, QUANTO EM ASPECTOS QUALITATIVOS. ENTRETANTO, PARA UM SISTEMA DE CARGAS EM REPOUSO, AS LEIS DE COULOMB E DE GAUSS SÃO COMPLETAMENTE EQUIVALENTES E, PORTANTO, UTILIZAR UM MÉTODO EM VEZ DE OUTRO PARA O CÁLCULO DE UM CAMPO ELÉTRICO RESULTANTE, É UMA QUESTÃO DE CONVENIÊNCIA A DEPENDER DO PROBLEMA.

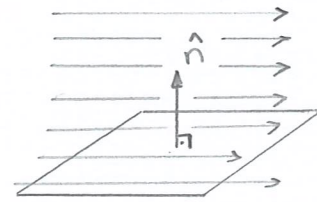
PARA A DISCUSSÃO DA LEI DE GAUSS, PRECISAMOS DE UM CONCEITO MATEMÁTICO CHAMADO DE FLUXO (ELÉTRICO). DE MANEIRA GERAL, PODEMOS CALCULAR O FLUXO DE UM CAMPO VETORIAL QUALQUER \vec{V} ATRAVÉS DE UMA SUPERFÍCIE. POR SIMPLICIDADE, VAMOS ASSUMIR QUE ESTE CAMPO É UNIFORME E QUE A SUPERFÍCIE É UM PEQUENO RETÂNGULO:



$$\Phi_V = |\vec{V}| A$$

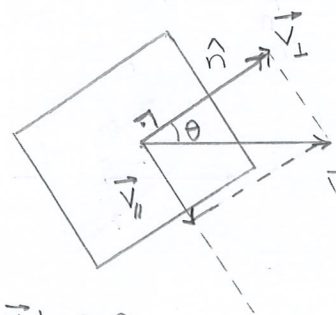
SENDO A A ÁREA DE S E \hat{n} UM VETOR NORMAL À S QUE, NESTE CASO É PARALELO À \vec{V} , DEFINIMOS O FLUXO DE \vec{V} ATRAVÉS DE S POR

NO CASO EM QUE \hat{n} É PERPENDICULAR À \vec{V} , O FLUXO É NULO, I.E., NÃO HÁ VETORES \vec{V} QUE ATRAVESSAM A SUPERFÍCIE, I.E.,



$$\Phi_V = 0$$

JÁ NA CONFIGURAÇÃO EM QUE \hat{n} E \vec{V} FORMAM UM ÂNGULO θ , PODEMOS DECOMPOR \vec{V} EM COMPONENTES PARALELAS E COMPONENTES TRANSVERSAIS À SUPERFÍCIE, I.E.,



$$|\vec{V}_\perp| = |\vec{V}| \cos\theta$$

O FLUXO DE \vec{V} ATRAVÉS DE S É DADO POR

$$\Phi_V = |\vec{V}_\perp| A = |\vec{V}| A \cos\theta$$

SE DEFINIRMOS UM "VETOR ÁREA" TAL QUE

$$\vec{A} = A \hat{n}$$

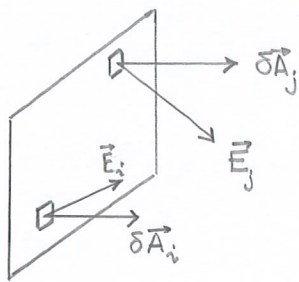
PODEMOS EXPRESSAR O FLUXO DE \vec{V} ATRAVÉS DE S , PELO PRODUTO ESCALAR DE \vec{V} COM \vec{A} , OU SEJA,

$$\Phi = \vec{V} \cdot \vec{A} = |\vec{V}| |\vec{A}| \cos\theta$$

EM PARTICULAR, O FLUXO ELÉTRICO DE UM CAMPO UNIFORME ATRAVÉS DE UMA SUPERFÍCIE PLANA S É :

