

Lei de indução de Faraday



Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

<https://cursos.if.uff.br/!fisica2-0217/doku.php>

Indução

Aprendemos que:

Uma espira condutora percorrida por uma corrente i na presença de um campo magnético sofre ação de um torque:

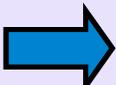
espira de corrente + campo magnético \Rightarrow torque

Será que...

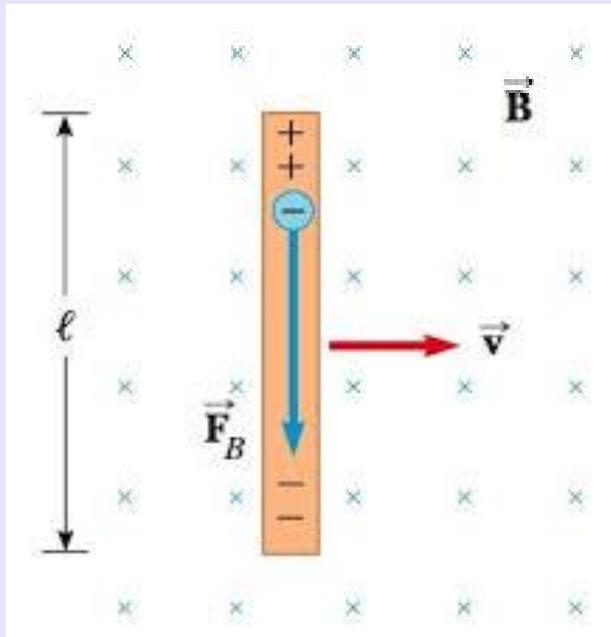
Uma espira sem corrente ao girar no interior de uma região onde há um campo magnético B , faz aparecer uma corrente i na espira? Isto é:

torque + campo magnético \Rightarrow corrente?

Força eletromotriz de movimento

fem de movimento  é a fem induzida num condutor que se move num campo magnético.

Barra metálica movendo-se transversalmente numa região de campo B com velocidade constante v .



Os elétrons livres da barra sofrem uma força para baixo dada por:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow F_B = qvB$$



os elétrons se moverão para a extremidade inferior do condutor.



Força eletromotriz de movimento

As cargas que se acumulam nas duas extremidades criam um campo elétrico no interior do condutor e as cargas moveis sentem uma força dada por:

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

Quando o sistema entra em equilíbrio

$$\Rightarrow F_E = F_B$$

$$qE = qvB$$

$$\Rightarrow E = vB$$

No equilíbrio o campo elétrico é constante

$$\Rightarrow V = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = El = Blv$$

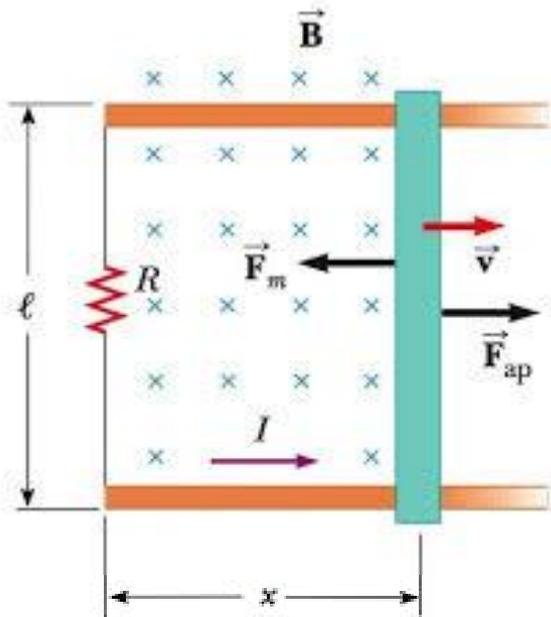
Obs: se a direção do movimento for invertida, a polaridade de V também é invertida.



Há uma ddp constante entre as extremidades do condutor enquanto houver o movimento através do campo.



Corrente induzida em um circuito



O condutor móvel desliza ao longo de um condutor em forma de U puxado por uma força externa. O trabalho realizado pela força é:

$$v = C^{te} \Rightarrow |\vec{F}_{ap}| = |\vec{F}_B|$$

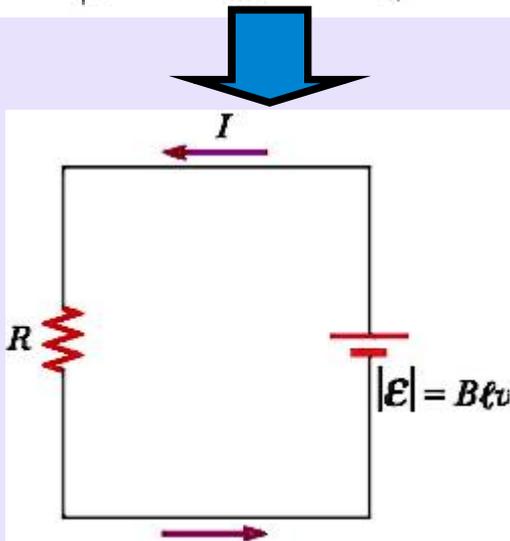
$$\text{Como } \vec{l} \perp \vec{B} \Rightarrow |\vec{F}_B| = ilB$$

$$\Rightarrow dW = \vec{F}_{ap} \cdot d\vec{x} = lBidx = lB \frac{dq}{dt} dx = lB \frac{dx}{dt} dq$$

