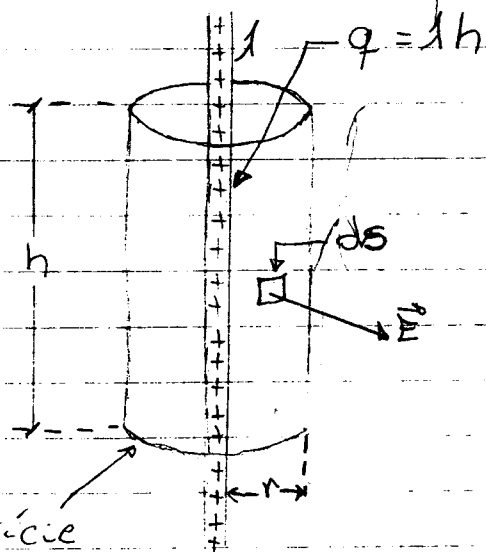


- Aplicações da Lei de Gauss -

Linha Infinita de Carga



Superfície gaussiana
 é uma superfície imaginária construída com o fim específico de se calcular o campo elétrico pela aplicação da Lei de Gauss

Campo elétrico
 apresenta apenas componente radial
 ⇒ é uniforme sobre uma superfície cilíndrica.

Fluxo de $\vec{E}$ através das bases

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

↳ $\vec{E} \perp d\vec{S}$

Fluxo de $\vec{E}$ através da lateral

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \oint dS = ES = E(2\pi rh)$$

↑ Campo uniforme sobre o cilindro
 ↑ $\vec{E} \parallel d\vec{S}$

Lei de Gauss

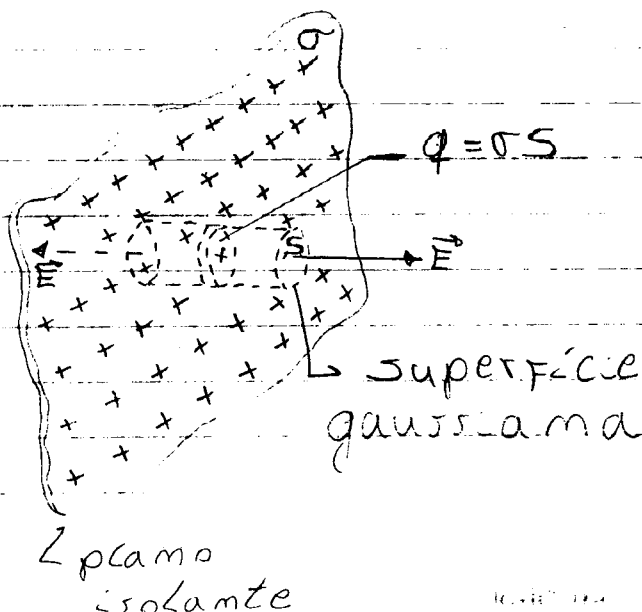
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}, \quad q = \lambda h$$

$$\Rightarrow E(2\pi rh) = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

↳ carga total dentro da superfície gaussiana

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Plano Infinito de Carga



Campo elétrico

↳ aponta para fora, perpendicular ao plano

superfície gaussiana

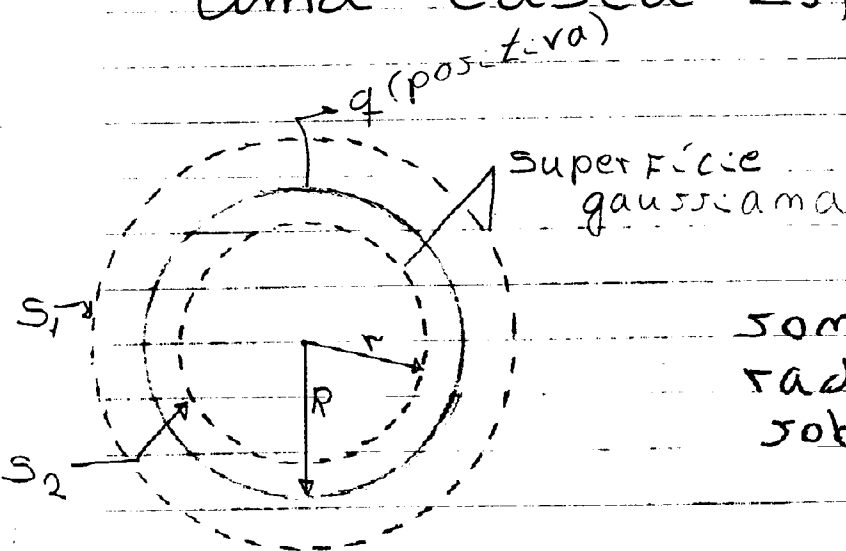
0	5	7	7	0	5	5
---	---	---	---	---	---	---