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

ENTRETANTO, EM MUITAS SITUAÇÕES FÍSICAS, ESTAMOS INTERESSADOS EM CAMPOS ELÉTRICOS NÃO-UNIFORMES. ISTO SIGNIFICA QUE O VETOR CAMPO ELÉTRICO VARIA DE PONTO A PONTO NO ESPAÇO. NESTE CASO, PODEMOS DEFINIR O FLUXO ATRAVÉS DE UMA SUPERFÍCIE PLANA, TOMANDO PEQUENOS ELEMENTOS DE ÁREA DA SUPERFÍCIE DE MODO QUE O CAMPO ELÉTRICO É PRATICAMENTE CONSTANTE NESSAS PEQUENAS REGIÕES. ASSIM, PODEMOS CALCULAR O FLUXO ASSOCIADO A CADA PEQUENO PEÇA DE ÁREA E EFETUAR A SOMA DOS FLUXOS SOBRE TODA A SUPERFÍCIE,



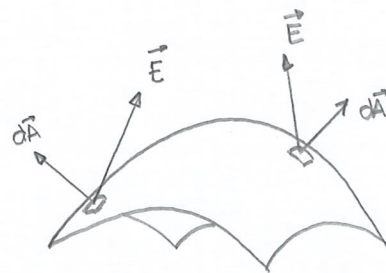
$$\delta\Phi_i = \vec{E}_i \cdot \delta\vec{A}_i \quad ; \quad \delta\Phi_j = \vec{E}_j \cdot \delta\vec{A}_j$$

$$\Phi = \sum_i \vec{E}_i \cdot \delta\vec{A}_i$$

NO LIMITE EM QUE $\delta\vec{A} \rightarrow d\vec{A}$ (ELEMENTO INFINITESIMAL DE ÁREA), O SOMATÓRIO SE TRANSFORMA EM UMA INTEGRAL E O FLUXO É IGUAL A

$$\Phi = \int_{\text{SUPERFÍCIE}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

NA ANÁLISE ANTERIOR, NOS RESTRINGIMOS A UMA SUPERFÍCIE PLANA. ENTRETANTO, SEGUINDO OS MESMOS PASSOS, PODEMOS DEFINIR O FLUXO ELÉTRICO ATRAVÉS DE UMA SUPERFÍCIE GENÉRICA. NESTE CASO, OS VETORES $d\vec{A}$ TERÃO ORIENTAÇÕES DIFERENTES AO LONGO DA SUPERFÍCIE :



SOMANDO TODOS OS FLUXOS DE CADA ELEMENTO DE SUPERFÍCIE RESULTA EM

$$\Phi = \int_{\text{SUPERFÍCIE}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

EXEMPLOS :

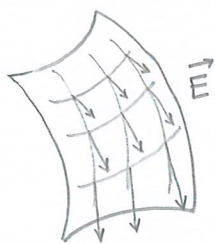
- 1) PODEMOS REOBTER A EXPRESSÃO DO FLUXO ELÉTRICO DE UM CAMPO UNIFORME ATRAVÉS DE UMA SUPERFÍCIE PLANA DA SEGUINTE MANEIRA :

$$\Phi = \int_{\text{SUPERFÍCIE}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{SUPERFÍCIE}} |\vec{E}| \cos\theta \, dA$$

COMO O CAMPO É UNIFORME E A SUPERFÍCIE É PLANA, $|\vec{E}|$ E $\cos\theta$ SÃO CONSTANTES,

$$\Phi = |\vec{E}| \cos\theta \int_{\text{SUPERFÍCIE}} dA = |\vec{E}| A \cos\theta$$

2) CONSIDEREMOS UMA SUPERFÍCIE E UM CAMPO ELÉTRICO TAL QUE PARA TODO PONTO DA SUPERFÍCIE, O CAMPO É TANGENTE À ELA:



NESTE CASO,

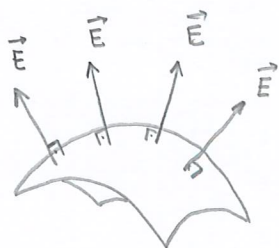
$$\Phi = \int_{\text{SUPERFÍCIE}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$\vec{E} \cdot d\vec{A} = \vec{E} \cdot \hat{n} dA = 0$
POR HIPÓTESE. (PARA QUALQUER ELEMENTO DE ÁREA DA SUPERFÍCIE).