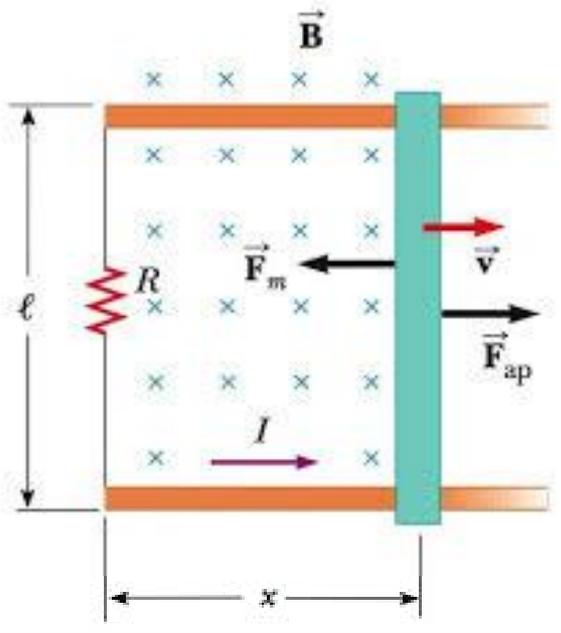
Onde podemos identificar que:

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq} = lBv$$

Este trabalho vai produzir uma diferença de potencial entre as extremidades do condutor enquanto perdurar o movimento. O condutor em movimento corresponde a uma fem.



Corrente induzida em um circuito



Corrente no
circuito

$$\Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{vBl}{R}$$

Dissipação de energia

A barra ao se deslocar através do campo magnético uniforme sofre uma força magnética dada por:

$$d\vec{F}_B = i d\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_B = ilB$$

$$v = C^{te} \Rightarrow |\vec{F}_{ap}| = |\vec{F}_B|$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_B| = |\vec{F}_{ap}| = ilB$$

Potência proporcionada pela força externa

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{F}_{ap} \cdot \vec{x}) = \vec{F}_{ap} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{F}_{ap} // \vec{v} \Rightarrow P = (ilB) v; \text{ como } i = \frac{vBl}{R} \Rightarrow P = \frac{(Blv)^2}{R}$$



Energia dissipada pela força

$$\text{como } \varepsilon = Blv \Rightarrow P = \frac{(Blv)^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

$$\text{como } V = \varepsilon = Ri$$

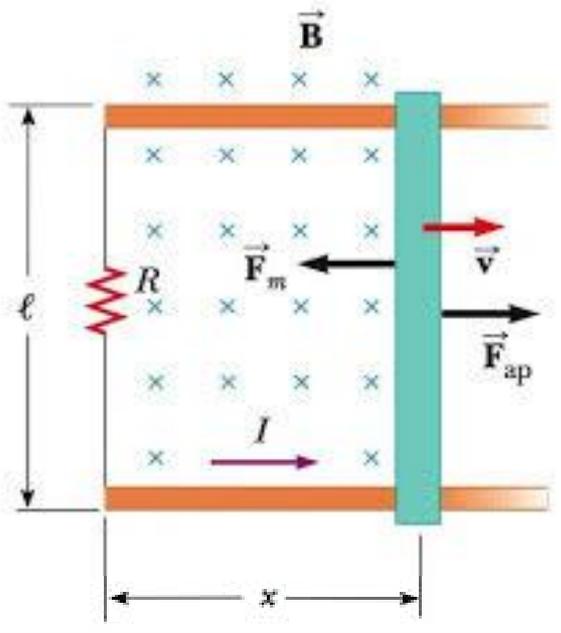
$$\Rightarrow P = \frac{(Blv)^2}{R} = i^2 R$$



A potência gerada pelo deslocamento do condutor é igual a taxa de dissipação de energia no resistor.



Lei de indução de Faraday



A fem induzida no circuito pode ser considerada de outro ponto de vista. Enquanto o condutor se move para a direita numa distância dx , a área da seção transversal do circuito aumenta:

$$dA = ldx$$

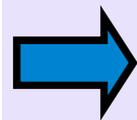
Há uma variação de fluxo magnético através da área transversal.

$$d\phi = BdA = Bl dx$$

Como o fluxo está variando no tempo, temos:

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(\frac{dx}{dt} \right) Bl = vBl$$

$$\text{como } \varepsilon = vBl \Rightarrow \varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$$



A fem induzida no circuito é numericamente igual à taxa de variação do fluxo magnético através dele.