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$(ES + ES) = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \underline{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

Uma Casca Esférica de Carga



campo elétrico

apresenta somente componente radial $\Rightarrow$ uniforme sobre uma esfera

Superfície gaussiana S_2

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} ; q_{\text{int}} = 0$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \underline{E = 0} \quad (r < R)$$

Teorema de Cascas

- ① "Uma Casca esférica uniforme ~~carregada~~ carregada não exerce nenhuma força ~~sobre~~ em uma partícula carregada localizada em seu interior"

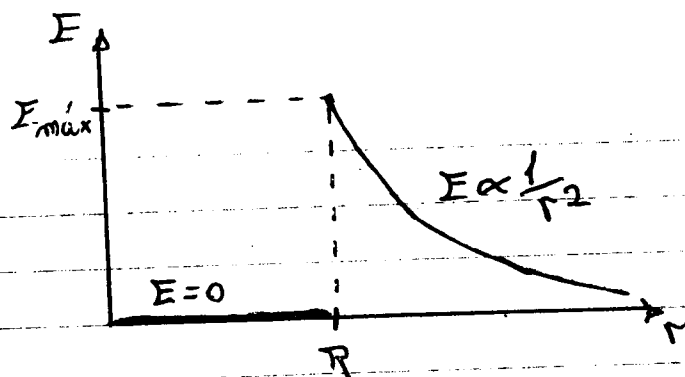
Superfície gaussiana S_1

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0} ; q_{\text{int}} = q$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

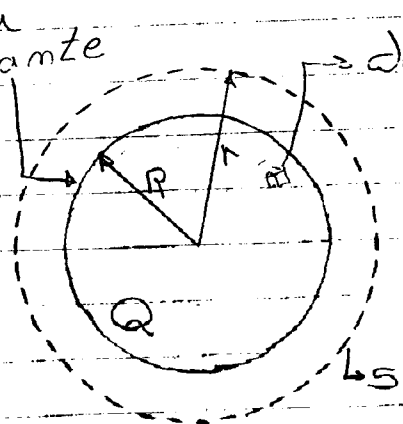
$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}} \quad (r > R)$$

- ② "Uma Casca esférica uniforme carregada comporta-se, para pontos externos, como se toda carga estivesse concentrada em seu centro."



Distribuição de Carga com Simetria Esférica

esfera
isolante



$$dq = \rho(r) dV$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

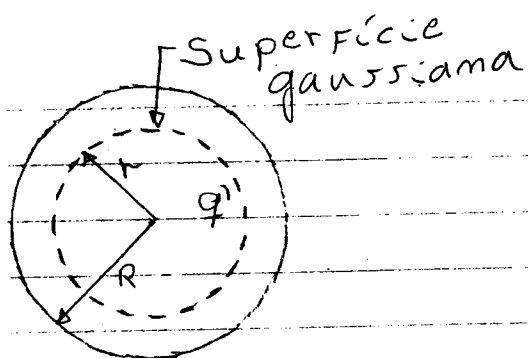
$$q_{\text{int}} = \int_V dq = \int_V \rho(r) dV$$

$\rho = \rho(z)$ ou $\rho = \rho(r)$
 mas não pode depender das coordenadas angulares.

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \underbrace{\int_V \rho(r) dV}_Q$$

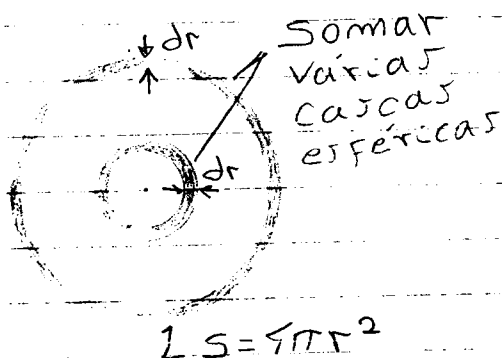
$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (r > R)$$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$q_{int} = q' = \int dq' = ?$$



$$= \int_V \rho(r') dV \Rightarrow dV = ?$$

$dV = \text{área da casca} \times \text{espessura da casca}$

$$\Rightarrow dV = 4\pi r^2 \times dr$$

$$\Rightarrow q_{int} = q' = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr' = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr'$$

$$\rho(r) = ?$$

Para uma distribuição homogênea

$$\Rightarrow \rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\rho = \frac{3Q}{4\pi R^3} = \text{cte}$$

$$\Rightarrow q' = 4\pi \int_0^r \frac{3Q}{4\pi R^3} r'^2 dr'$$

$$q' = \frac{3Q}{R^3} \int_0^r r'^2 dr' = \frac{Q r^3}{R^3}$$

Logo

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot (4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q r^3}{R^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q r}{R^3} \quad (r < R)$$