PORTANTO,

$$\Phi = 0.$$

3) SEJA UM CAMPO ELÉTRICO \vec{E} NORMAL À UMA DADA SUPERFÍCIE E TAL QUE SUA INTENSIDADE É A MESMA EM TODOS OS PONTOS DA SUPERFÍCIE:



O FLUXO É DADO POR

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_{\text{SUPERFÍCIE}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ &= \int_{\text{SUPERFÍCIE}} |\vec{E}| \cos\theta dA \end{aligned}$$

POIS $\theta = 0^\circ$
($\vec{E} \parallel \hat{n}$)

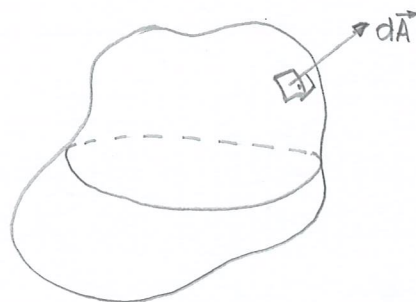
$$\begin{aligned} &= \int_{\text{SUPERFÍCIE}} |\vec{E}| dA \\ &= |\vec{E}| \int_{\text{SUPERFÍCIE}} dA = |\vec{E}| A \end{aligned}$$

MÓDULO DE \vec{E} É CONSTANTE POR HIPÓTESE

NA OCASIÃO EM QUE A SUPERFÍCIE É UMA SUPERFÍCIE FECHADA, DENOTAMOS O FLUXO POR

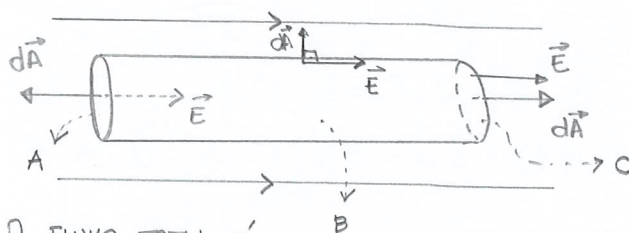
$$\Phi = \oint_{\text{SUPERFÍCIE}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

NESTE CASO, O VETOR $d\vec{A}$ SEMPRE APONTA "PARA FORA" DA SUPERFÍCIE.



EXEMPLO:

CONSIDERE UMA SUPERFÍCIE NA FORMA DE UM CILINDRO (FECHADO) DE RAIO R. CALCULE O FLUXO TOTAL DO CAMPO ELÉTRICO ATRAVÉS DO CILINDRO PARA A CONFIGURAÇÃO REPRESENTADA ABAIXO (CAMPO UNIFORME).



O FLUXO TOTAL É:

$$\begin{aligned} \Phi &= \oint_{\text{SUPERFÍCIE}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_B \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_C \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ &= \int |\vec{E}| \cos(180^\circ) dA + \int |\vec{E}| \cos(90^\circ) dA + \int |\vec{E}| \cos(0^\circ) dA \\ &= -|\vec{E}| A + |\vec{E}| A = 0. \end{aligned}$$

$$\Phi = 0.$$

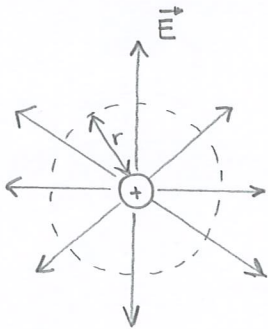
ISTO SIGNIFICA QUE TODAS AS LINHAS DE CAMPO QUE "ENTRAM" NO CILINDRO, TAMBÉM SAEM. INTUITIVAMENTE, ISTO SIGNIFICA QUE LINHAS DE CAMPO NÃO SÃO PERDIDAS OU PRODUZIDAS NO INTERIOR DO CILINDRO.

