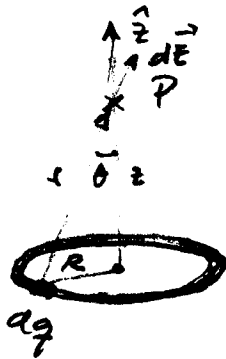


Anel carregado uniformemente : campo em um ponto P situado sobre um eixo ($\hat{z}$) $\perp$ ao plano do anel, passando pelo centro do anel.



Raio do anel = R .

Comprimento do anel = $2\pi R$

Carga total do anel é Q .

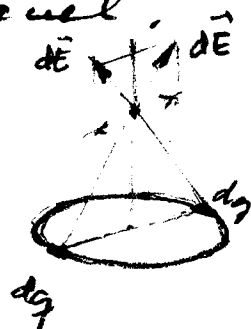
λ = densidade linear de carga do anel

$$\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$$

Se o anel é uniformemente carregado $\Rightarrow \lambda = \underline{cte}$.

A contribuição para o campo elétrico total devido a um elemento de carga dq é $d\vec{E} = k \frac{dq}{r^2} \hat{r}$.

Por simetria é evidente que o campo total deve estar ao longo do eixo $\hat{z}$ pois, para cada elemento dq existe um outro, diametralmente oposto que contribui com o mesmo valor de $|d\vec{E}|$ porém com direções e sentido que cancela a componente $\perp$ ao plano do anel.



A componente ao longo de $\hat{z}$ da contribuição é

$$dE_z = |d\vec{E}| \cos \theta = \frac{k dq}{r^2} \cos \theta$$

Temos que somar sobre todos os elementos infinitesimais de carga que compõem o anel.

$$E_z = \int dE_z = \int \frac{k dq}{r^2} \cos \theta$$

Note que, nesse caso, a soma é muito simples pois ao variar dq , nem $r \equiv |\vec{r}|$ nem $\cos \theta$ variam. Sendo assim, podemos colocá-los em evidência e o resultado é:

$$E_z = \frac{k}{r^2} \cos \theta \int dq = \frac{k Q \cos \theta}{r^2}$$

$$\vec{E} = E_z \hat{z} = \frac{k Q \cos \theta}{r^2} \hat{z}$$

$$\cos \theta = z/r \Rightarrow \vec{E} = \frac{k Q}{r^3} z \hat{z}$$

$$r = \sqrt{z^2 + R^2} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{k Q}{(z^2 + R^2)^{3/2}} z \hat{z}}$$

Em termos da densidade de carga λ

$$\lambda = \frac{Q}{2\pi R} \Leftrightarrow Q = 2\pi R \lambda \Rightarrow$$

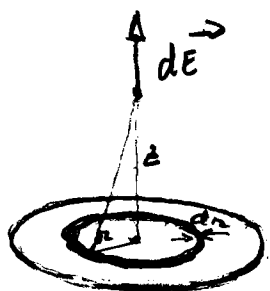
$$\boxed{\vec{E} = \frac{k \lambda 2\pi R z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z}}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Disco uniformemente carregado. Campo em um ponto P situado sobre o eixo $\hat{z}$ a uma distância z do plano do disco, passando pelo seu centro.

Disco de raio R e carga total Q .

"Macete": Divida o disco em anéis

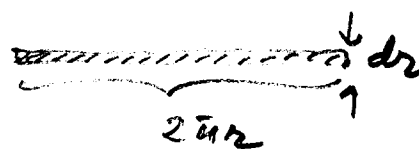


Um anel de raio r tem carga dq .

Densidade superficial de carga do disco $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$

Disco uniformemente carregado $\Leftrightarrow \sigma = \text{cte}$.