Experimentos de Faraday

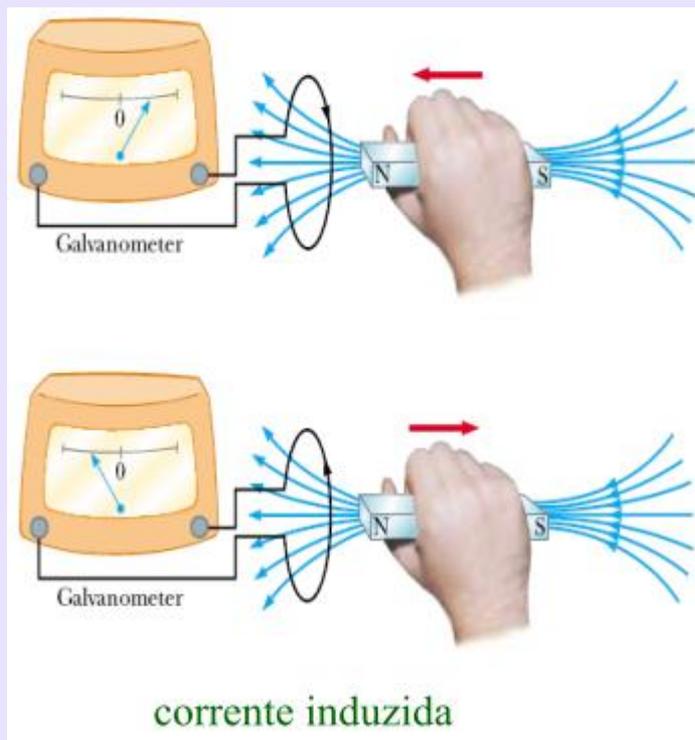
Faraday observou que o movimento relativo de um conjunto de ímãs e circuitos metálicos fechados fazia aparecer nestes últimos correntes transientes.

Primeiro experimento:

Espira conectada a um galvanômetro - não há bateria! Observa-se que:

1- se houver movimento relativo ímã-espira, aparecerá uma corrente no galvanômetro;

2- quanto mais rápido for o movimento relativo, maior será a corrente na espira.



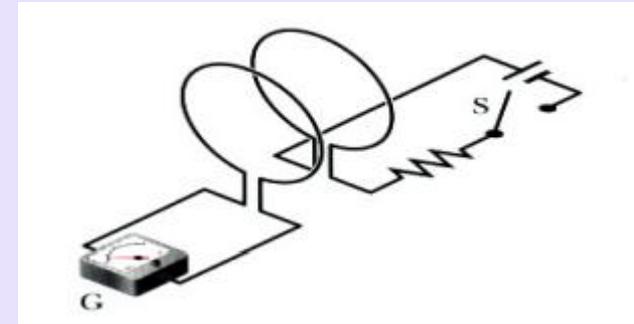
Experimentos de Faraday

Segundo experimento:

Figura ao lado: duas espiras condutoras próximas uma da outra, mas sem se tocarem.

Fechando-se a chave S (para ligar a corrente na espira da direita) aparece um pico momentâneo de corrente no galvanômetro G.

Abrindo-se a chave S (para desligar a corrente), aparece um pico momentâneo de corrente no galvanômetro, no sentido oposto à da anterior.



Embora não haja movimento das espiras, temos uma corrente induzida ou uma força eletromotriz induzida (fem).

Nesta experiência, uma fem é induzida na espira somente quando o campo magnético que a atravessa estiver variando.

A Lei de Faraday da Indução

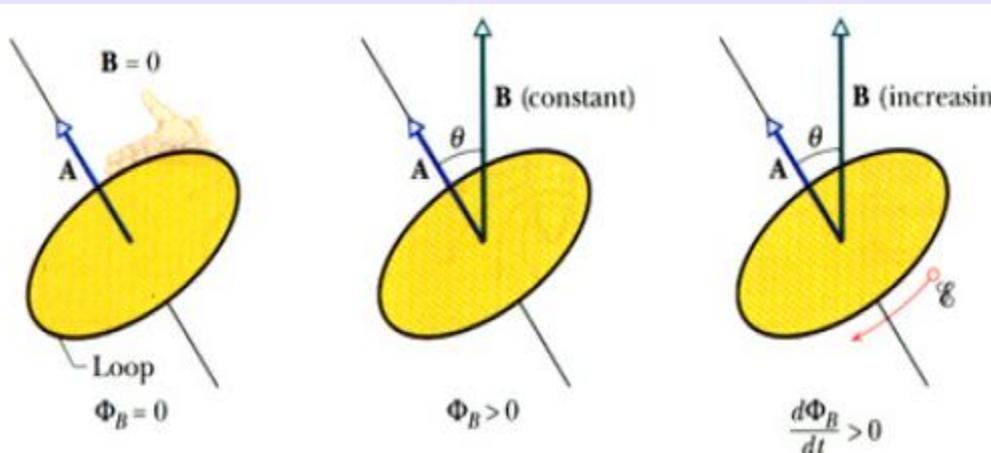
Fluxo do campo magnético:

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

A unidade SI para fluxo é o weber (Wb)

$$1 \text{ weber} = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

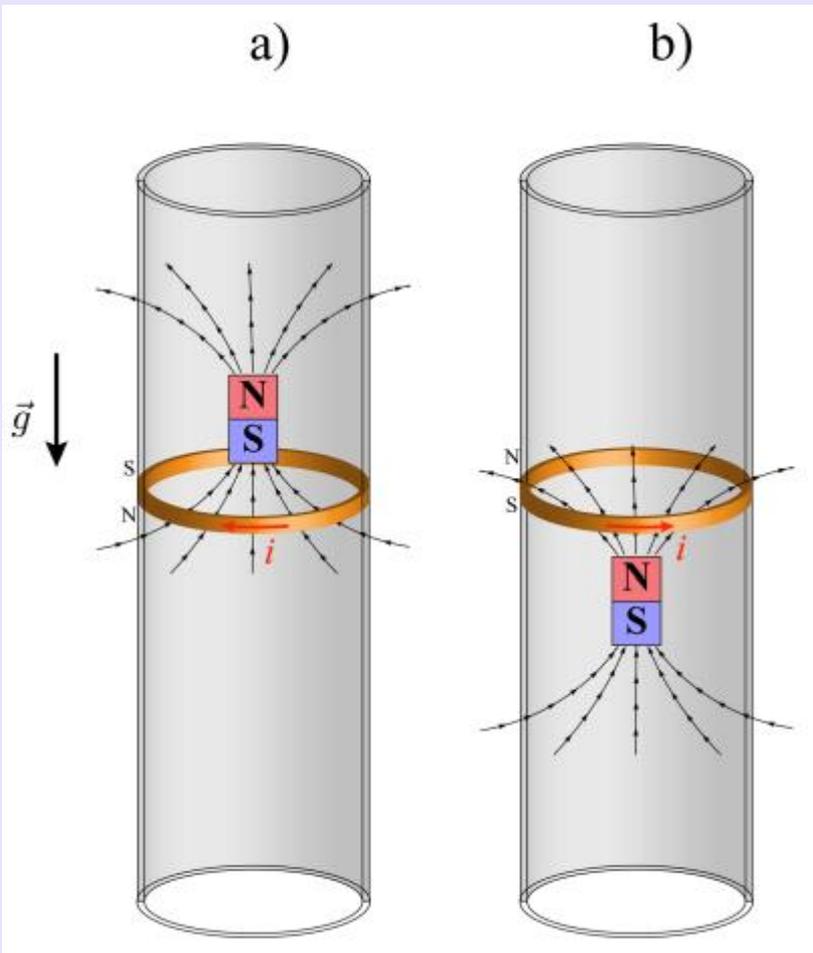
A intensidade da fem induzida é igual à taxa de variação temporal do fluxo do campo magnético :



$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt} \quad (\text{Lei de Faraday})$$

O sinal negativo indica que a fem deve se opor à variação do fluxo que a produziu.

Lei de Lenz



“A polaridade da fem induzida é tal, que ela tende a provocar uma corrente que irá gerar um fluxo magnético que se opõe à variação do fluxo magnético através do circuito fechado,”

⇒ Se a corrente na espira não opôr-se a variação do fluxo, o ímã seria atraído pela espira, se acelerando em sua direção. A energia cinética do ímã iria aumentar violando a conservação da energia.

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}$$

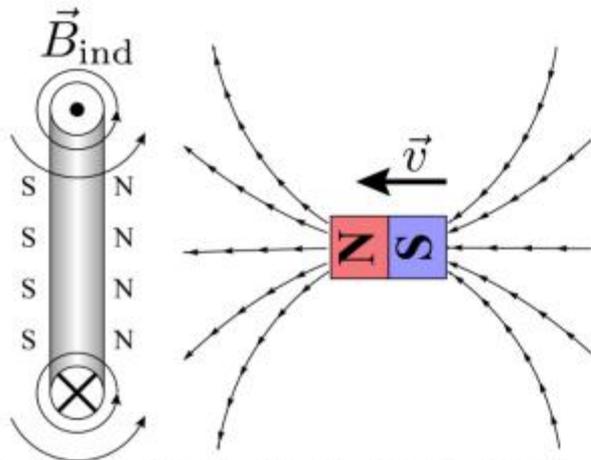
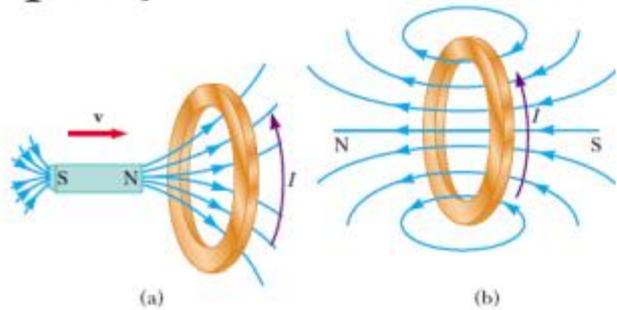
O sinal negativo vem do fato de que a fem induzida se opõe à mudança de fluxo. (lei de Lenz)