COMO LINHAS DE CAMPO SÃO "GERADAS" POR CARGAS ELÉTRICAS, ESTE RESULTADO INDICA QUE A CARGA TOTAL NO INTERIOR DO CILINDRO DEVE SER NULA.

2) A LEI DE GAUSS:

COMO DISCUTIMOS ANTERIORMENTE, O PROPÓSITO DESTES CAPÍTULOS É ENUNCIAR A LEI DE GAUSS, QUE É COMPLETAMENTE EQUIVALENTE À LEI DE COULOMB NO CASO DA ELETROSTÁTICA. A LEI DE GAUSS É FORMULADA EM TERMOS DO FLUXO ELÉTRICO ATRAVÉS DE UMA SUPERFÍCIE ABSTRATA CHAMADA DE SUPERFÍCIE GAUSSIANA.

ANTES DE ENUNCIARMOS A LEI DE GAUSS EM SUA FORMA GERAL, CONSIDEREMOS UMA CARGA PUNTIFORME POSITIVA E UMA SUPERFÍCIE ESFÉRICA TAL QUE A CARGA OCUPA SEU CENTRO (VEJA O DESENHO ABAIXO):



CALCULEMOS O FLUXO ELÉTRICO ATRAVÉS DA SUPERFÍCIE GAUSSIANA ESFÉRICA:

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

PELA LEI DE COULOMB, SABEMOS QUE

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

POR OUTRO LADO, $d\vec{A} = da \hat{r}$

LOGO:

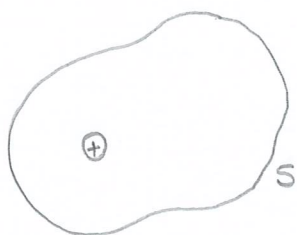
$$\begin{aligned} \Phi &= \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot da \hat{r} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \end{aligned}$$

PORTANTO, O FLUXO RESULTANTE ATRAVÉS DA SUPERFÍCIE GAUSSIANA VALE q/ϵ_0 .

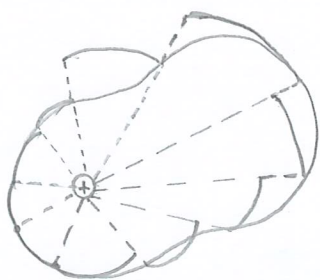
É FÁCIL PERCEBER QUE O FLUXO SERÁ O MESMO SE O RAIO DA SUPERFÍCIE GAUSSIANA FOR ALTERADO. NESTE CASO, A ÁREA TOTAL DA SUPERFÍCIE MUDA, MAS A MUDANÇA É COMPENSADA PELA VARIAÇÃO DO CAMPO ELÉTRICO NA SUPERFÍCIE. DE FATO, A NOVA ÁREA CONTRIBUIRÁ PARA O FLUXO COM UM FATOR $\propto R^2$, ONDE R É O RAIO DA NOVA SUPERFÍCIE GAUSSIANA ESFÉRICA. POR OUTRO LADO, A INTENSIDADE DE CAMPO ELÉTRICO DECAI COM UM FATOR $\propto 1/R^2$, COMPENSANDO EXATAMENTE A ÁREA. EM OUTRAS PALAVRAS, A INDEPENDÊNCIA DO FLUXO DA VARIAÇÃO DO RAIO É UMA CONSEQUÊNCIA DA LEI DO INVERSO DO QUADRADO DA DISTÂNCIA NA LEI DE COULOMB.

DE MANEIRA MAIS GERAL, PODERÍAMOS TER ESCOLHIDO UMA SUPERFÍCIE FECHADA QUALQUER PARA O CÁLCULO DO FLUXO, NA VERDADE, A ESCOLHA DE SUPERFÍCIES ESFÉRICAS PARA APLICAÇÃO DA LEI DE GAUSS NO CASO DE UMA PARTÍCULA, SE DEVE AO FATO DE QUE ESTA GEOMETRIA É COMPATÍVEL COM A FORMA DO CAMPO PRODUZIDO. MAS, O QUE ACONTECERIA SE USÁSSEMOS UMA OUTRA SUPERFÍCIE FECHADA EM VEZ DE UMA ESFERA?

