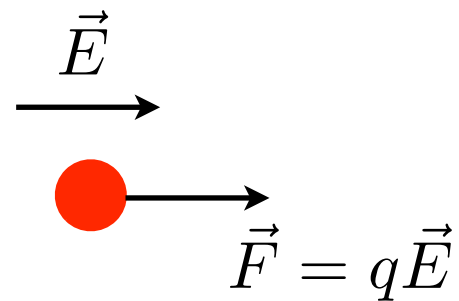


FINAL DA AULA #11

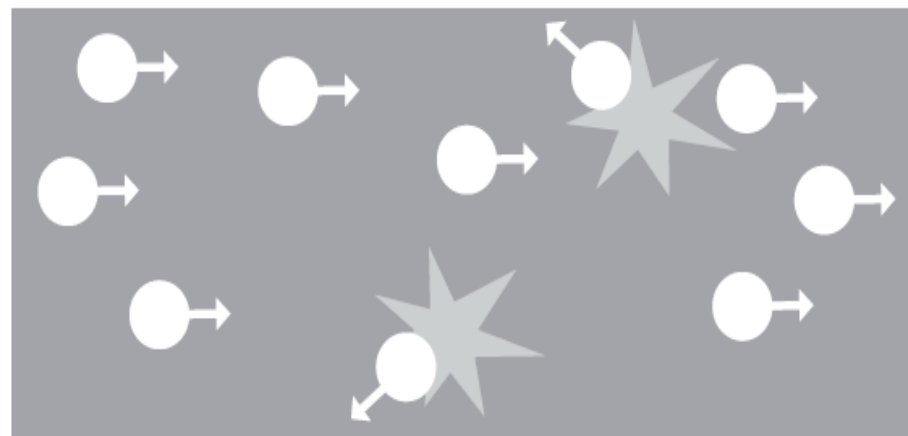


RESISTÊNCIA ELÉTRICA

- Na presença de um campo elétrico $\vec{E}$ os portadores de carga são acelerados por uma força $\vec{F} = q\vec{E}$.



- Resistência elétrica ocorre devido a espalhamentos eletrônicos com impurezas e/ou irregularidades no material; quanto mais são espalhados maior a resistência



MODELO

- Imediatamente depois de uma colisão, a direção e sentido da velocidade do portador é aleatória.

$$\langle \vec{v}_j^{dc} \rangle = 0$$

- Imediatamente antes de uma colisão o portador terá adquirido uma quantidade de movimento $\Delta \vec{p} = q \vec{E} \Delta t$

$$m \vec{v}_j^{ac} - m \vec{v}_j^{dc} = q \vec{E} t_j$$

tempo entre colisões
sucessivas

$\Rightarrow$

$$m \langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{N} \sum_j \vec{v}_j = q E \left(\frac{1}{N} \sum_j t_j \right)$$

velocidade média adquirida
pelos portadores em função
do campo aplicado

τ tempo médio entre
colisões sucessivas

MODELO

Sendo assim,

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{q\tau}{m} \vec{E}$$

velocidade média é proporcional
ao campo aplicado

No entanto,

$$\vec{j} = nq \langle \vec{v} \rangle \quad \Rightarrow \quad \vec{j} = \left(\frac{nq^2\tau}{m} \right) \vec{E}$$

Mas,

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{nq^2\tau}{m}$$

condutividade é proporcional ao
tempo médio entre colisões

ESTIMATIVA

Nos metais, $q = -e$; $m = m_e$

$-e$ → carga eletrônica

m_e → massa eletrônica

Medindo-se a resistividade $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_e}{ne^2\tau}$ podemos estimar τ

e o livre caminho médio ℓ (espaço percorrido em média entre duas colisões)

$\ell = v_F \tau$

v_F → velocidade de Fermi

Cu (T~300K) $\ell \approx 10^2 a_0$

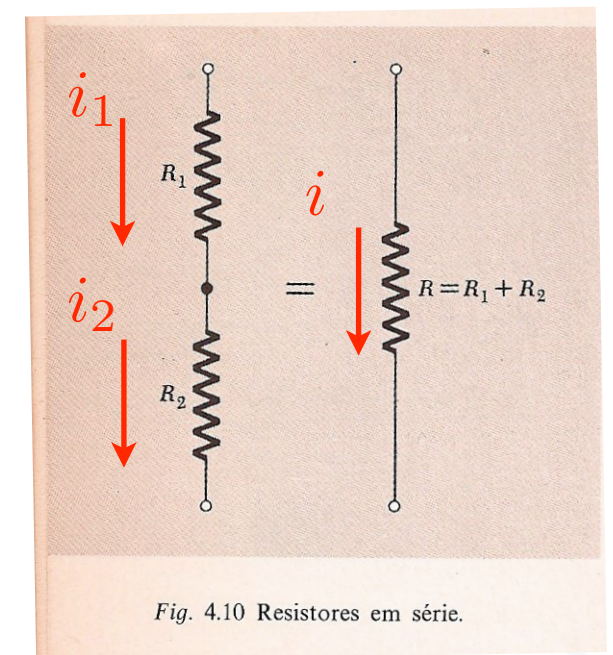
a_0 → espaçamento atômico

RESISTORES

Resistores em série:

$$i_1 = i_2 = i ; \quad V = V_1 + V_2 = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2)$$

$$V = R_{eq}i \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = R_1 + R_2$$

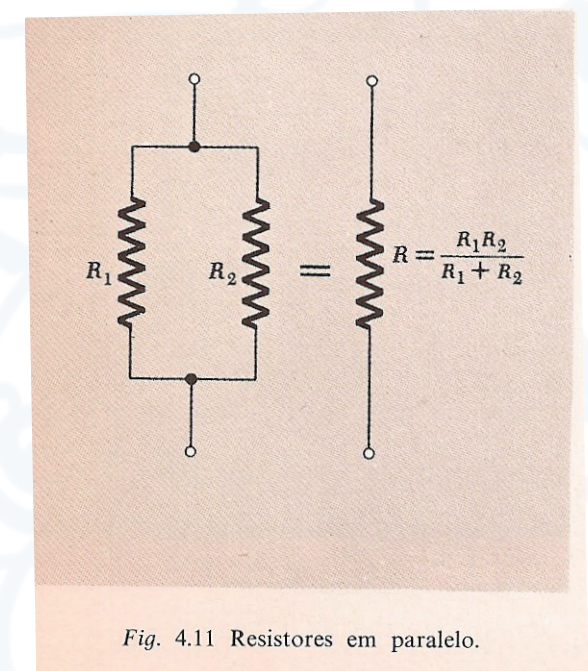


Resistores em paralelo:

$$V_1 = V_2 = V ; \quad i = i_1 + i_2 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

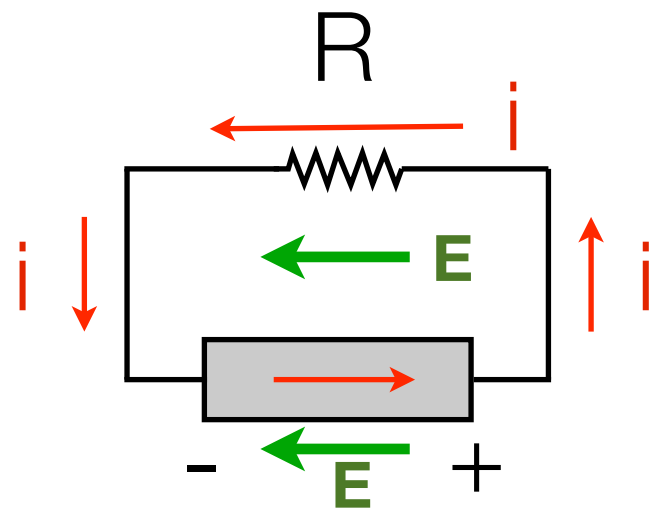
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



F.E.M. & CIRCUITOS

Aula # 12

FORÇA ELETROMOTRIZ



Fonte de alimentação

Note que dentro da fonte de alimentação a corrente flui na direção oposta ao campo

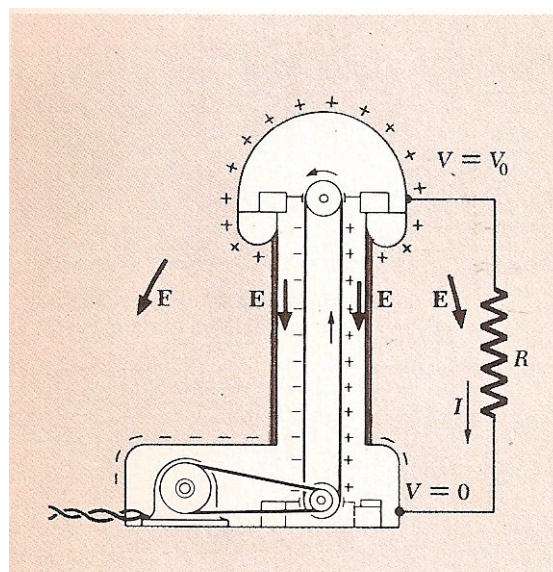
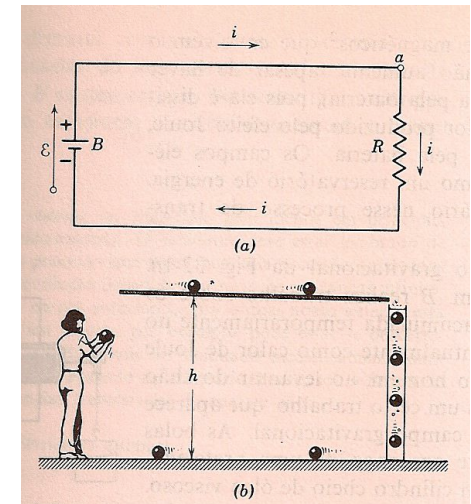


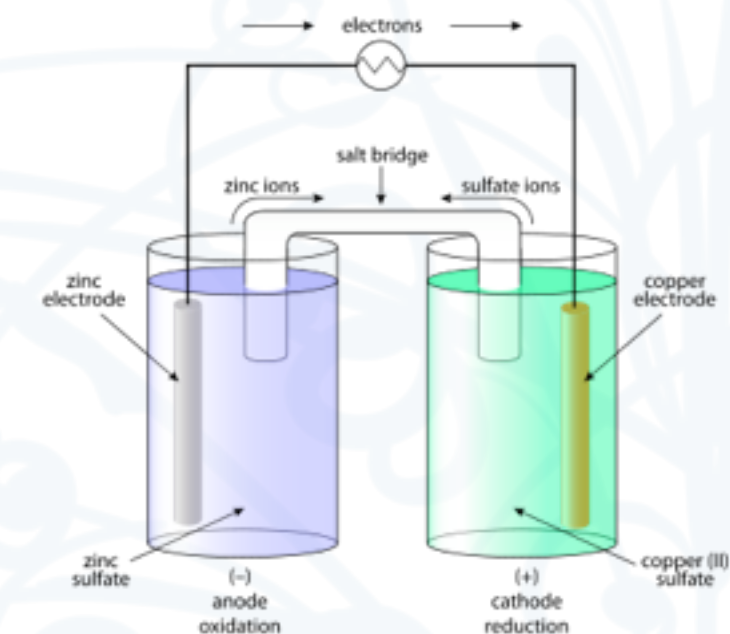
Fig. 4.15 No gerador de Van de Graaff, as cargas são transportadas mecânicamente na direção oposta àquela em que o campo elétrico as faria mover.



Painel Solar



Baterias



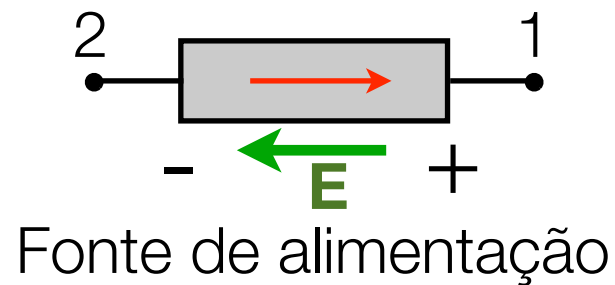
Daniell cell

FORÇA ELETROMOTRIZ

DEFINIÇÃO

**Força eletromotriz:
f.e.m.**

$$\varepsilon = dW/dq$$

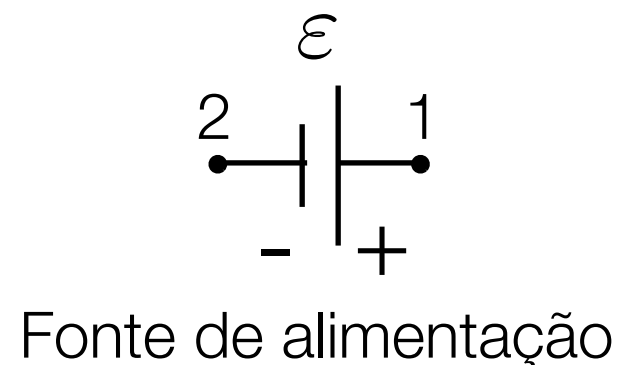


$$\varepsilon = - \int_2^1 \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_1 - V_2$$

d.d.p. entre os pontos 1 e 2
em um circuito aberto

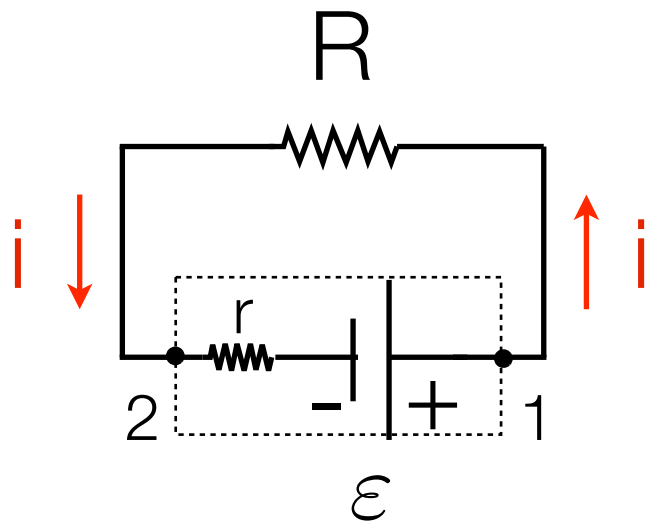
A d.d.p. entre os terminais de uma pilha de 1.5 V - medida diretamente com o voltímetro - é 1.5V