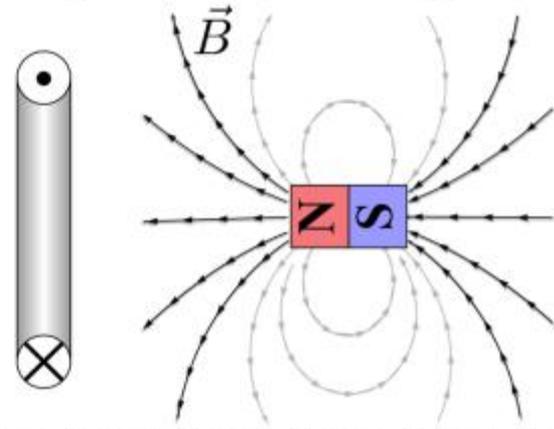
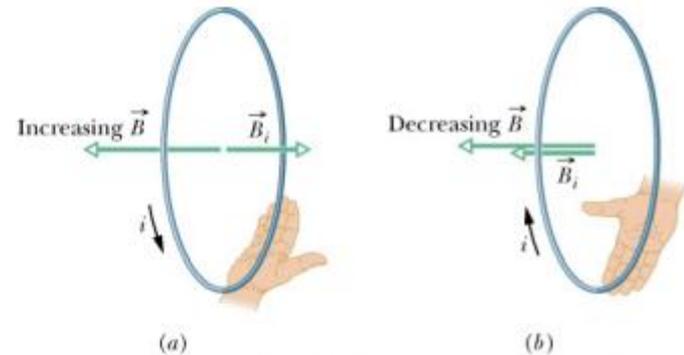
Contra fluxo (Lei de Lenz)

O sentido da corrente induzida é tal que o campo que ela produz se opõe à variação do fluxo magnético que a produziu.

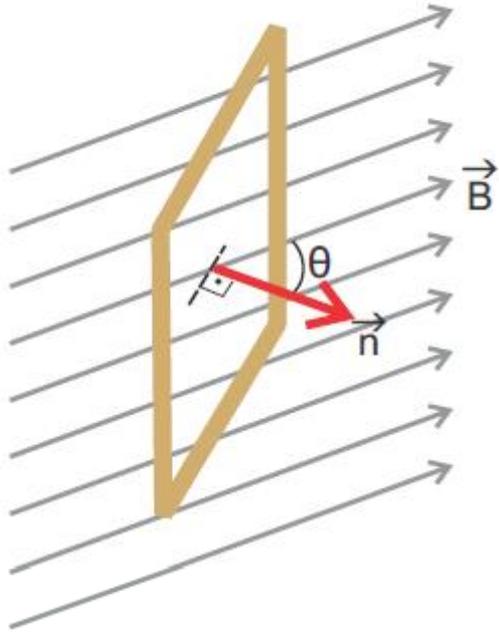
Oposição ao movimento



Oposição à variação do fluxo



Formas de induzir uma fem num circuito



$$\Rightarrow \phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = BA \cos \theta$$

$$\Rightarrow \varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} (BA \cos \theta)$$

1) O módulo de \mathbf{B} variar com o tempo

$$\vec{B} = \vec{B}(t)$$

2) A área da espira variar com o tempo

$$\vec{A} = \vec{A}(t)$$

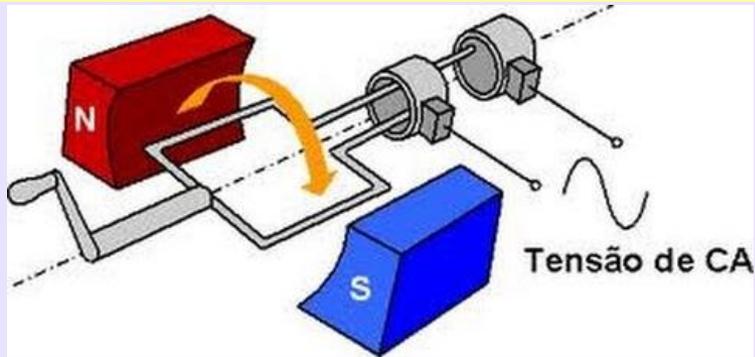
3) O ângulo θ entre \mathbf{B} e a normal ao plano da espira variar com o tempo.

$$\theta = \theta(t)$$

4) Qualquer combinação das anteriores.

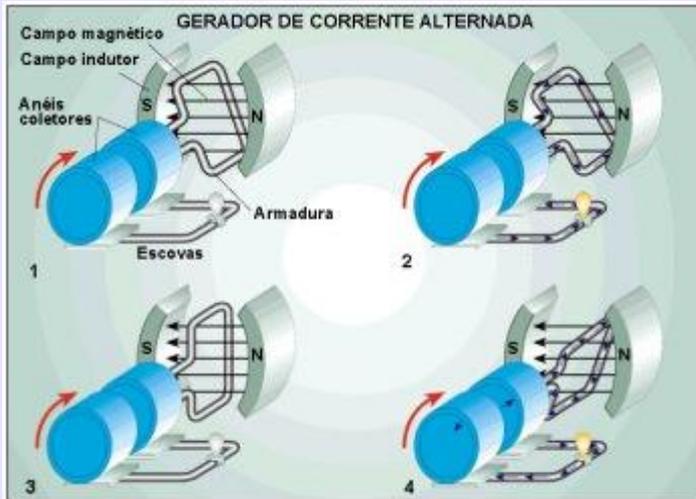


Indução e gerador de corrente senoidal



Uma espira é rodada numa região de campo B com velocidade angular ω constante.

Com $\Phi_B = \Phi_B(t)$, aparece uma fem induzida na espira. Logo, temos uma corrente circulando que varia senoidalmente com t .