SUPONHA, POR EXEMPLO, A SEGUINTE SUPERFÍCIE GAUSSIANA:



PODEMOS REDESENHAR ESTA SUPERFÍCIE COMO A JUNÇÃO DE DIVERSAS CASCAS ESFÉRICAS:



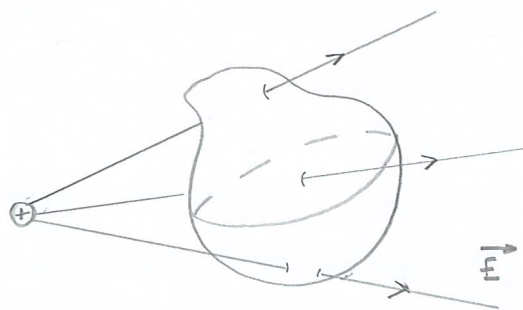
CADA CASCA ESFÉRICA ESTÁ CENTRADA NA CARGA. PARA QUE O CONJUNTO DE CASCAS ESFÉRICAS REPRESENTA BEM A SUPERFÍCIE S, DEVEMOS TOMAR CADA CASCA SUFICIENTEMENTE PEQUENA. A SUPERFÍCIE OBTIDA PELA UNIÃO DAS CASCAS ESFÉRICAS E SEGMENTOS RADIAIS É FECHADA. COMO O CAMPO É TANGENTE ÀS SUPERFÍCIES NA DIREÇÃO RADIAL, ENTÃO SOMENTE AS CASCAS ESFÉRICAS CONTRIBUEM PARA O FLUXO. O FLUXO ATRAVÉS DE CADA CASCA INDEPENDE DO RÁDIO COMO A UNIÃO DE TODAS AS CASCAS CORRESPONDE A UMA ESFERA COMPLETA, O RESULTADO PARA O FLUXO É

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

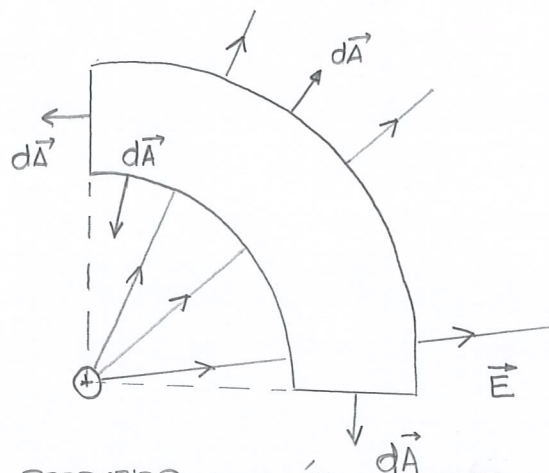
EM RESUMO: O FLUXO INDEPENDE DA FORMA DA SUPERFÍCIE GAUSSIANA. PARA QUALQUER SUPERFÍCIE FECHADA QUE TENHA UMA CARGA PONTIFORME EM SEU INTERIOR, O FLUXO ELÉTRICO É:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

CONSIDEREMOS, AGORA, UMA CARGA PONTIFORME E UMA SUPERFÍCIE GAUSSIANA QUE NÃO ENVOLVE A REFERIDA CARGA:



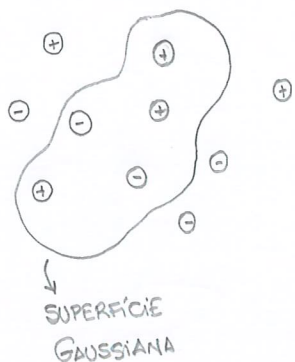
APROXIMEMOS TAL SUPERFÍCIE PELA UNIÃO DE INÚMERAS CASCAS ESFÉRICAS. POR UMA ARGUMENTAÇÃO BEM SEMELHANTE À ANTERIOR, TEMOS QUE O FLUXO SERÁ IDÊNTICO AO FLUXO ATRAVÉS DA SUPERFÍCIE ABAIXO:



O FLUXO PRODUZIDO ATRAVÉS DE CADA CASCA ESFÉRICA TEM MESMO MÓDULO, MAS SINAIS CONTRÁRIOS DEVIDO À ORIENTAÇÃO DE $d\vec{A}$. NAS SUPERFÍCIES TANGENTES À DIREÇÃO RADIAL, O FLUXO É ZERO.

PORTANTO, O FLUXO ATRAVÉS DA SUPERFÍCIE FECHADA É ZERO.

FINALMENTE, CONSIDEREMOS UMA DISTRIBUIÇÃO DE CARGAS QUALQUER E UMA SUPERFÍCIE GAUSSIANA ARBITRÁRIA:



O FLUXO ELÉTRICO ATRAVÉS DA SUPERFÍCIE GAUSSIANA É, POR DEFINIÇÃO, IGUAL A

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

PELO PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO, TEMOS QUE

$$\Phi = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots) \cdot d\vec{A},$$

COM \vec{E}_i SENDO O CAMPO PRODUZIDO PELA i -ÉSIMA CARGA. AGORA, FAREMOS A SEGUINTE SEPARAÇÃO: \vec{E}_i^{INT} REPRESENTA O CAMPO ELÉTRICO PRODUZIDO PELA i -ÉSIMA CARGA INTERIOR À SUPERFÍCIE GAUSSIANA, ENQUANTO \vec{E}_j^{EXT} DENOTA O j -ÉSIMO CAMPO ELÉTRICO PRODUZIDO PELA CARGA q_j EXTERNA À SUPERFÍCIE GAUSSIANA. LOGO,

$$\Phi = \oint (\vec{E}_1^{INT} + \vec{E}_2^{INT} + \dots) \cdot d\vec{A} + \oint (\vec{E}_1^{EXT} + \vec{E}_2^{EXT} + \dots) \cdot d\vec{A}$$

A SEGUNDA LINHA SE ANULA JÁ QUE AS CARGAS SÃO EXTERNAS. PORTANTO,

$$\Phi = \oint \vec{E}_1^{INT} \cdot d\vec{A} + \oint \vec{E}_2^{INT} \cdot d\vec{A} + \dots$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{q_1^{INT}}{\epsilon_0} + \frac{q_2^{INT}}{\epsilon_0} + \dots$$

$$\Rightarrow \Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{INT}}{\epsilon_0},$$

COM $Q_{INT} = q_1^{INT} + q_2^{INT} + \dots$

ESTE RESULTADO É CONHECIDO COMO LEI DE GAUSS: PARA QUALQUER SUPERFÍCIE FECHADA, O FLUXO ELÉTRICO ATRAVÉS DESTA SUPERFÍCIE É IGUAL A CARGA ENVOLVIDA PELA SUPERFÍCIE DIVIDIDA POR ϵ_0 :

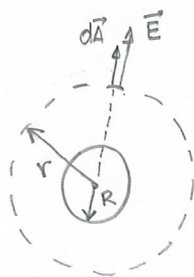
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{INT}}{\epsilon_0}$$

3) APLICAÇÕES

A) CAMPO PRODUZIDO POR UMA ESFERA:

CONSIDEREMOS UMA ESFERA CARREGADA UNIFORMEMENTE. NOSSO OBJETIVO É CALCULAR O CAMPO PRODUZIDO POR ESTA DISTRIBUIÇÃO DE CARGAS EM UM PONTO EXTERNO E EM UM PONTO INTERNO À ESFERA. TOMANDO O RÁDIO DA ESFERA IGUAL A R , TEMOS:

A.1) $r > R$:



PELA SIMETRIA ESFÉRICA, O CAMPO PRODUZIDO PELA ESFERA DEVE TER DIREÇÃO RADIAL:

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{INT}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = E \hat{r} ; d\vec{A} = dA \hat{r}$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA$$

PELA SIMETRIA ESFÉRICA, $|\vec{E}| = \text{CONST.}$
AO LONGO DA SUPERFÍCIE GAUSSIANA
PORTANTO,

$$\oint E dA = E \oint dA = E \cdot 4\pi r^2$$

$$\Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{INT}}}{\epsilon_0} \Rightarrow$$

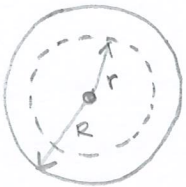
$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{INT}}}{r^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{INT}}}{r^2} \hat{r}}$$

A.2) $r < R$:

PELA SIMETRIA ESFÉRICA,

$\vec{E} = E \hat{r}$ COM $|\vec{E}| = \text{CTE}$
AO LONGO DA SUPERFÍCIE
Gaussiana.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{INT}}}{\epsilon_0}$$

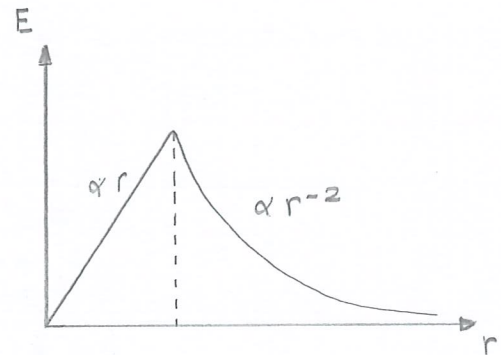
$$\Rightarrow \oint E dA = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{INT}}}{\epsilon_0}$$

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{Q_{\text{INT}}}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow Q_{\text{INT}} = \frac{r^3}{R^3} Q$$

$$\Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{r^3}{\epsilon_0 R^3} Q \therefore$$

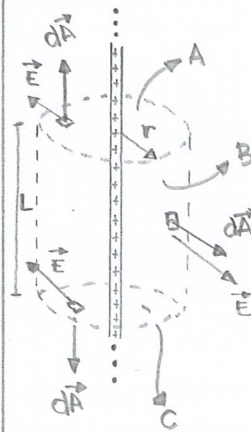
$$\therefore \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{rQ}{R^3} \hat{r}}$$

VEMOS, PORTANTO, QUE A INTENSIDADE DO CAMPO ELÉTRICO CRESCE LINEARMENTE COM A DISTÂNCIA AO CENTRO DA ESFERA. A PARTIR DE $r=R$, O CAMPO PASSA A SE COMPORTAR COMO O PRODUZIDO POR UMA CARGA PUNTIFORME LOCALIZADA NO CENTRO DA ESFERA. PODEMOS CONSTRUIR UM GRÁFICO DA INTENSIDADE DE CAMPO VERSUS r :



B) CAMPO PRODUZIDO POR UM FIO LONGO UNIFORMEMENTE CARREGADO:

O CAMPO ELÉTRICO DEVE TER SIMETRIA CILÍNDRICA.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{INT}}}{\epsilon_0}$$

$$Q_{\text{INT}} = \lambda \cdot L$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_B \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_C \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

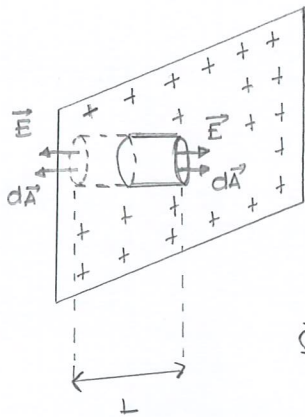
$$\int_B \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA = E \cdot 2\pi r L$$

PORTANTO,

$$E \cdot 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{s}$$

C) CAMPO PRODUZIDO POR UM PLANO INFINITO UNIFORMEMENTE CARREGADO



POR SER UM PLANO INFINITO, A ÚNICA DIREÇÃO PERMITIDA PARA O CAMPO RESULTANTE É A DIREÇÃO PERPENDICULAR AO PLANO.