Símbolo:



FORÇA ELETROMOTRIZ

CIRCUITO



r - resistência interna da fonte de alimentação

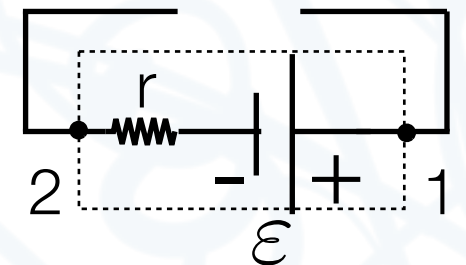
$$i = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$V = V_1 - V_2 = Ri = \frac{R}{R + r} \varepsilon < \varepsilon$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty}$$

(circuito aberto)

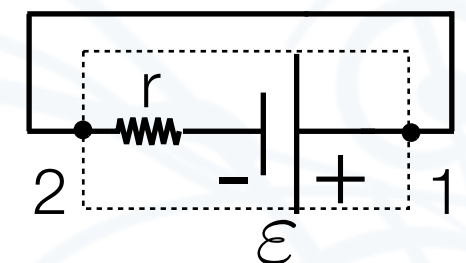
$$i \rightarrow 0 \quad \& \quad V \rightarrow \varepsilon$$



$$\lim_{R \rightarrow 0}$$

(curto circuito)

$$i \rightarrow i_{max} = \frac{\varepsilon}{r} \quad \& \quad V \rightarrow 0$$



REGRAS DE KIRSHHOFF

CIRCUITO COM 1 MALHA

1. A soma de todas as variações de potencial ao longo de um circuito fechado é nula ($\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$)

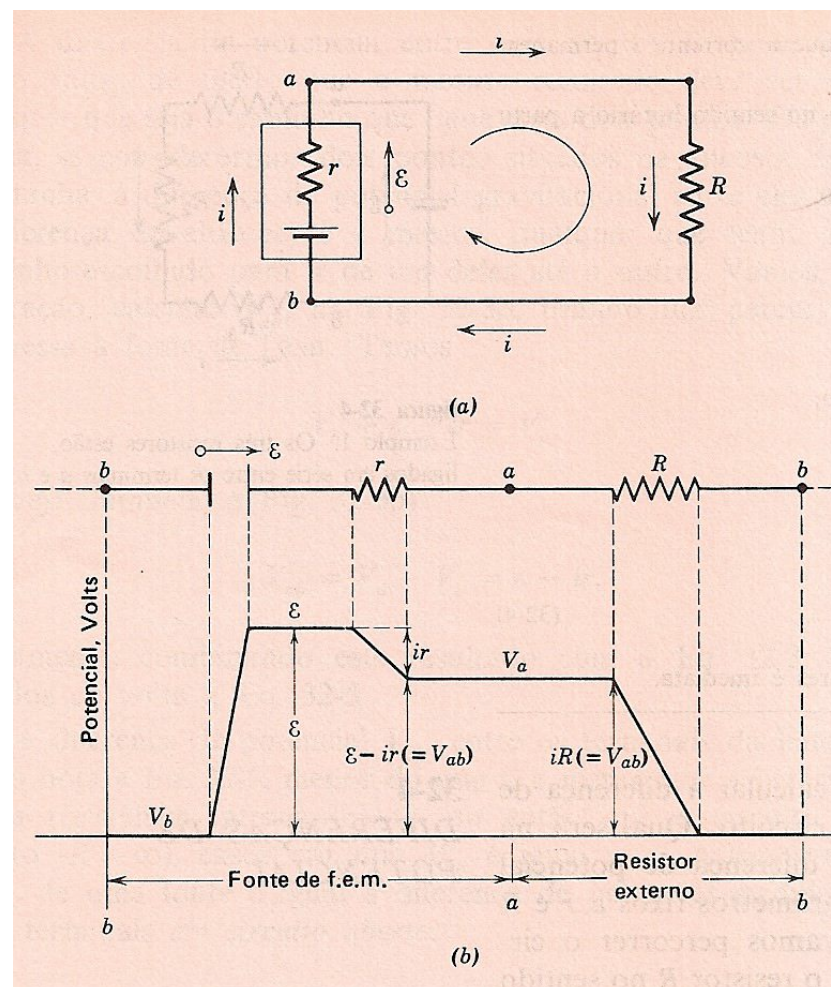
Escolhemos o sentido da corrente e o do percurso da malha

- Através de um resistor ôhmico percorrido no sentido da corrente há uma **queda** de potencial

$$\Delta V = Ri$$

- Através de fonte de f.e.m. percorrida no sentido da corrente há um **ganho** de potencial

$$\Delta V = \varepsilon$$



REGRAS DE KIRSHHOFF

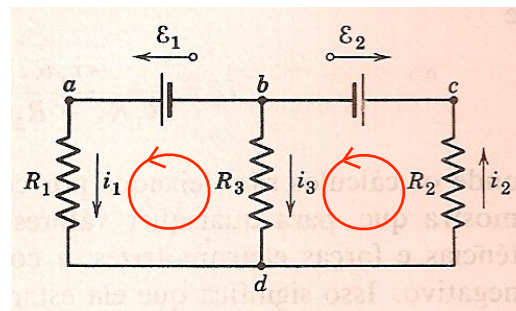
CIRCUITO COM MAIS DE 1 MALHA

2. Em um nó, a soma algébrica de todas as correntes deve ser nula (conservação de carga)

Escolhemos os sentidos das correntes e dos percursos das malhas

- No nó b ou d temos:

$$i_1 + i_3 - i_2 = 0 \quad (1)$$



- Malha abd:

$$\varepsilon_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0 \quad (2)$$

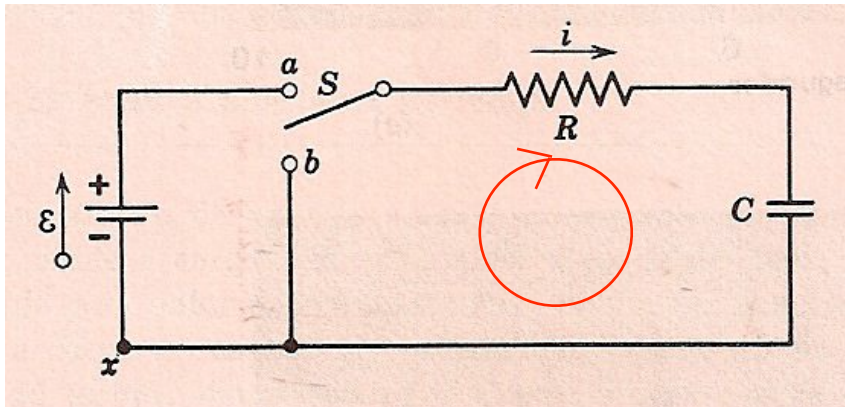
- Malha bcd:

$$-\varepsilon_2 - i_3 R_3 - i_2 R_2 = 0 \quad (3)$$

Esse sistema com três equações lineares e três incógnitas permite determinar, por exemplo, as três correntes.

CIRCUITO RC

CARREGANDO O CAPACITOR



Chave S conectada na posição (a)

Condições iniciais:

$$\text{Em } t = 0 \quad q(t = 0) = q_0 = 0$$

Lei das malhas: $\varepsilon - Ri - \frac{q}{C} = 0$ Eq. (1) $q = q(t) \quad i = \frac{dq}{dt}$

Decorre que: $i(t = 0) = i_0 = \frac{\varepsilon}{R}$

Derivando a equação (1) em relação ao tempo : $R \frac{di}{dt} = -\frac{i}{C} \Rightarrow \frac{di}{i} = -\frac{dt}{RC}$

Definindo $\tau = RC \quad \frac{di}{i} = -\frac{dt}{\tau} \Rightarrow \int_{i_0}^i \frac{di}{i} = -\int_0^t \frac{dt'}{\tau} \Rightarrow \ln \left(\frac{i}{i_0} \right) = -\frac{t}{\tau}$

$\Rightarrow \boxed{i(t) = i_0 e^{-t/\tau}}$ quando $t = \tau \quad i(\tau) = \frac{i_0}{e} \approx \frac{i_0}{3}$

$\boxed{\tau = RC \text{ tempo caracterísitco}}$

CIRCUITO RC

CARREGANDO O CAPACITOR

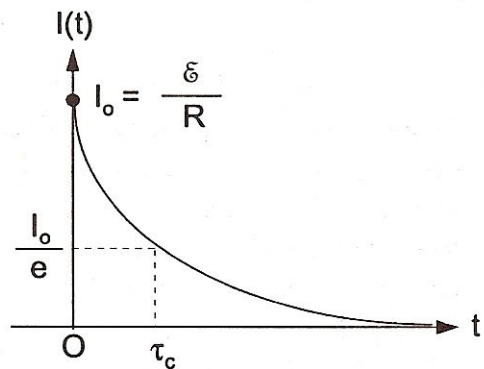


Figura 10.9 Corrente de carga de um capacitor

Carga no capacitor:

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i dt \Rightarrow q(t) = \int_0^t i(t') dt'$$

$$i(t') = i_0 e^{-t'/\tau} \Rightarrow q(t) = -i_0 \tau e^{-t/\tau} \Big|_0^t$$

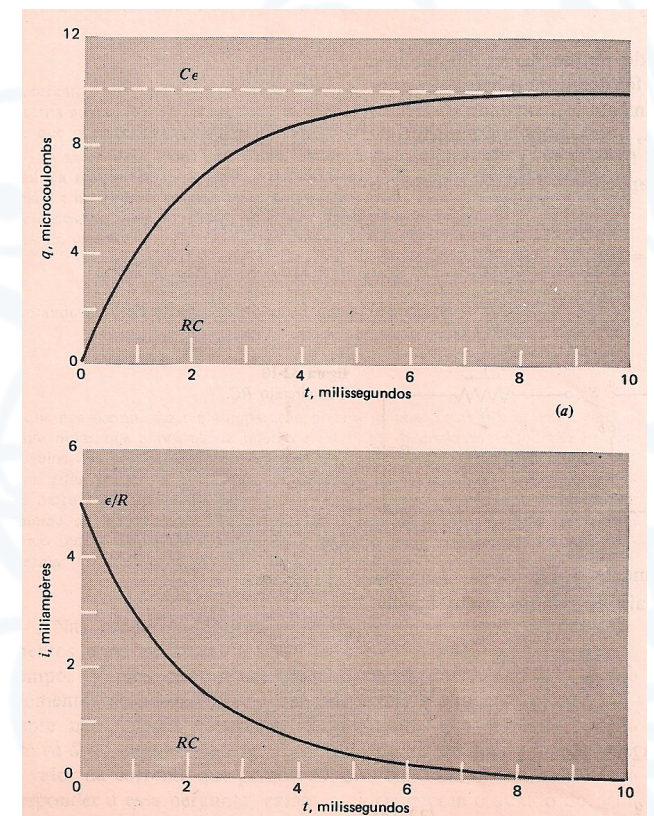
$$\Rightarrow q(t) = \epsilon C \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

$$q(t = 0) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = \epsilon C$$

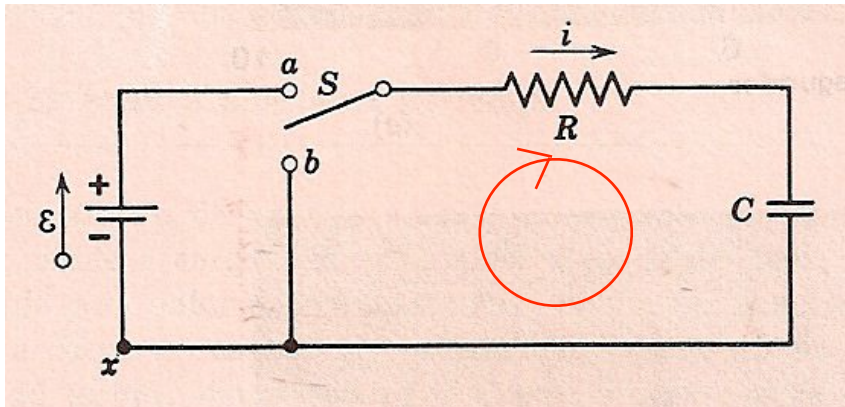
$$i(t = 0) = \frac{\epsilon}{R}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = 0$$



CIRCUITO RC

DESCARREGANDO O CAPACITOR



Chave S conectada na posição (b)

Condições iniciais:

$$\text{Em } t = 0 \quad q(t = 0) = q_0 = C\varepsilon$$

Lei das malhas: $-Ri - \frac{q}{C} = 0$ Eq. (2) $q = q(t) \quad i = \frac{dq}{dt}$