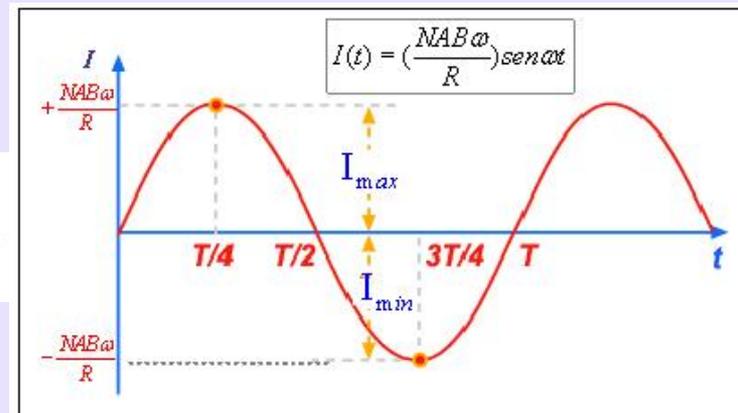


$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B \cos\theta dA = BA \cos\theta$$

$$\theta = \theta_0 + \omega t, \text{ fazendo } \theta_0 = 0 \Rightarrow \theta = \omega t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = BA\omega \text{sen}(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{BA\omega}{R} \text{sen}(\omega t) \Rightarrow$$



Dínamo de Faraday

Como exemplo, discutiremos o dínamo de Faraday, usado para gerar uma fem induzida num disco metálico em rotação. A rotação produz um campo elétrico em que depende da velocidade em cada ponto do disco, ou seja:

$$q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0$$

$$\text{como } \vec{v} \perp \vec{B} \text{ e sendo } v = \frac{dl}{dt} = \frac{d\theta}{dt}r = \omega r$$

$$\Rightarrow E(r) = \omega r B$$

Dessa forma a diferença de potencial será:

$$\varepsilon = \int \vec{E}(r) d\vec{r} = \frac{1}{2} \omega R^2 B$$

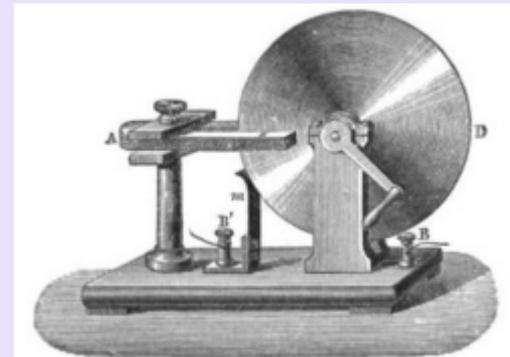


Ilustração do dínamo de Faraday



Campos elétricos induzidos

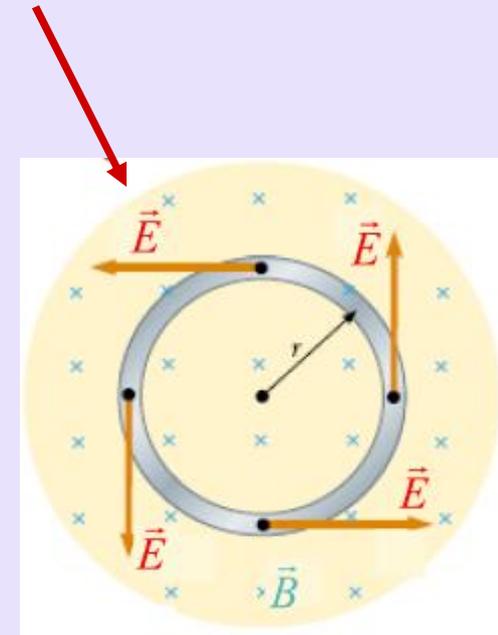
Seja um anel de cobre de raio r numa região onde há um campo magnético variável no tempo (com módulo crescendo à taxa dB/dt).

A variação temporal de \mathbf{B} faz aparecer uma corrente no anel. Portanto, aparece um campo elétrico induzido no anel.

Pode-se então dizer que: **um campo magnético variável com o tempo produz um campo elétrico** (Lei de Faraday reformulada).

$$\frac{d\vec{B}}{dt} \Rightarrow \vec{E}$$

- As linhas do campo elétrico induzido são tangentes ao anel, formando um conjunto de circunferências concêntricas.



Campos elétricos induzidos

Trabalho sobre uma partícula com carga q_0 , movendo-se ao redor de uma circunferência de raio r :

$$\Delta W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = q_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (I)$$

$$(ou \Delta W = q_0 E 2\pi r)$$

Mas, também: $\rightarrow \Delta W = q_0 \varepsilon \quad (II)$

(onde $\varepsilon = fem$ induzida)

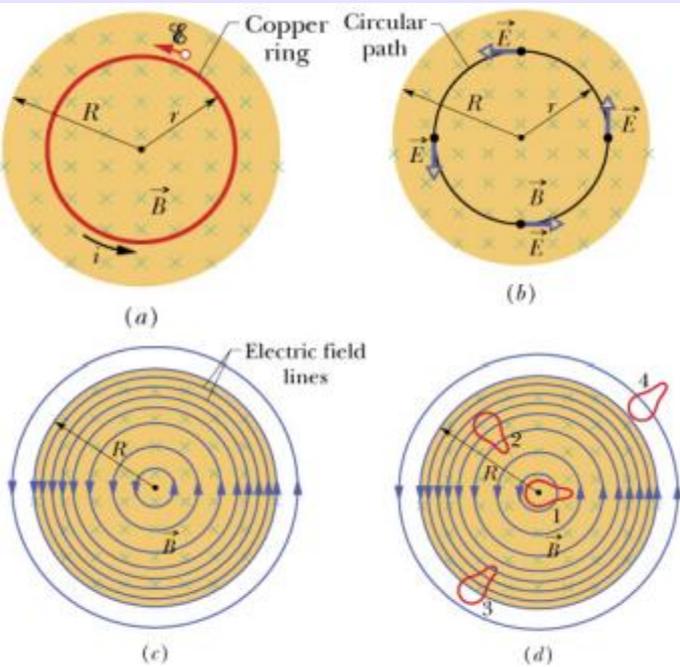
$$(I) e (II) \Rightarrow \varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Logo,