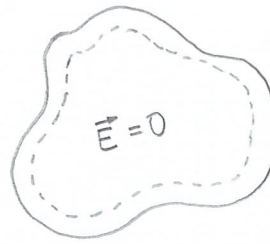
$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA + EA = \frac{\eta \cdot A}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow 2E = \frac{\eta}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\eta}{2\epsilon_0}$$

4) CONDUTORES EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

SEJA UM MATERIAL CONDUTOR CARREGADO EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO. ISTO SIGNIFICA QUE, APESAR DE SE MOVEREM COM FACILIDADE PELO MATERIAL, AS CARGAS ESTÃO EM REPOUSO. ISTO SIGNIFICA QUE O CAMPO ELÉTRICO NO INTERIOR DO CONDUTOR DEVE SER NULO (CASO CONTRÁRIO, HAVERIA UMA FORÇA SOBRE AS CARGAS E, PORTANTO, NÃO ESTARIAM EM REPOUSO).

PORTANTO, CONSIDERE O MATERIAL CONDUTOR E A SUPERFÍCIE GAUSSIANA ABAIXO.



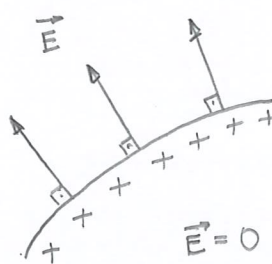
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow Q_{int} = 0.$$

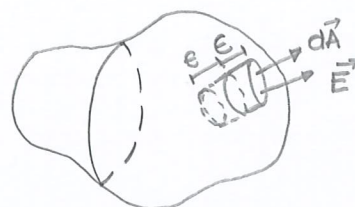
PORTANTO, A CARGA TOTAL NO INTERIOR DE UM CONDUTOR É NULA.

\Rightarrow TODA CARGA EM EXCESSO EM UM CONDUTOR É LOCALIZADA EM SUA SUPERFÍCIE.

PODEMOS CALCULAR O CAMPO ELÉTRICO SOBRE A SUPERFÍCIE DE UM CONDUTOR UTILIZANDO A LEI DE GAUSS. PARA TANTO, DEVEMOS OBSERVAR QUE O CAMPO DEVE SER PERPENDICULAR À SUPERFÍCIE DO CONDUTOR. CASO CONTRÁRIO, HAVERIA UMA COMPONENTE TANGENCIAL À SUPERFÍCIE QUE PRODUZIRIA UMA FORÇA E, PORTANTO, MOVIMENTO DE CARGAS. ISTO CONTRADIZ A HIPÓTESE DE EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO.



PARA O CÁLCULO DA INTENSIDADE DO CAMPO NA SUPERFÍCIE DO CONDUTOR, CONSIDERE UMA SUPERFÍCIE GAUSSIANA COMO A REPRESENTADA ABAIXO

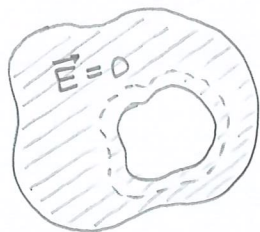


$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA = \frac{Q_{\text{INT}}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E \cdot A = \frac{\eta \cdot A}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\eta}{\epsilon_0}$$

COM DIREÇÃO PERPENDICULAR À SUPERFÍCIE.

OBS: SE UM CONDUTOR POSSUI UMA CAVIDADE EM SEU INTERIOR, EXISTEM CARGAS SOBRE A SUPERFÍCIE DA CAVIDADE ?



O FLUXO ATRAVÉS DA GAUSSIANA É ZERO, POIS $\vec{E} = 0$:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{INT}}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{INT}} = 0.$$

LOGO, O CAMPO ELÉTRICO DENTRO DA CAVIDADE TAMBÉM É NULO \Rightarrow BLINDAGEM.