Decorre que: $i(t = 0) = i_0 = \frac{q_0}{RC} = -\frac{\varepsilon}{R}$

Da equação (2): $R \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$

Definindo $\tau = RC$ $\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{\tau} \Rightarrow \int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = -\int_0^t \frac{dt'}{\tau} \Rightarrow \ln \left(\frac{q}{q_0} \right) = -\frac{t}{\tau}$

$$\Rightarrow \boxed{q(t) = q_0 e^{-t/\tau}} \quad \text{quando}$$

$$t = \tau \quad q(t) = \frac{q_0}{e} \approx \frac{q_0}{3}$$

$$\boxed{\tau = RC \quad \text{tempo característico}}$$

CIRCUITO RC

DESCARREGANDO O CAPACITOR

Corrente no circuito: $i(t) = \frac{dq}{dt}$ $q(t) = q_0 e^{-t/\tau}$

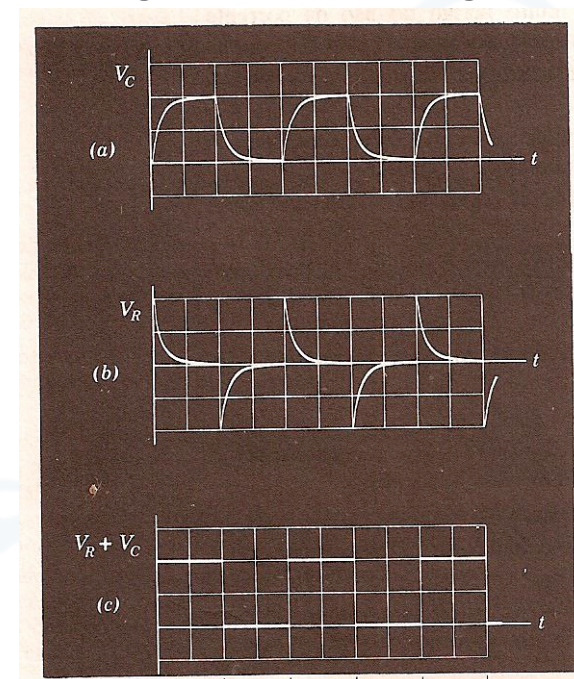
$$\Rightarrow i(t) = -\frac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Sinal negativo indica apenas que a corrente tem sentido oposto ao escolhido na figura

$$q(t = 0) = q_0 \quad \left| \quad \lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = 0\right.$$

$$i(t = 0) = i_0 = -\frac{q_0}{\tau} \quad \left| \quad \lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = 0\right.$$

Carga e descarga



CAMPO MAGNÉTICO

Aulas # 13/14

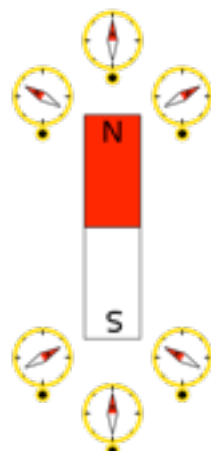
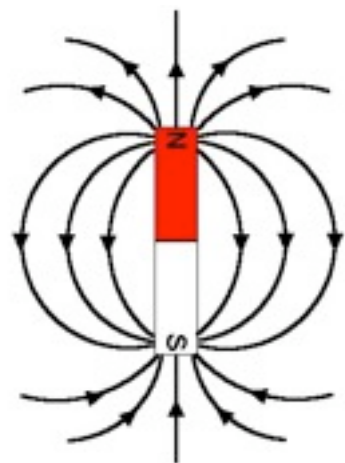
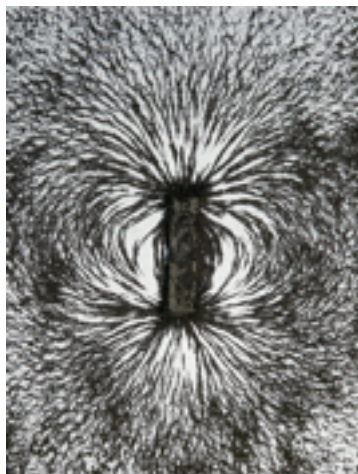
IMÃ E CAMPO MAGNÉTICO



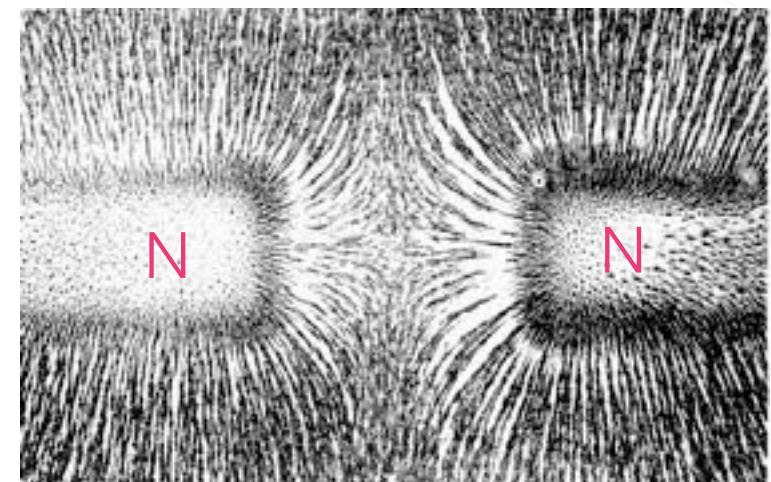
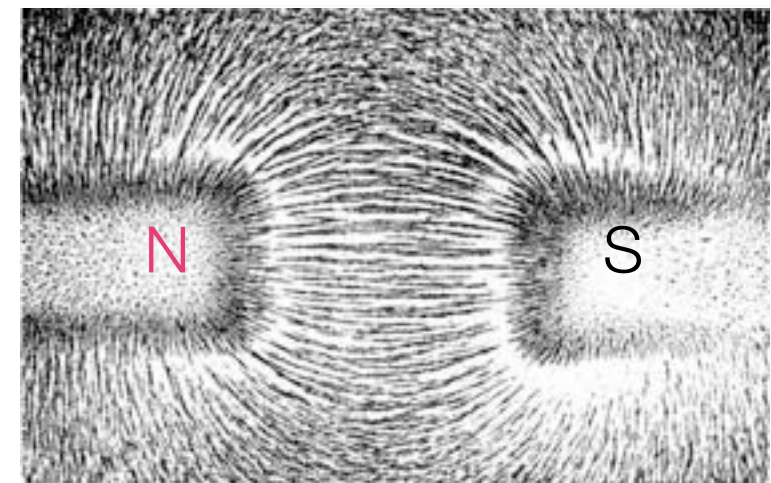
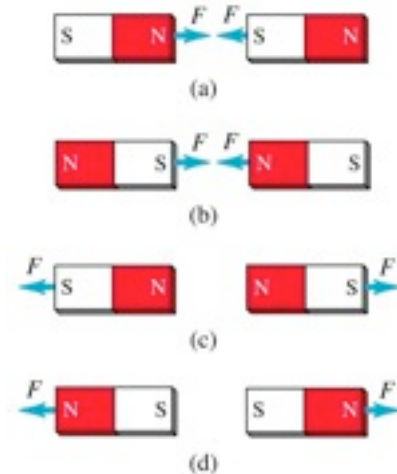
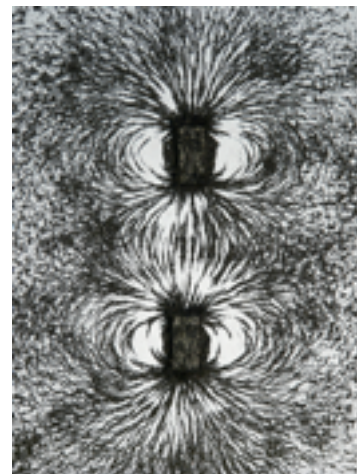
Magnetita

Proveniente de alguns lugares é um ímã natural, capaz de atrair partículas de Fe. Trata-se de um óxido de ferro Fe_3O_4

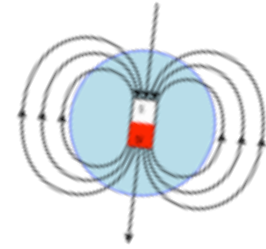
Ímã



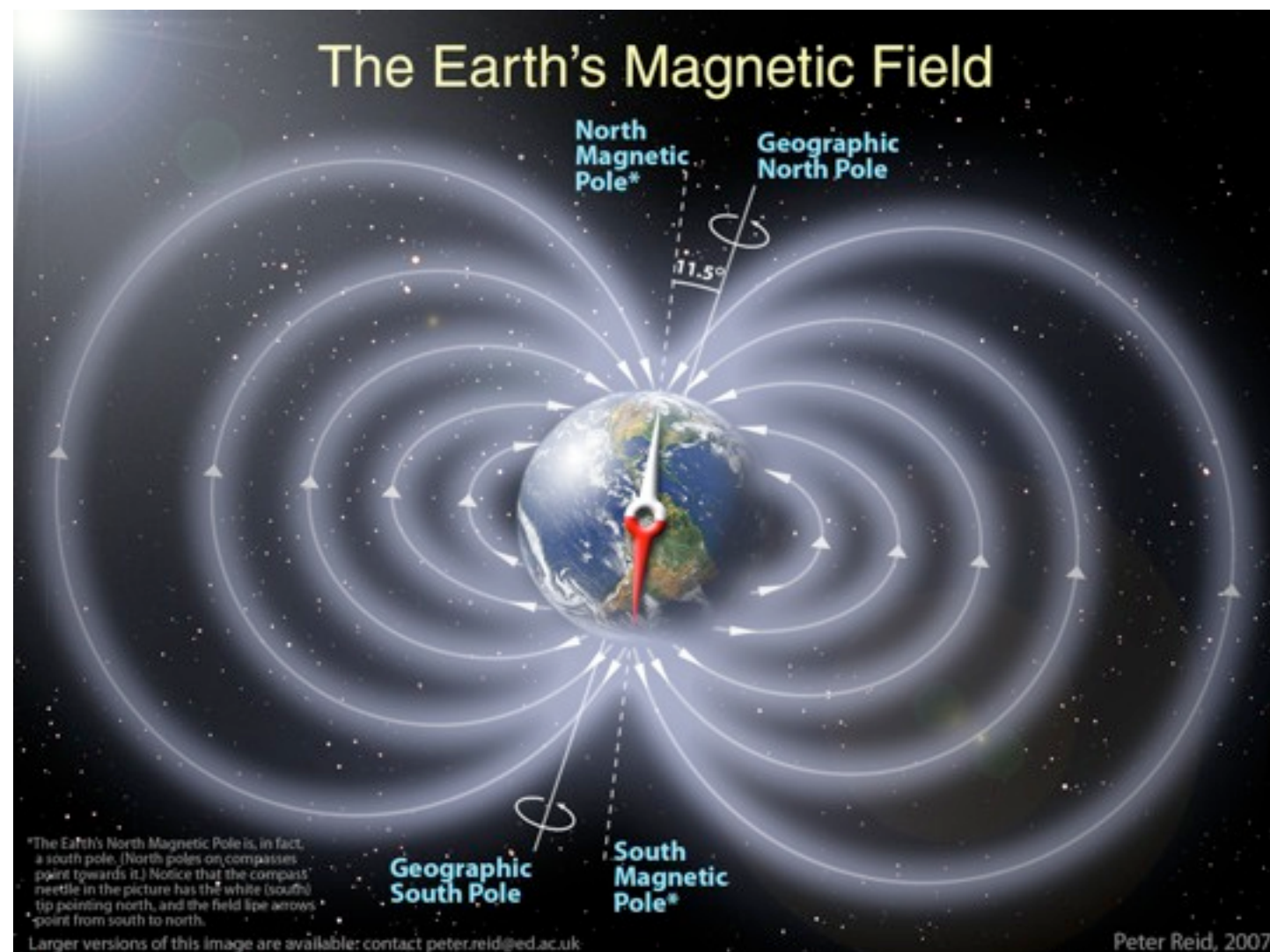
Partido em 2: 2 ímãs



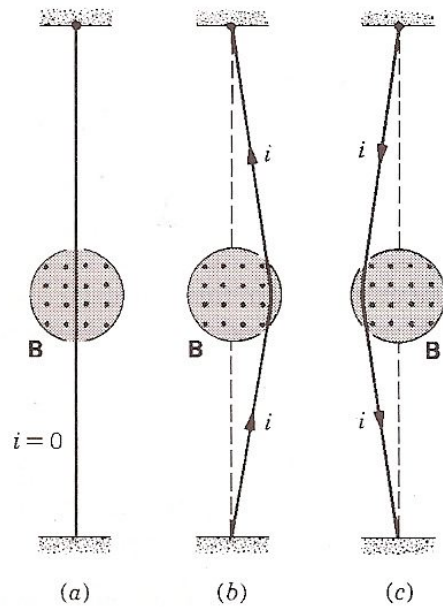
A TERRA É UM IMÃ



- Os polos magnéticos não coincidem com os polos geográficos.
- A polaridade magnética é oposta: a bússola na terra aponta ~ na direção do norte geográfico.