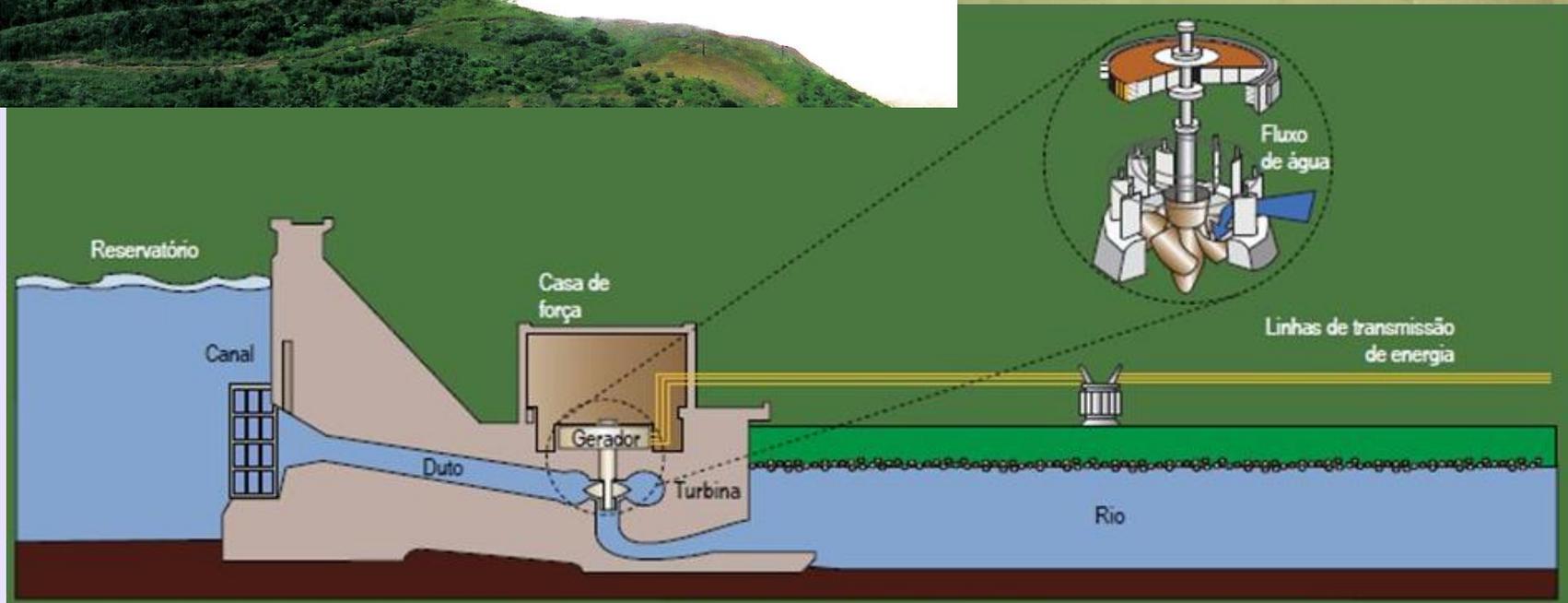
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (\text{Lei de Faraday})$$

“Este resultado também vale na ausência de um condutor”

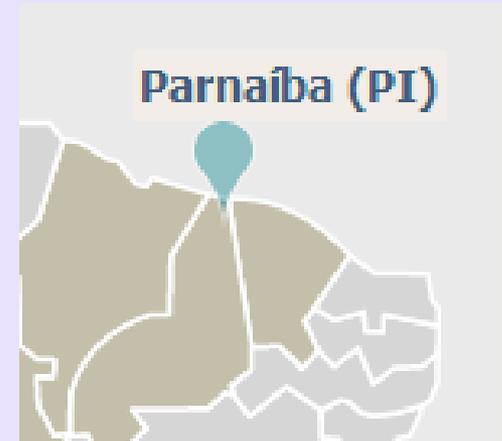
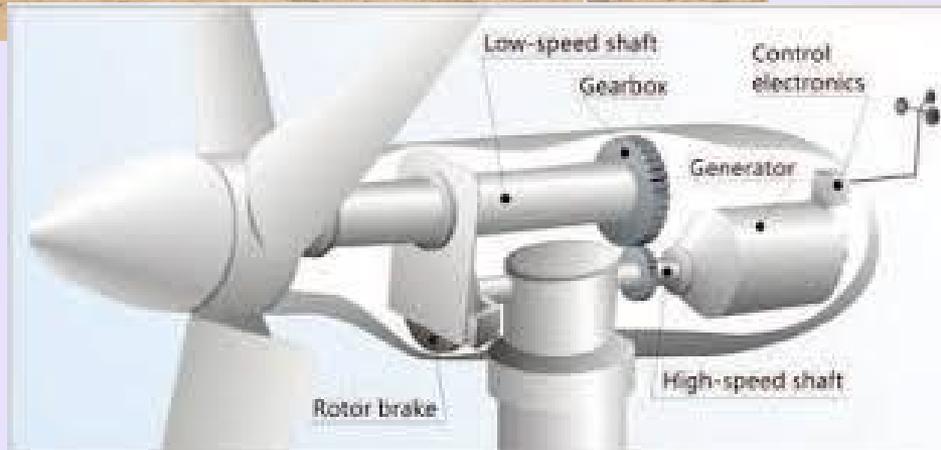
\Rightarrow Note que este campo elétrico induzido não é conservativo, assim não se pode associar um potencial elétrico a este campo \vec{E} .