O anelzinho de raio r tem área



$$dq = \sigma dS = \sigma 2\pi r dr$$

$$d\vec{E} = \frac{k dq}{(z^2 + r^2)^{3/2}} z \hat{z} = \frac{k \sigma 2\pi r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}} z \hat{z}$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{k \sigma 2\pi z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} r dr \hat{z}$$

some sobre dr os anéis que compõem o disco

Note que, ao variar r ($k, \sigma, 2\pi, z$ e $\hat{z}$ são ctes) $\Rightarrow$

$$\vec{E} = k \sigma 2\pi z \hat{z} \int_0^R \frac{r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

Com $z = \rho \cos \theta$ chamamos $u = z^2 + R^2 \Rightarrow du = 2z dz$

$$\Rightarrow \vec{E} = k \sigma \pi z \hat{z} \int_{z^2}^{z^2+R^2} \frac{du}{u^{3/2}} =$$

$$= k \sigma \pi z \hat{z} \left. \frac{u^{-3/2+1}}{-3/2+1} \right|_{z^2}^{z^2+R^2} = k \sigma \pi z \hat{z} \left. (-) 2 u^{-1/2} \right|_{z^2}^{z^2+R^2}$$

$-3/2+1 = -1/2$

$$z=0 \quad u=z^2$$

$$z=R \quad u=z^2+R^2$$

$$\vec{E} = 2k \sigma \pi z \hat{z} \left[\frac{1}{z} - \frac{1}{(z^2+R^2)^{1/2}} \right] = 2k \sigma \pi \hat{z} \left[1 - \frac{z}{(z^2+R^2)^{1/2}} \right]$$

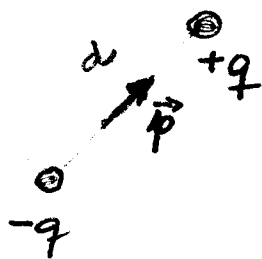
$$\vec{E} = k 2\pi \sigma \left[1 - \frac{z}{(z^2+R^2)^{1/2}} \right] \hat{z}$$

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{(z^2+R^2)^{1/2}} \right] \hat{z}$$

Faça os exemplos 5 e 6.

Dipolo em um campo elétrico

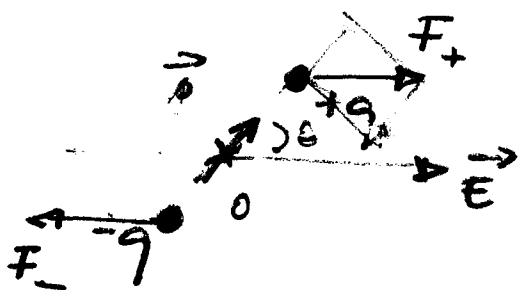


Momento do dipolo elétrico

$$p = qd$$

Convenção-se que a direção de $\vec{p}$ é a reta que une as duas cargas e o sentido de $-q$ para $+q$.

Suponha que um campo elétrico externo $\vec{E}$, uniforme, é aplicado, tal que $\vec{E}$ faça um ângulo θ com $\vec{p}$.



As forças $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre cada uma das cargas estão representadas

na figura.

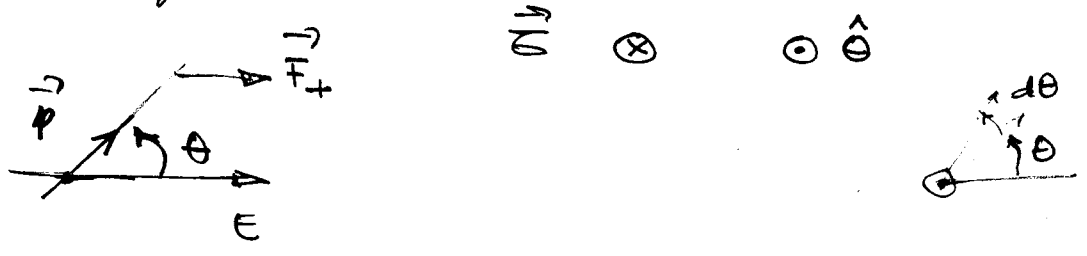
$\vec{F}_+$ e $\vec{F}_-$ tem mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos. A força resultante sobre o dipolo (composto pelas duas cargas) é nula. Entretanto, elas formam um binário, de modo que o dipolo irá girar em torno de um eixo $\perp$ ao plano do papel. O torque devido a $\vec{F}_+$ e $\vec{F}_-$ é dado por

$$\tau = 2qE \sin\theta \cdot \frac{d}{2} = p d \sin\theta \Rightarrow$$

$$|\vec{F}_+| = |\vec{F}_-| = qE = F ; p = qd$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

Note que o torque tende a alinhar o dipolo $\vec{p}$ na direção do campo $\vec{E}$.