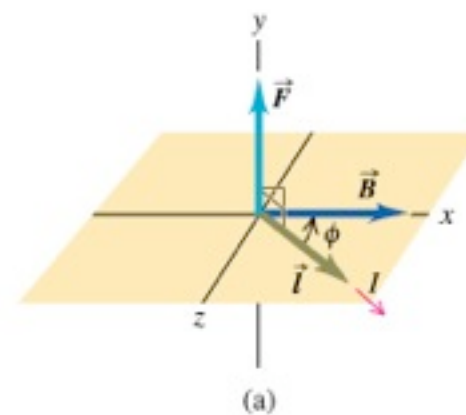
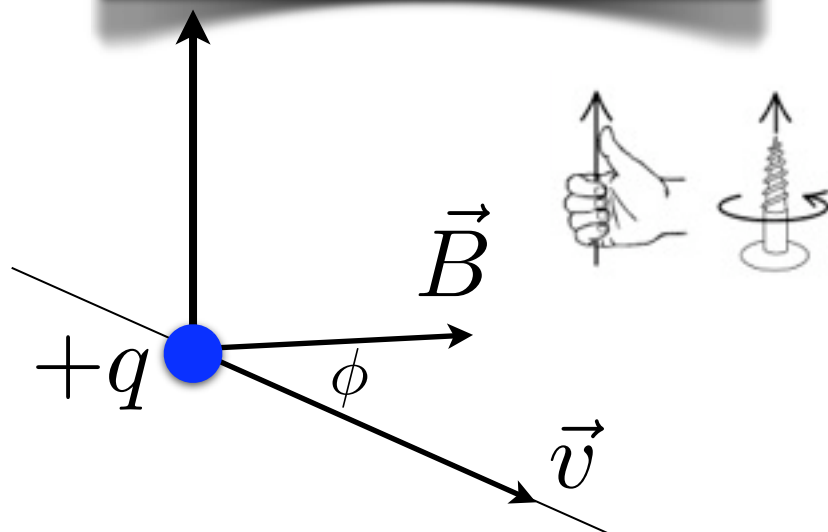


FORÇA SOBRE CARGAS EM MOVIMENTO

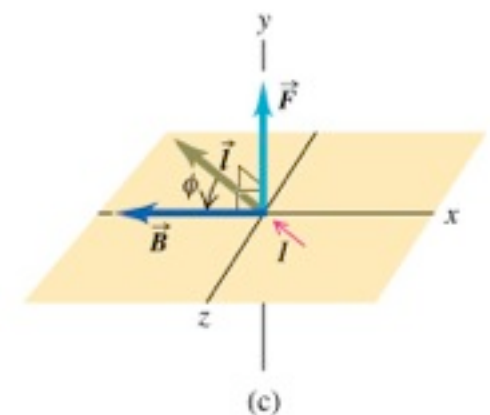
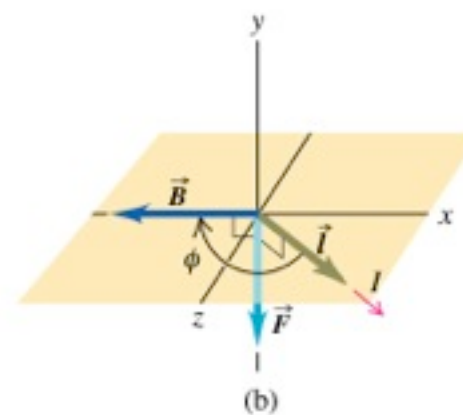


- A força depende do sentido e da intensidade da corrente, ou seja, da carga e da velocidade dos portadores.
- A força depende do sentido e da intensidade do campo
- É possível verificar que ela é perpendicular tanto a velocidade dos portadores, quanto ao campo magnético

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



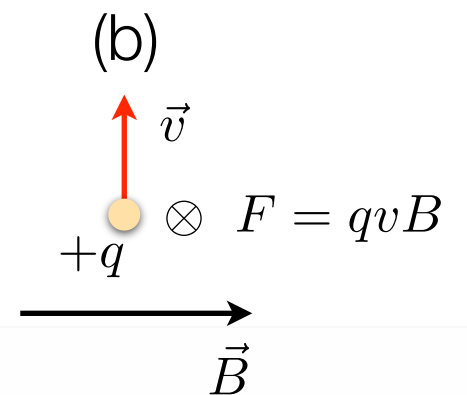
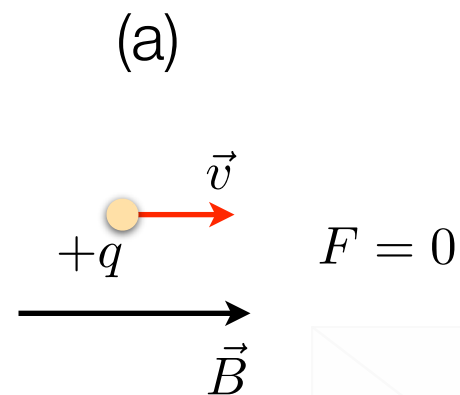
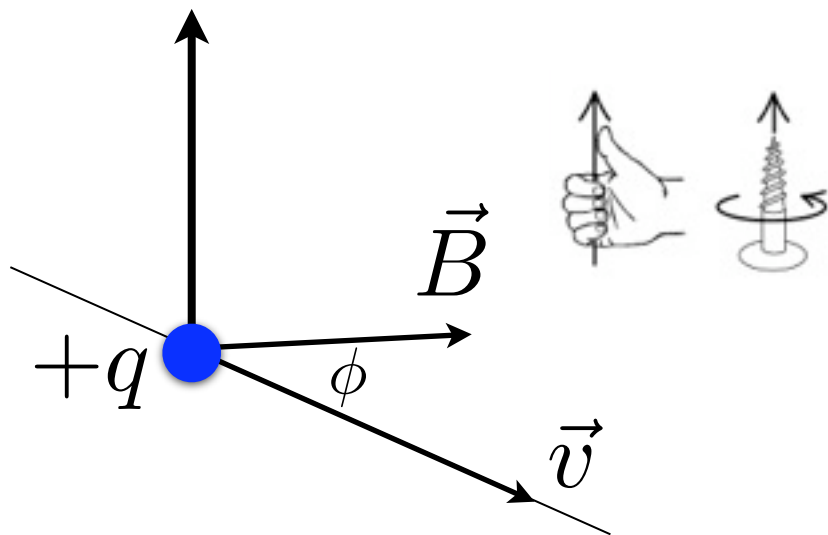
Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.



$$\Rightarrow F = qvB \sin(\phi)$$

FORÇA SOBRE CARGAS EM MOVIMENTO

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F = qvB\sin(\phi)$$



A força magnética sobre cargas em movimento, sendo perpendicular à velocidade, não trabalha.

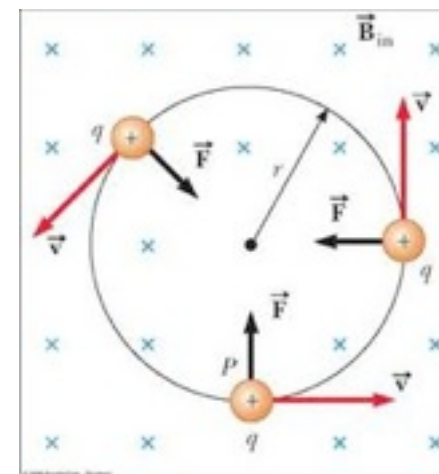
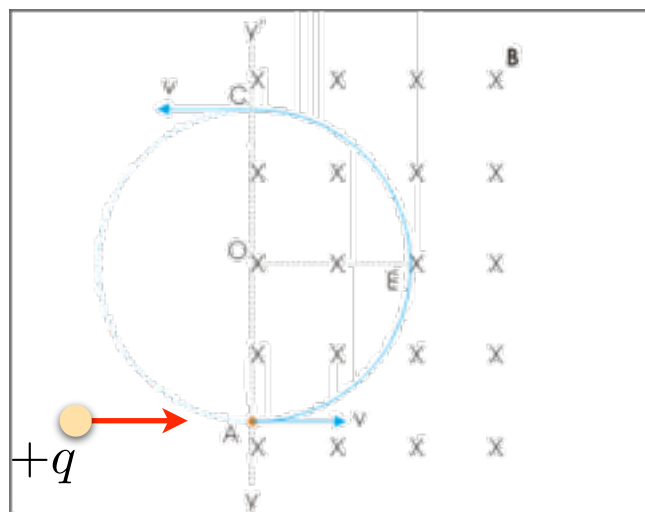
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{\ell}}{dt} \Rightarrow d\vec{\ell} = \vec{v}dt$$

$$\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F} \perp d\vec{\ell} \Rightarrow dW = 0$$

Unidades: (SI) 1 Tesla = 1 N/(C m/s); 1 T = 10^4 Gauss

FORÇA SOBRE CARGAS EM MOVIMENTO

Consequentemente: $\Delta E_c = 0 \Rightarrow |\vec{v}|$ constante, ou seja, a força magnética pode apenas alterar a direção da velocidade da partícula carregada.



$$F = qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \quad \text{O que acontece se a carga for negativa?}$$

Raio da órbita depende do momento da partícula, da sua carga e do valor do campo B

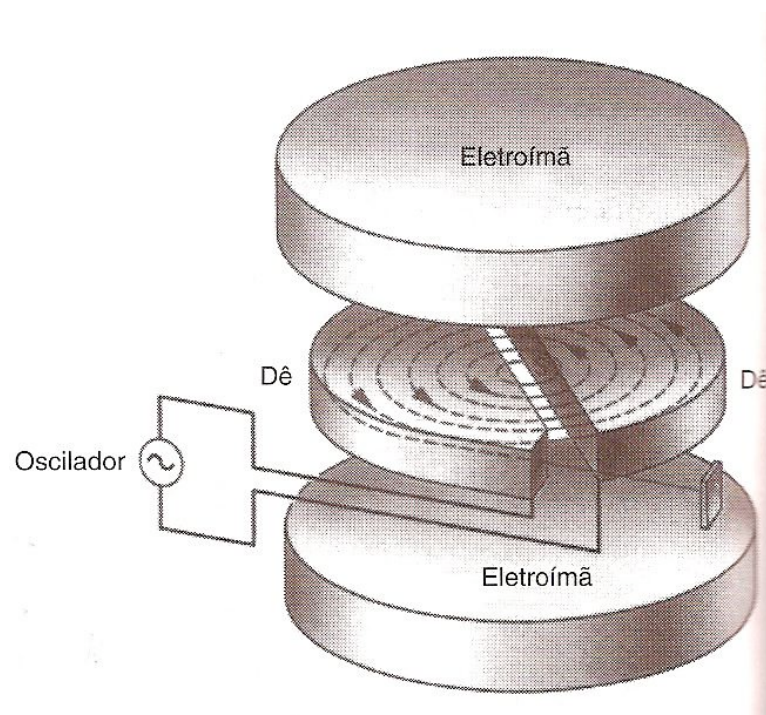
FREQUÊNCIA DE CICLOTRON

ACELERADOR CICLOTRON

$$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

Frequência de ciclotron

Para $v \ll c$, a frequência ν não depende de $v \Rightarrow$ elétrons lançados com velocidades menor, levam o mesmo tempo para percorrer sua trajetória circular de raio menor.



$$R = \frac{mv}{|q|B} \Rightarrow v = \frac{|q|BR}{m}$$

$$E_c = \frac{p^2}{2m} = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$

maior E_c maior R

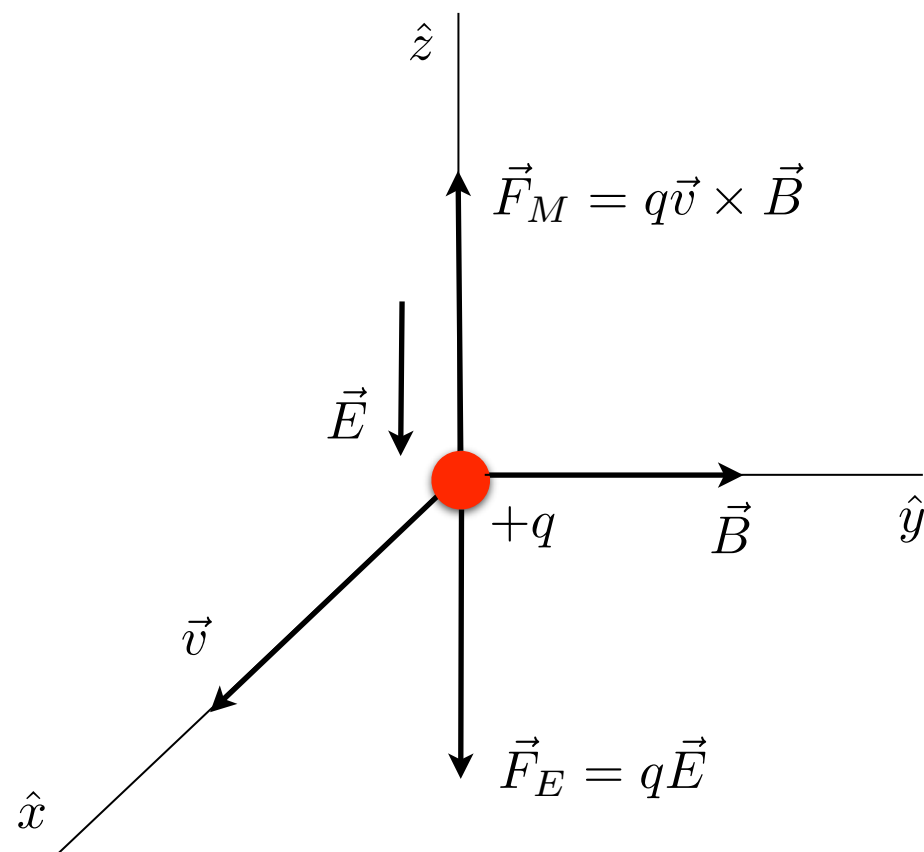
prótons acelerados até ~10MeV

FORÇA DE LORENTZ

- Na presença de um campo elétrico $\vec{E}$ e de um campo magnético $\vec{B}$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Suponha que $\vec{E}$, $\vec{B}$ e $\vec{v}$ são perpendiculares entre si (como ilustrado).



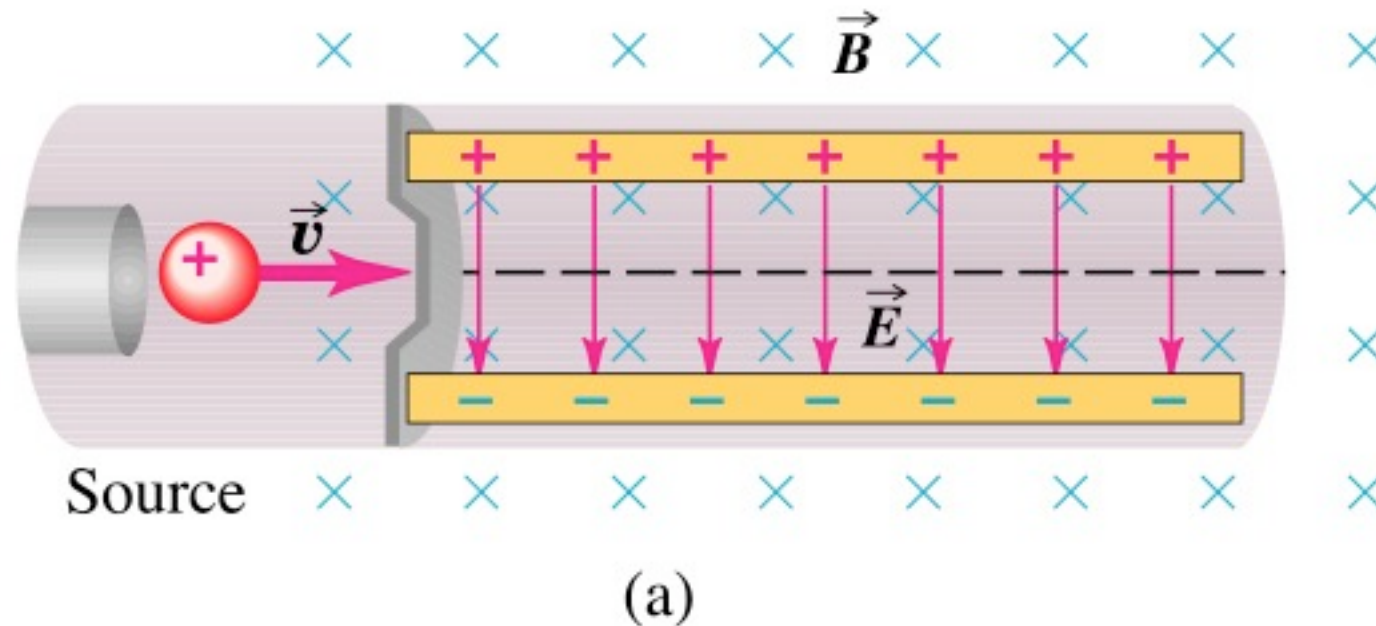
Nesse caso podemos ajustar E e B de tal forma que $\vec{F} = 0$. Dessa forma:

$$qE = qvB \Rightarrow \boxed{v = \frac{E}{B}}$$

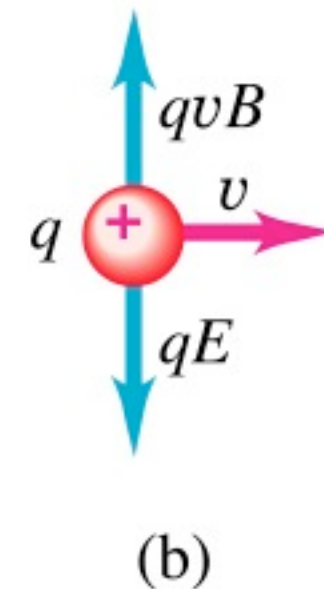
FORÇA DE LORENTZ

SELETOR DE VELOCIDADES

As partículas com essa velocidade não são defletidas nessa região. Podemos usar isso para como um dispositivo seletor de velocidade.



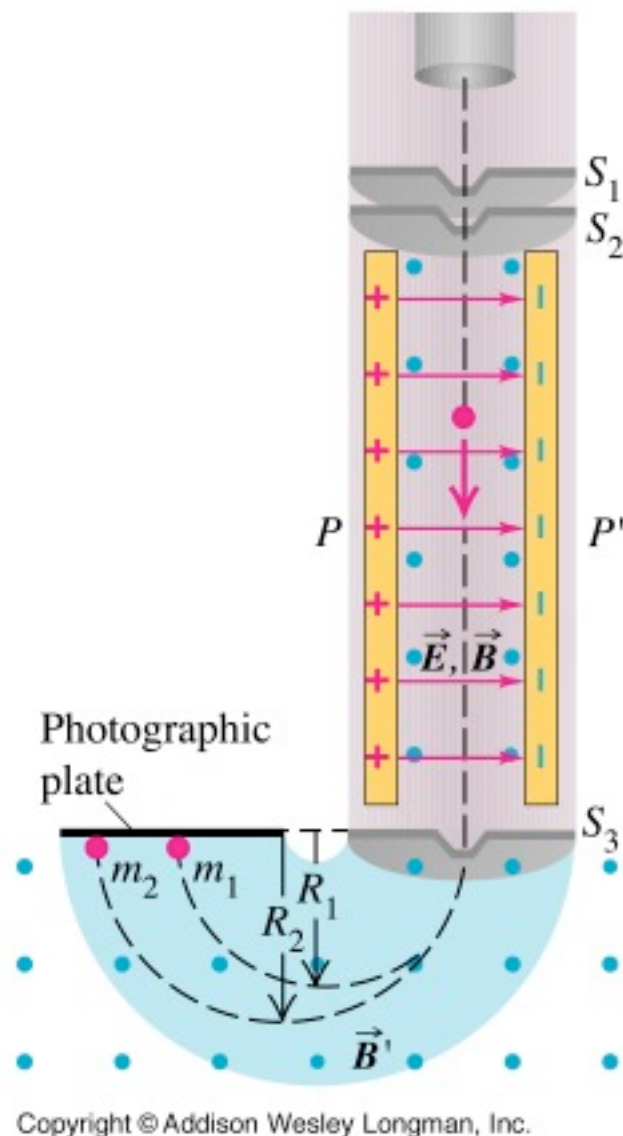
Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.



$$v = \frac{E}{B}$$

FORÇA DE LORENTZ

ESPECTRÔMETRO DE MASSA



Podemos combinar os dois resultados para construir um espectrômetro de massa. As partículas carregadas selecionadas com velocidades conhecidas

$$v = \frac{E}{B}$$

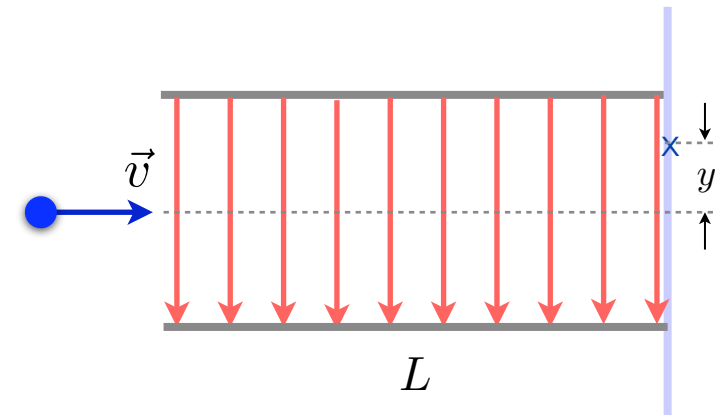
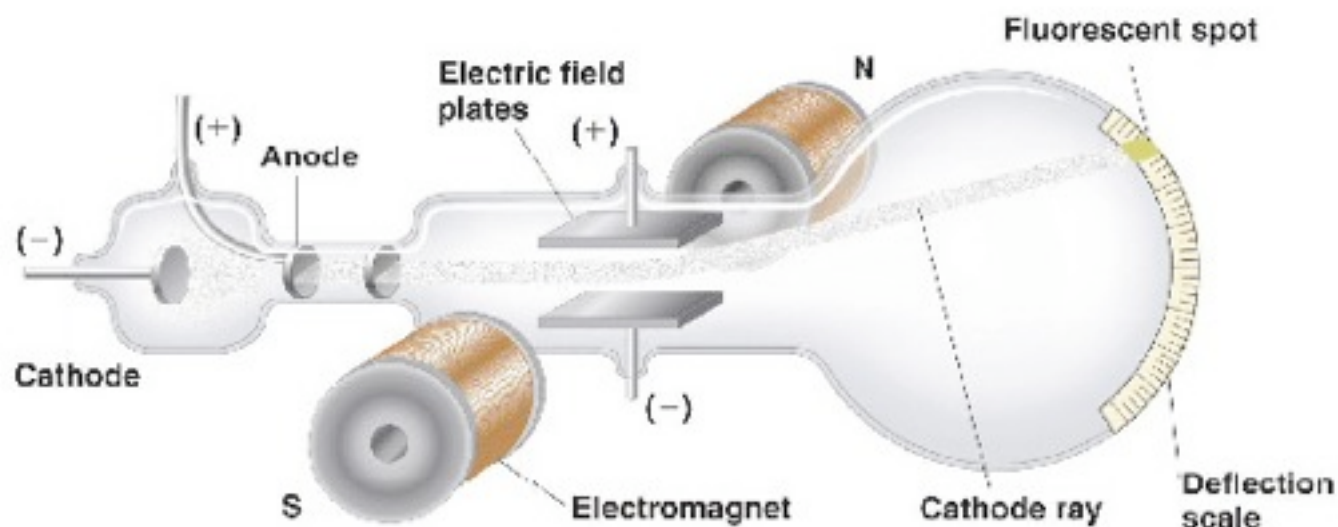
são injetadas em uma região com B apenas. Elas descrevem órbitas circulares de raio

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{mE}{qB^2}} \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{E}{RB^2}$$

FORÇA DE LORENTZ

RAZÃO CARGA MASSA - J. J. THOMSON



Sem campo magnético: $y = \frac{1}{2} \left(\frac{eE}{m} \right) t^2$ $t = \frac{L}{v} \Rightarrow y = \frac{eEL^2}{2mv^2}$

Campo magnético é ajustado de modo a que o feixe não seja defletido:

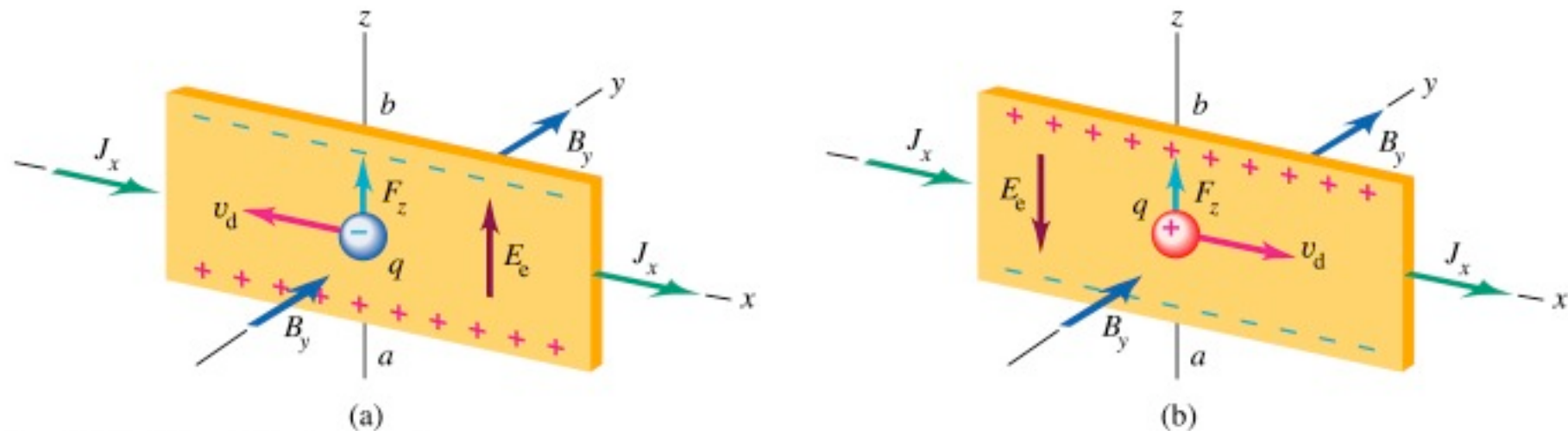
$$v = \frac{E}{B} \Rightarrow$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2Ey}{B^2 L^2}$$

$$\approx 1.7 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

EFEITO HALL

CLÁSSICO



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

A força magnética cria uma d.d.p. transversa V_{ab} , cuja polaridade (sinal) depende da carga dos portadores de corrente. V_{ab} se estabiliza quando

$$q\vec{E} = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow E = vB$$

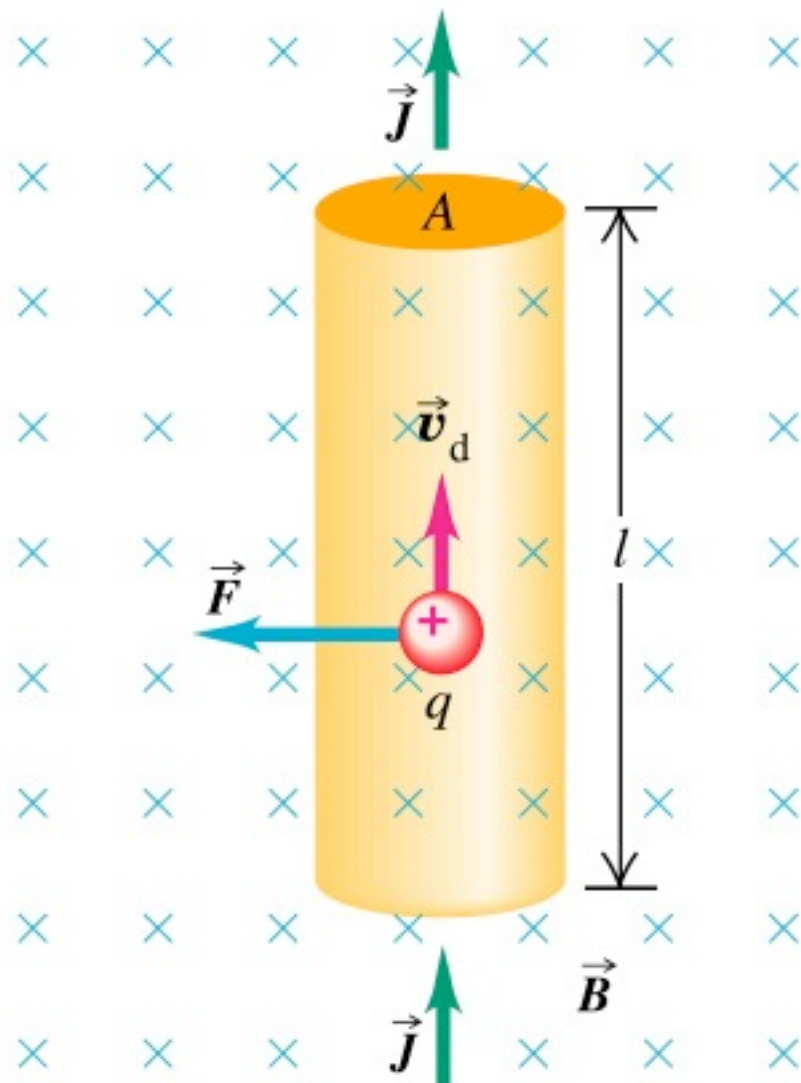
Considerando que a largura da tira é L e que sua espessura é ϵ , temos que

$$E = \frac{V}{L}; \quad v = \frac{j}{ne}; \quad j = \frac{i}{A} = \frac{i}{\epsilon L} \Rightarrow \boxed{n = \frac{iB}{e\epsilon V}}$$