O trabalho realizado pelo campo para girar o dipolo de um ângulo θ

$$W = \int_{\theta_0}^{\theta} \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta} = - \int_{\theta_0}^{\theta} \tau d\theta = - \int_{\theta_0}^{\theta} pE \sin \theta d\theta$$

$$W = pE \ln \theta \Big|_{\theta_0}^{\theta} = pE [\ln \theta - \ln \theta_0]$$

Energia potencial $U(\theta) - U(\theta_0) = -W = -pE \ln \theta \Big|_{\theta_0}^{\theta}$

$U = -pE \ln \theta$

$$-pE [\ln \theta - \ln \theta_0]$$

$$U(\theta_0 = 1) = 0$$

$$U(\theta) = -pE \ln \theta$$

Escolha de zero de energia potencial.

Funcionamento do micro-ondas.

Água é uma molécula polar

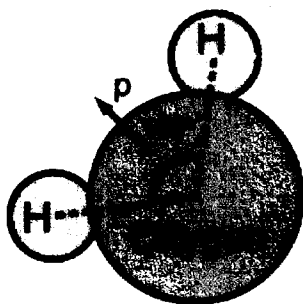
Campo elétrico do micro-ondas é oscilatório (dependente do tempo), interage com o momento de dipolo elétrico da molécula d'água.

O torque provoca oscilações nas moléculas d'água e as colisões com as outras provoca o aquecimento.

Frequência típica do campo de micro-ondas utilizado

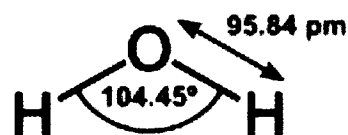
$$\underline{f \approx 2.5 \text{ GHz}}$$

H₂O momento de dipolo elétrico

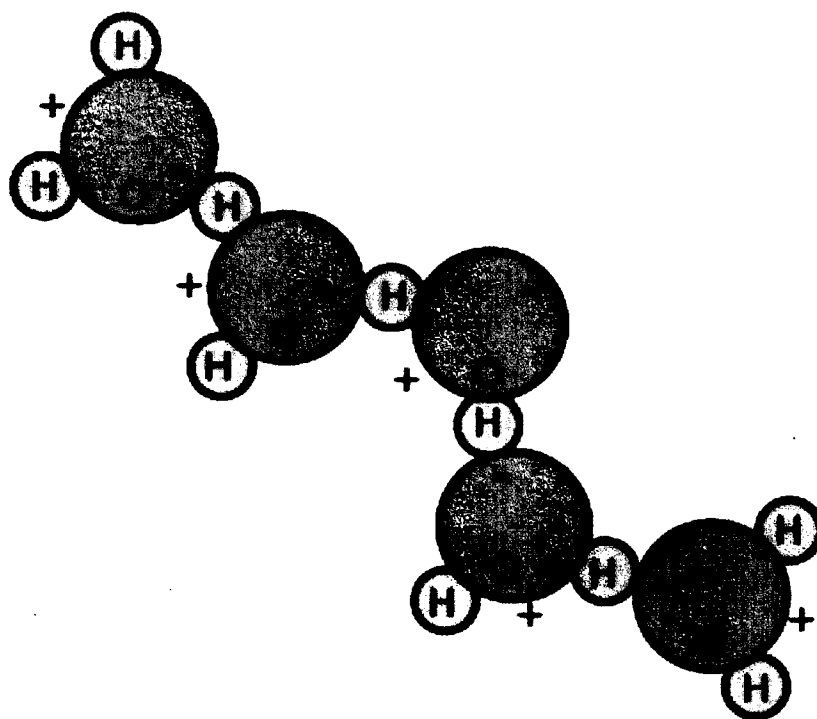


$$p_{H_2O} = 6.17 \times 10^{-30} \text{ C m} = 1.85 \text{ debye.}$$

$$1 \text{ d} = 3.33 \times 10^{-30} \text{ C m}$$



$$p = 6.2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$$



Quando se coloca certos objetos metálicos em um micro-ondas ocorrem faíscas.

Entretanto, o interior do micro-ondas é metálico!