Medindo V obtemos o sinal da carga e a densidade de portadores n

FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UM CONDUTOR

PERCORRIDO POR UMA CORRENTE ELÉTRICA



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

A força magnética cria uma d.d.p. transversa V_{ab} , cuja polaridade (sinal) depende da carga dos portadores de

$$\vec{F} = Nq \langle \vec{v} \rangle \times \vec{B}$$

de portadores

carga dos portadores

velocidade média dos portadores

$$N = nA\ell ; \quad \vec{j} = nq \langle \vec{v} \rangle \quad \Rightarrow$$

$$\vec{F} = nA\ell q \left(\frac{\vec{j}}{nq} \right) \times \vec{B} = \ell A \vec{j} \times \vec{B}$$

Escrevendo $\vec{j} = j\hat{j}$, $i = jA$ e definindo $\vec{\ell} = \ell\hat{j}$ obtemos:

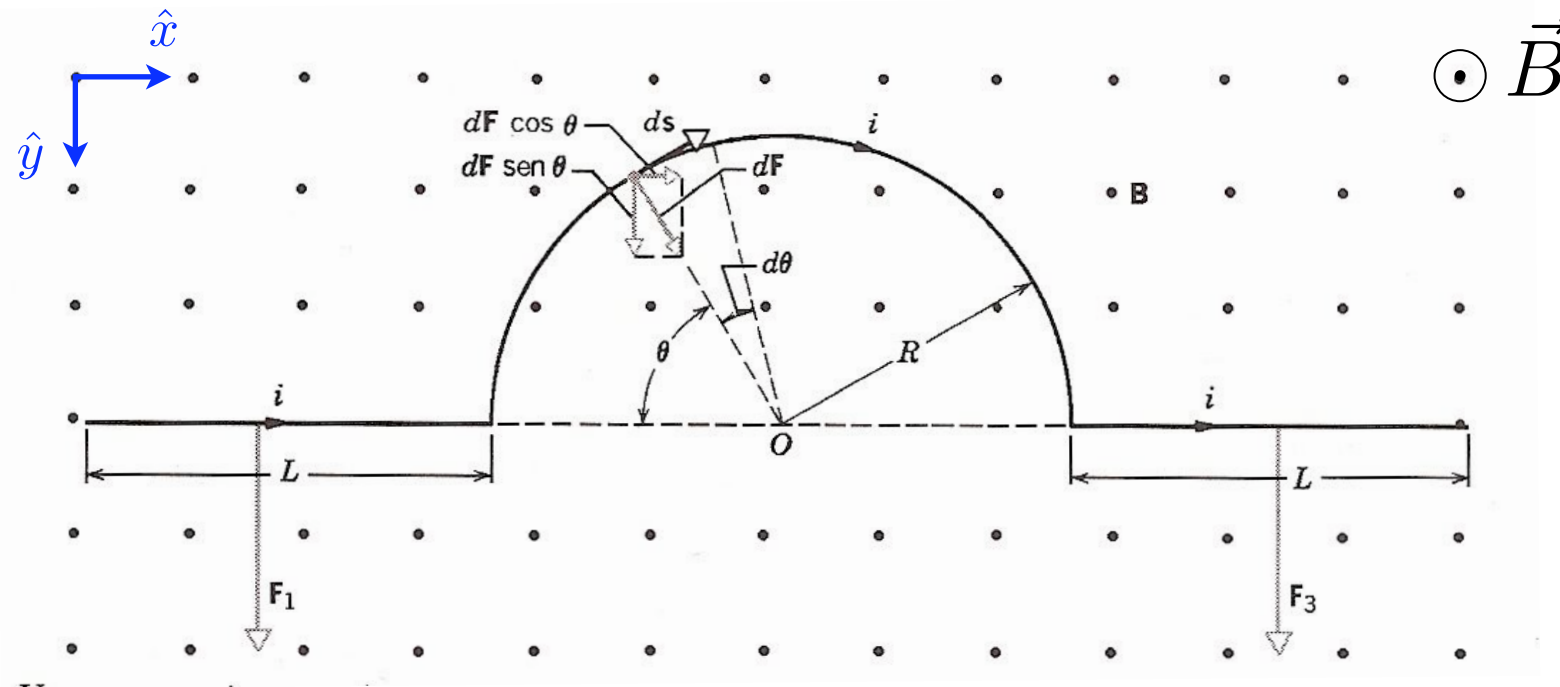
$$\vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B} \quad \text{ou, infinitesimalmente,}$$

$$d\vec{F} = id\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$d\vec{\ell}$ ao longo do condutor e na direção e sentido de $\hat{j}$

FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UM CONDUTOR

PERCORRIDO POR UMA CORRENTE ELÉTRICA



$$F_1 = F_3 = iLB$$

$$dF_2^x = dF \cos(\theta)$$

$$dF_2^y = dF \sin(\theta)$$

$$F_2^x = \int_0^\pi dF_2^x = 0 \quad \text{Consequentemente,}$$

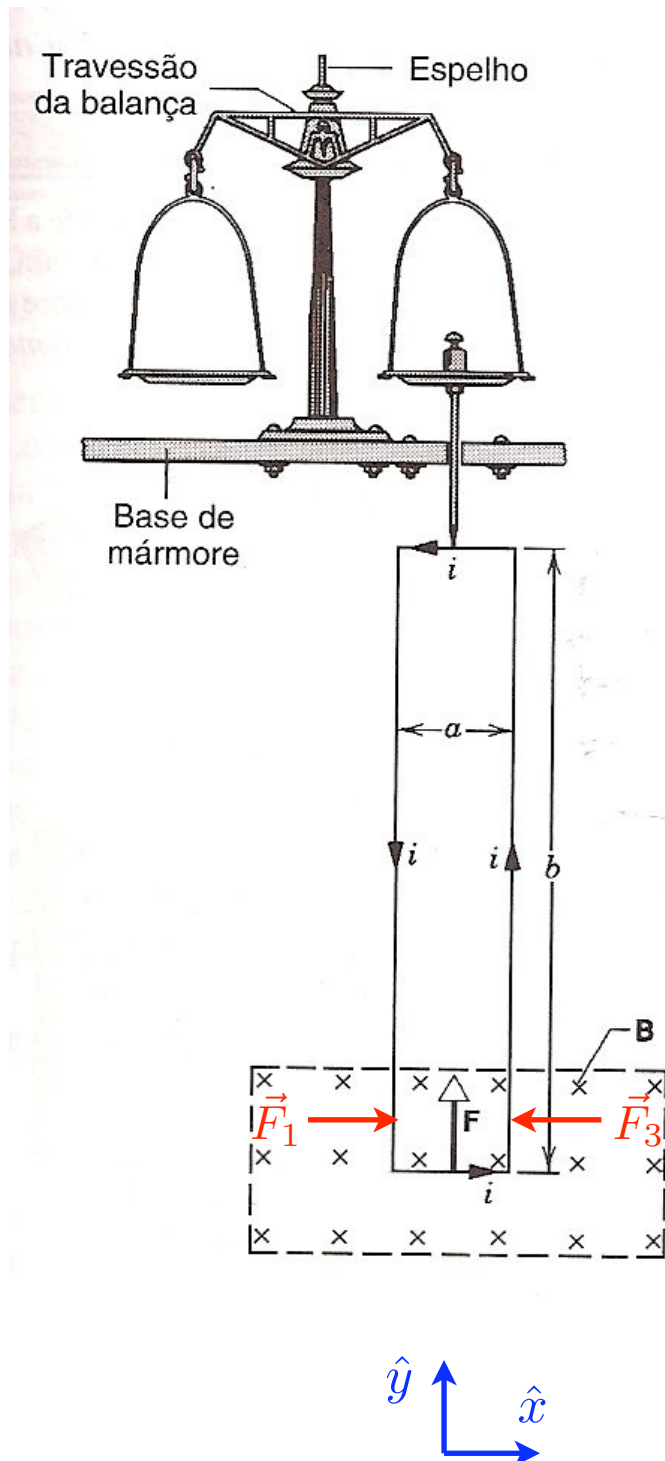
$$F_2^y = \int_0^\pi dF_2^y = \int_0^\pi dF \sin(\theta) = \int_0^\pi idl B \sin(\theta) = \int_0^\pi iR d\theta B \sin(\theta) \Rightarrow$$

$$F_2^y = iRB \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) = 2iRB \quad \text{Consequentemente,}$$

$$F = F_y = F_1 + F_2^y + F_3 = 2iLB + 2iBR = 2iB(L + R)$$

FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UM CONDUTOR

PERCORRIDO POR UMA CORRENTE ELÉTRICA



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_3$$

$$\vec{F} = i\vec{\ell} \times \vec{B} \Rightarrow F = iaB$$

A bobina é composta por 9 fios, consequentemente,

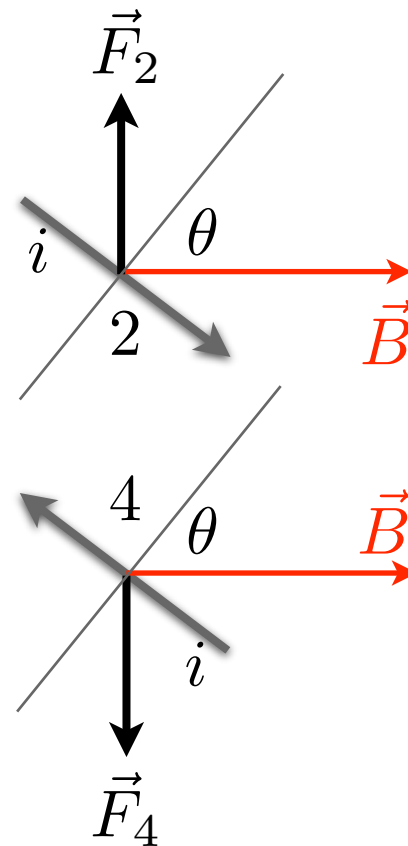
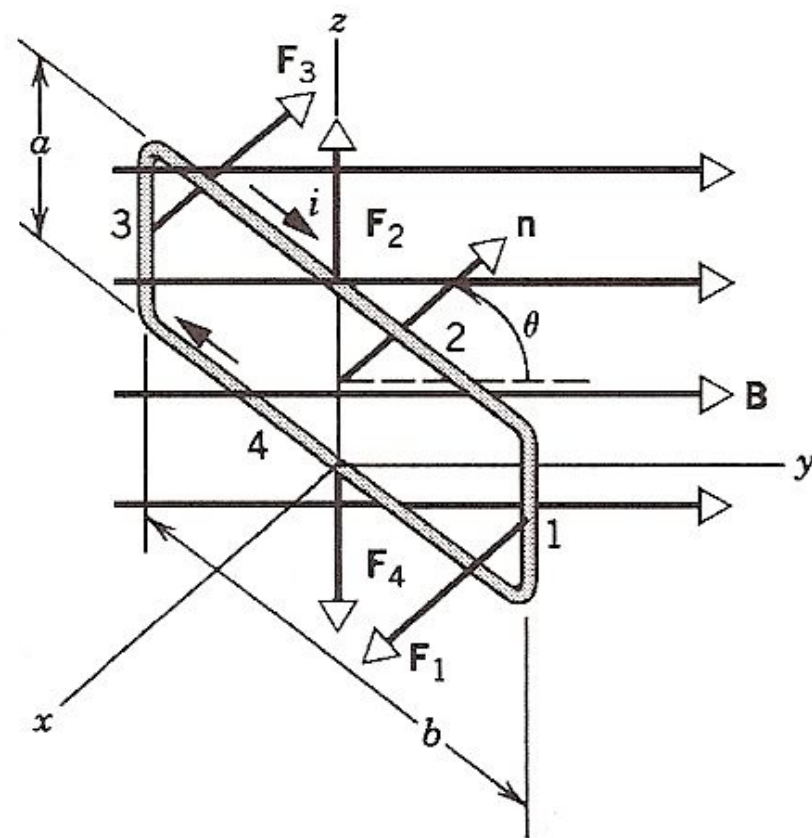
$$\vec{F} = 9iaB\hat{y}$$

$$mg = F_T = 9iaB \Rightarrow$$

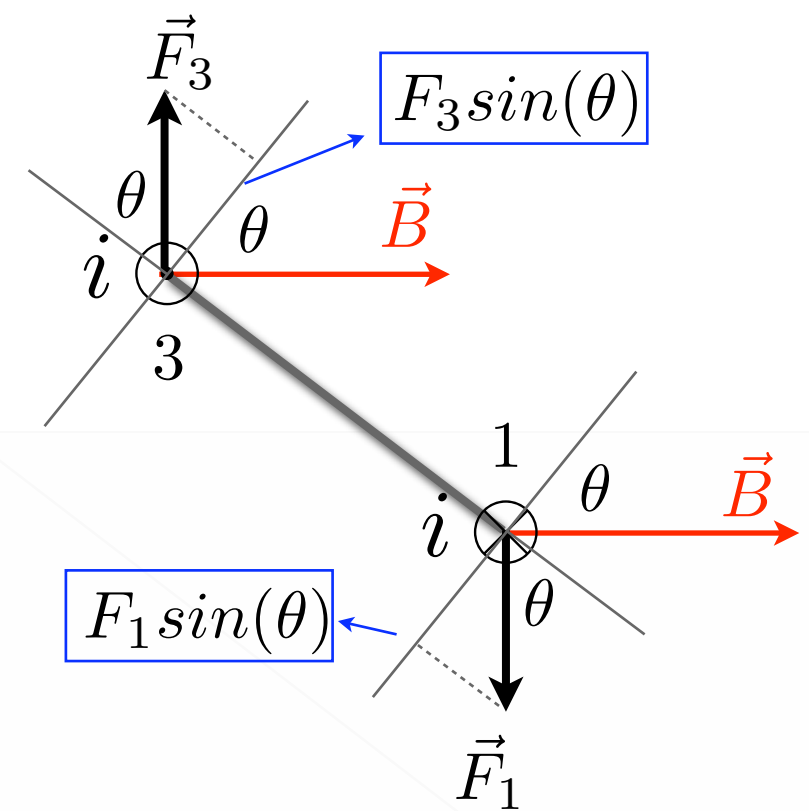
$$B = \frac{mg}{9ia}$$

FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

GALVANÔMETRO



Vista de cima



$$F_2 = F_4 = ibB \cos(\theta); \quad F_1 = F_3 = iaB$$

$$\sum_{i=1,4} \vec{F}_i = 0$$

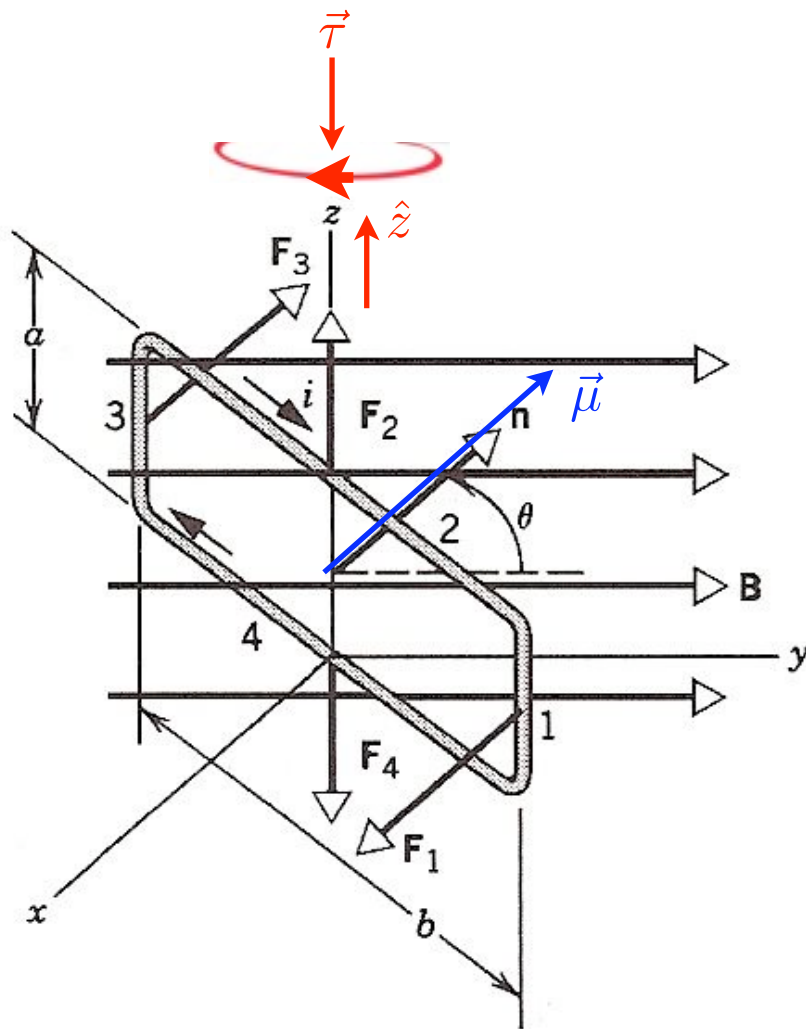
Entretanto,

$$\vec{F}_1 \text{ e } \vec{F}_3 \text{ causam torque, e a espira gira em torno do eixo z: } \vec{\tau} = -iabB \sin(\theta) \hat{z}$$

$$\vec{F}_2 \text{ e } \vec{F}_4 \text{ não causam torque.}$$

FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

GALVANÔMETRO



$$\vec{\tau} = -iabB \sin(\theta) \hat{z}$$

Definindo $\vec{A} = A\hat{n}$ onde $A = ab$

$$\vec{\mu} = iA\hat{n} \Rightarrow \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$\vec{\mu}$ - momento de dipolo magnético da espira

O torque tende a alinhar o dipolo $\vec{\mu}$ na direção do campo $\vec{B}$

FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

ENERGIA POTENCIAL

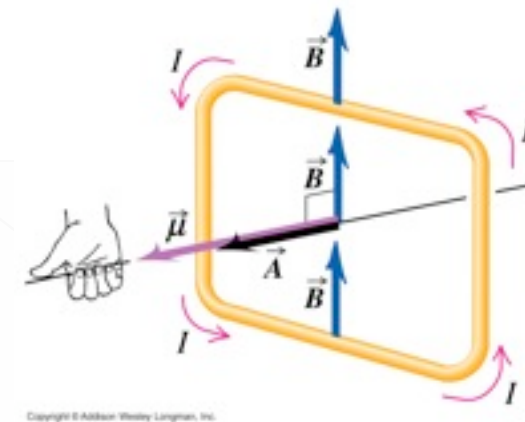
$$dW = \tau d\theta = \mu B \sin(\theta) d\theta$$

$$\Delta U = \int \mu B \sin(\theta) d\theta$$

Escolha de origem: $U\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$$U(\theta) - U\left(\frac{\pi}{2}\right) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\theta} \mu B \sin(\theta') d\theta' \Rightarrow U(\theta) = -\mu B \cos(\theta)$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

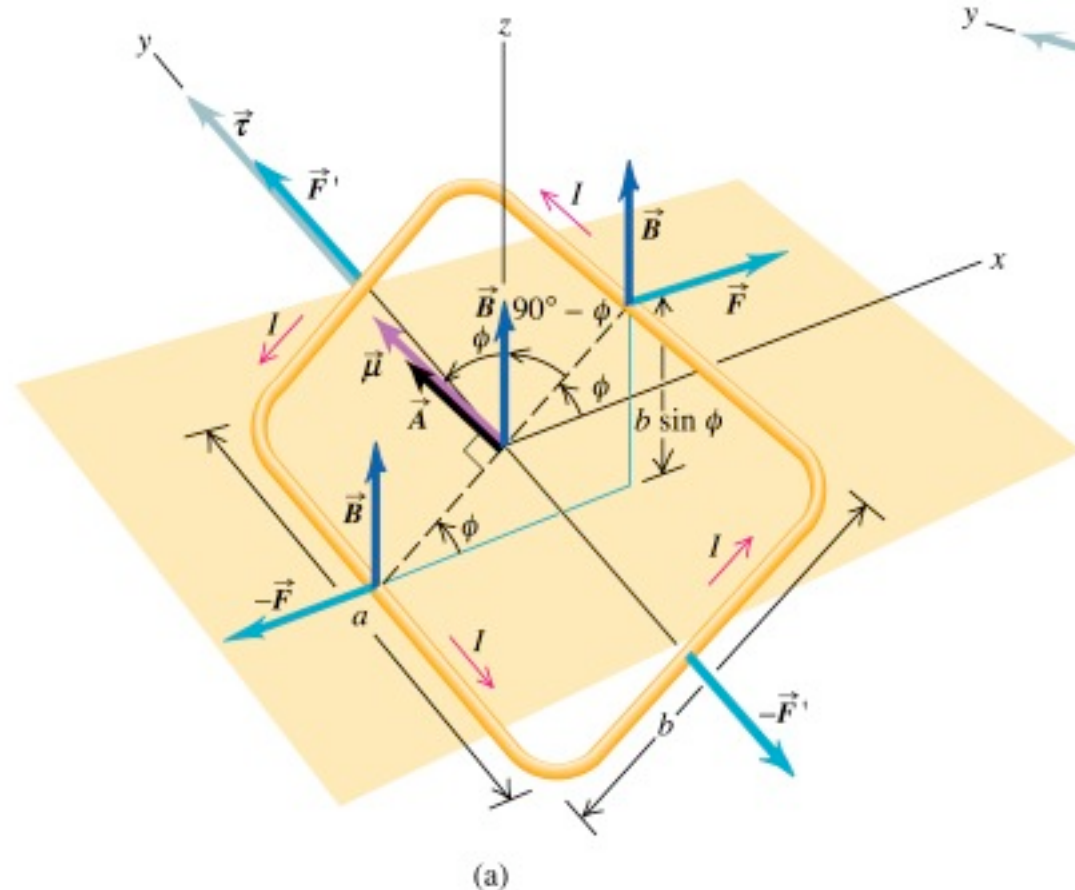


FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

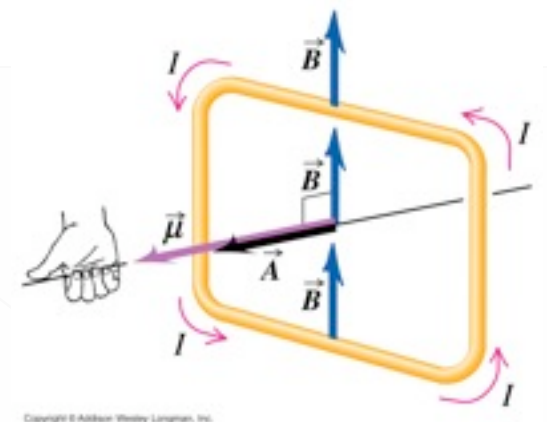
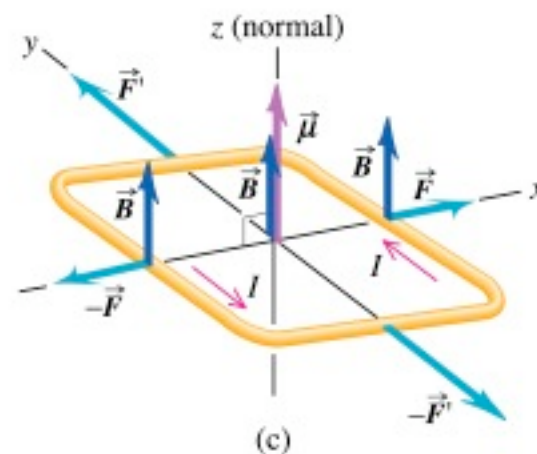
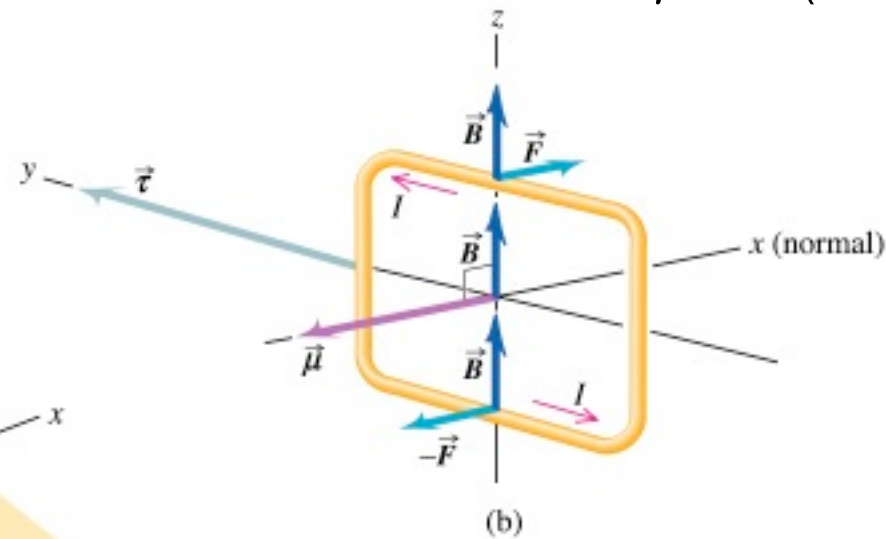
GALVANÔMETRO

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$\tau = \mu B \quad (\text{max}) \quad U = 0 \quad (\text{max})$$



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.



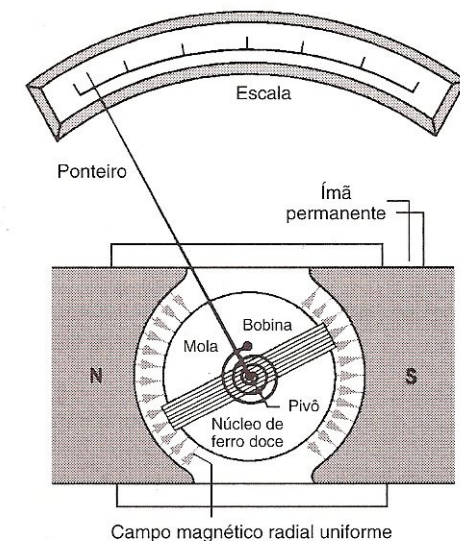
Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

$$\tau = 0; \quad U = -\mu B \quad (\text{mínima})$$

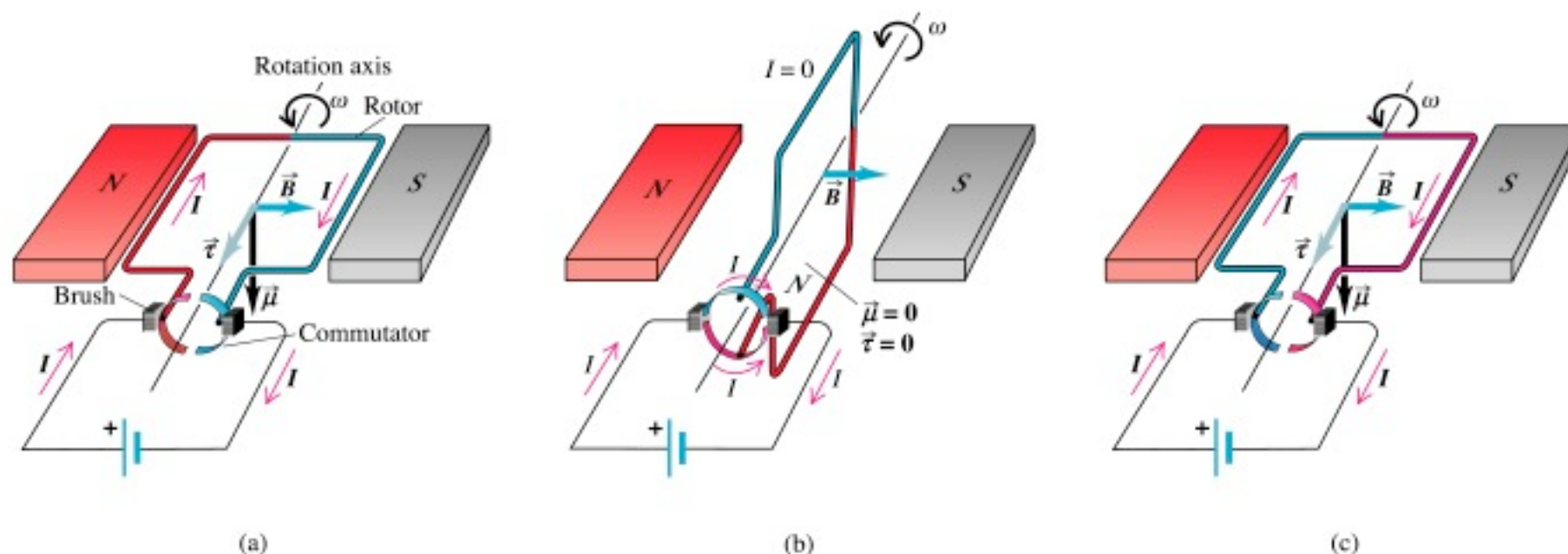
FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA ESPIRA CONDUTORA

GALVANÔMETRO E MOTOR ELÉTRICO

Galvanômetro: ao passar corrente na bobina, o torque causado pelo campo magnético gira a bobina e, portanto, o ponteiro.



A direção da corrente deve ser revertida no tempo certo para que ocorra a rotação continuamente na mesma direção



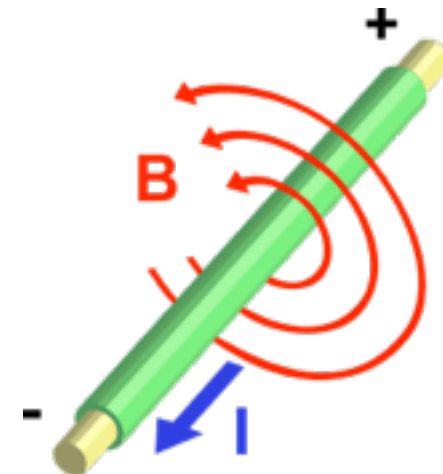
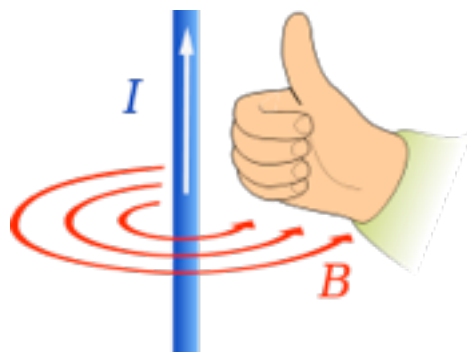
LEI DE AMPÈRE

Aula # 15

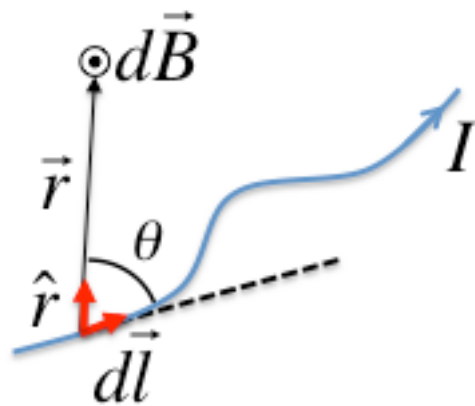
MAGNETISMO PRODUZIDO POR CARGA EM MOVIMENTO

BIOT-SAVART

- Carga em movimento gera campo magnético



- Campo magnético produzido por um elemento de corrente em um ponto $\vec{r}$



$$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{id\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{id\ell \sin(\theta)}{r^2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$$

permeabilidade magnética do vácuo

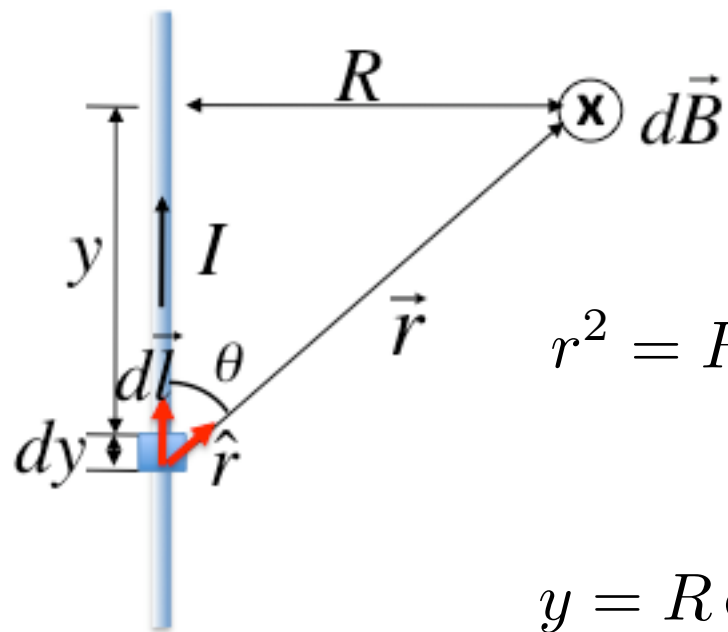
$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \int \frac{id\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$$

Soma feita sobre todos
os elementos de corrente

MAGNETISMO PRODUZIDO POR CARGA EM MOVIMENTO

APLICAÇÕES DE BIOT-SAVART

• Fio longo retilíneo



$$B = \int dB = \int \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi} \right) \frac{dy \sin(\theta)}{r^2}$$

$$r^2 = R^2 + y^2; \quad \sin(\theta) = \frac{R}{r} \quad \Rightarrow \quad B = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{R dy}{(R^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$y = R \cot \theta \quad \Rightarrow \quad dy = -R \csc^2 \theta d\theta; \quad R^2 + y^2 = R^2 \csc^2 \theta \quad \Rightarrow$$

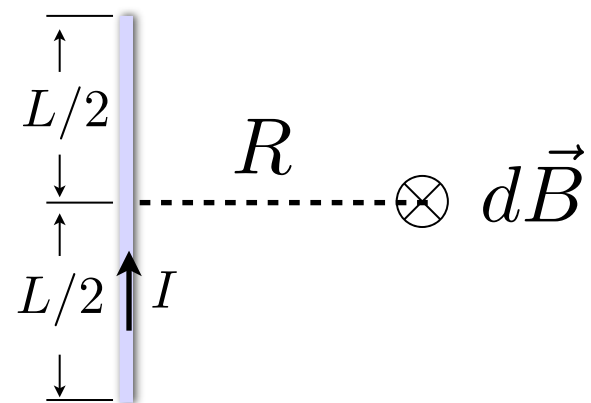
$$B = - \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \right) \int \frac{d\theta}{\csc \theta} = - \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \right) \int \sin \theta d\theta = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \right) \cos \theta = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \right) \frac{y}{(y^2 + R^2)^{1/2}} \Big|_{-\infty}^{+\infty}$$

$$\Rightarrow \quad B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R} \right)$$

MAGNETISMO PRODUZIDO POR CARGA EM MOVIMENTO

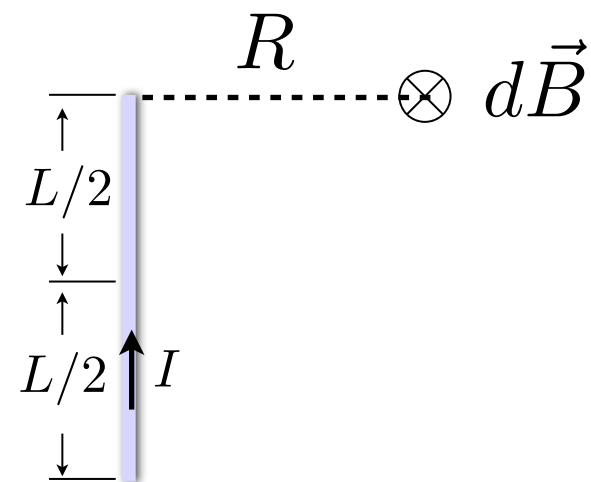
APLICAÇÕES DE BIOT-SAVART

- Fio finito de comprimento L - Ponto P situado sobre a bissetriz do fio



$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \right) \frac{y}{(y^2 + R^2)^{1/2}} \Bigg|_{-L/2}^{+L/2} = \frac{2L}{(L^2 + 4R^2)^{1/2}}$$

- Ponto P situado sobre um eixo perpendicular ao fio passando pelo topo do fio

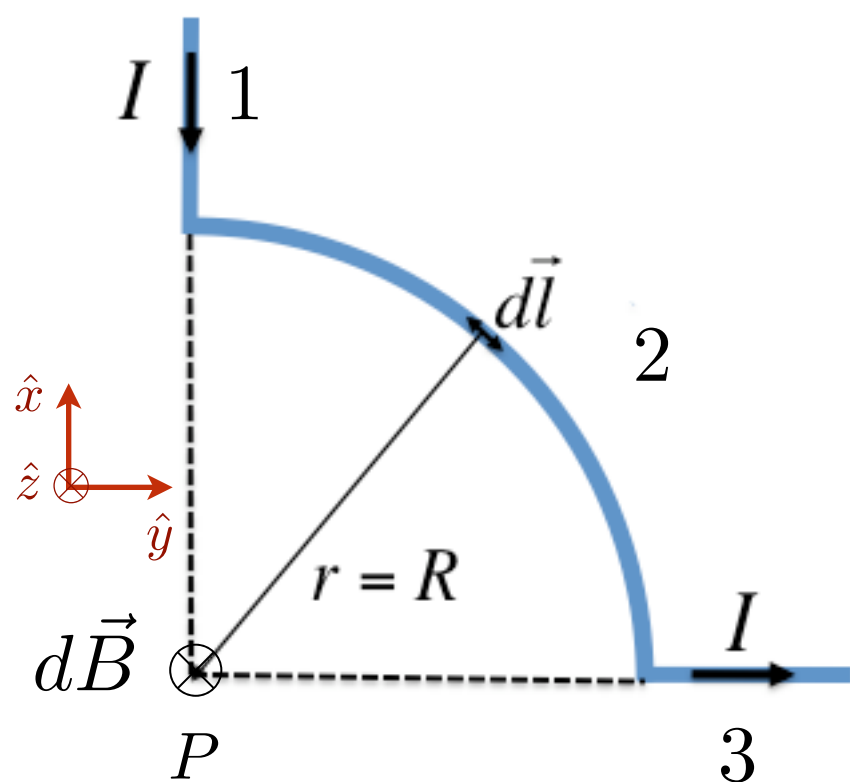


$$B = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \right) \frac{y}{(y^2 + R^2)^{1/2}} \Bigg|_{-L}^0 = \frac{L}{(L^2 + R^2)^{1/2}}$$

MAGNETISMO PRODUZIDO POR CARGA EM MOVIMENTO

APLICAÇÕES DE BIOT-SAVART

- Campo B no ponto P



Contribuições devido aos trechos 1 e 3 são nulas pois $d\vec{\ell}$ e $\vec{r}$ são paralelos: $d\vec{B}_1 = d\vec{B}_3 = 0$ ($\vec{r} \parallel \vec{B}$)

$$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{id\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{id\ell \sin(\theta)}{r^2}$$

$$d\vec{B}_3 = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{Id\ell}{R^2} \hat{z}; \quad d\ell = R d\theta \Rightarrow$$

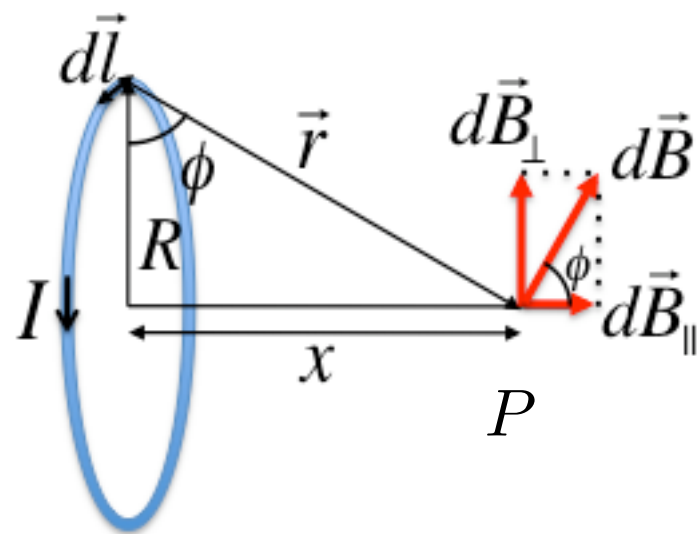
$$B_3 = \int dB_3 = \int \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi} \right) \frac{R d\theta}{R^2} = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi} \right) \frac{\pi/2}{R} = \frac{\mu_0 I}{8R} \Rightarrow$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{8R} \hat{z}$$

MAGNETISMO PRODUZIDO POR CARGA EM MOVIMENTO

APLICAÇÕES DE BIOT-SAVART: ESPIRA CIRCULAR

- Campo B no ponto P



$$\vec{B}_{\perp} = \int d\vec{B}_{\perp} = 0$$

$$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{i d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} \Rightarrow dB = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{id\ell \sin \theta}{r^2}$$

$$d\vec{\ell} \perp \vec{r} \Rightarrow dB = \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \frac{Id\ell}{r^2}$$

$$dB_{\parallel} = dB \cos \phi; \quad dB_{\perp} = dB \sin \phi$$

$$\cos \phi = \frac{R}{r}; \quad \sin \phi = \frac{x}{r}$$

$$\vec{B}_{\parallel} = \int d\vec{B}_{\parallel} = \int dB_{\parallel} \hat{x}$$

$$B_{\parallel} = \int dB_{\parallel} = \int dB \cos \phi = \int \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right) \left(\frac{Id\ell}{r^2} \right) \left(\frac{R}{r} \right) = \left(\frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \right) \int d\ell = \left(\frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \right) 2\pi R = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_{\parallel} + \vec{B}_{\perp} = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}} \hat{x}$$