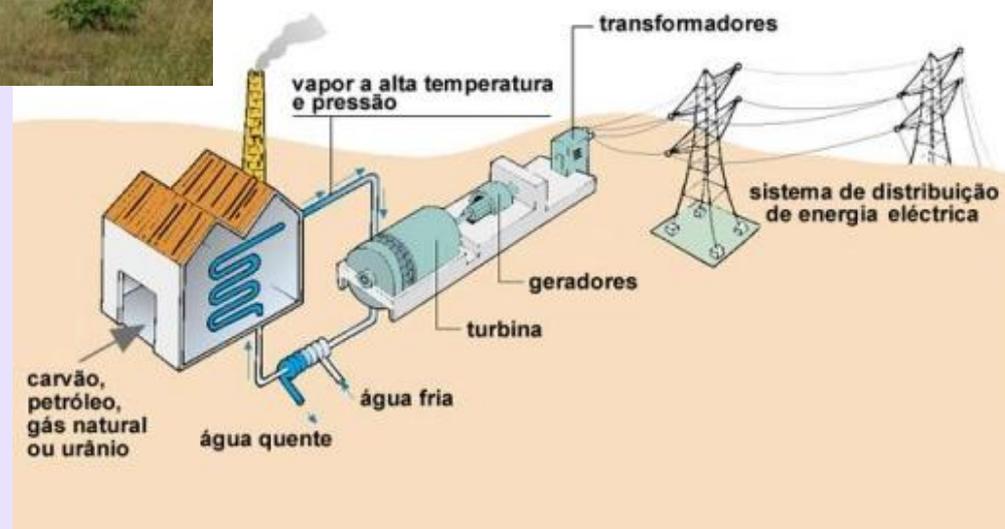
Aplicação (geração de energia hidroelétrica)



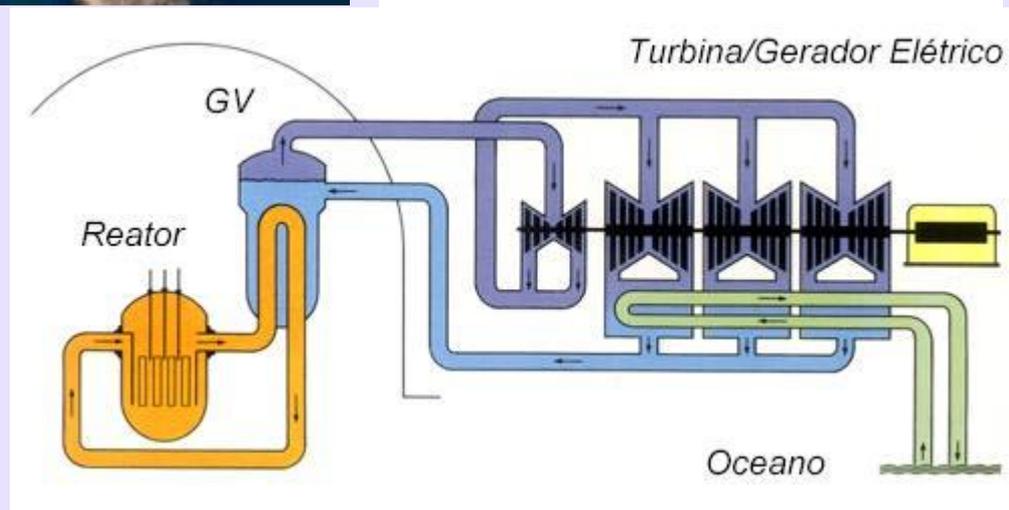
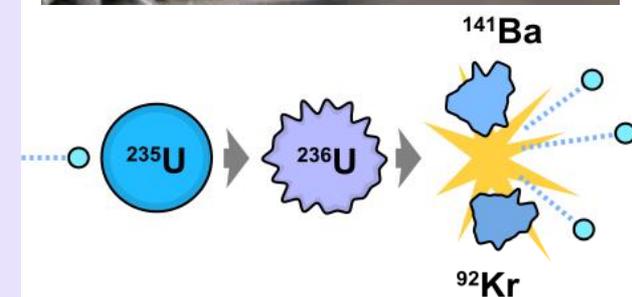
Aplicação (geração de energia eólica)



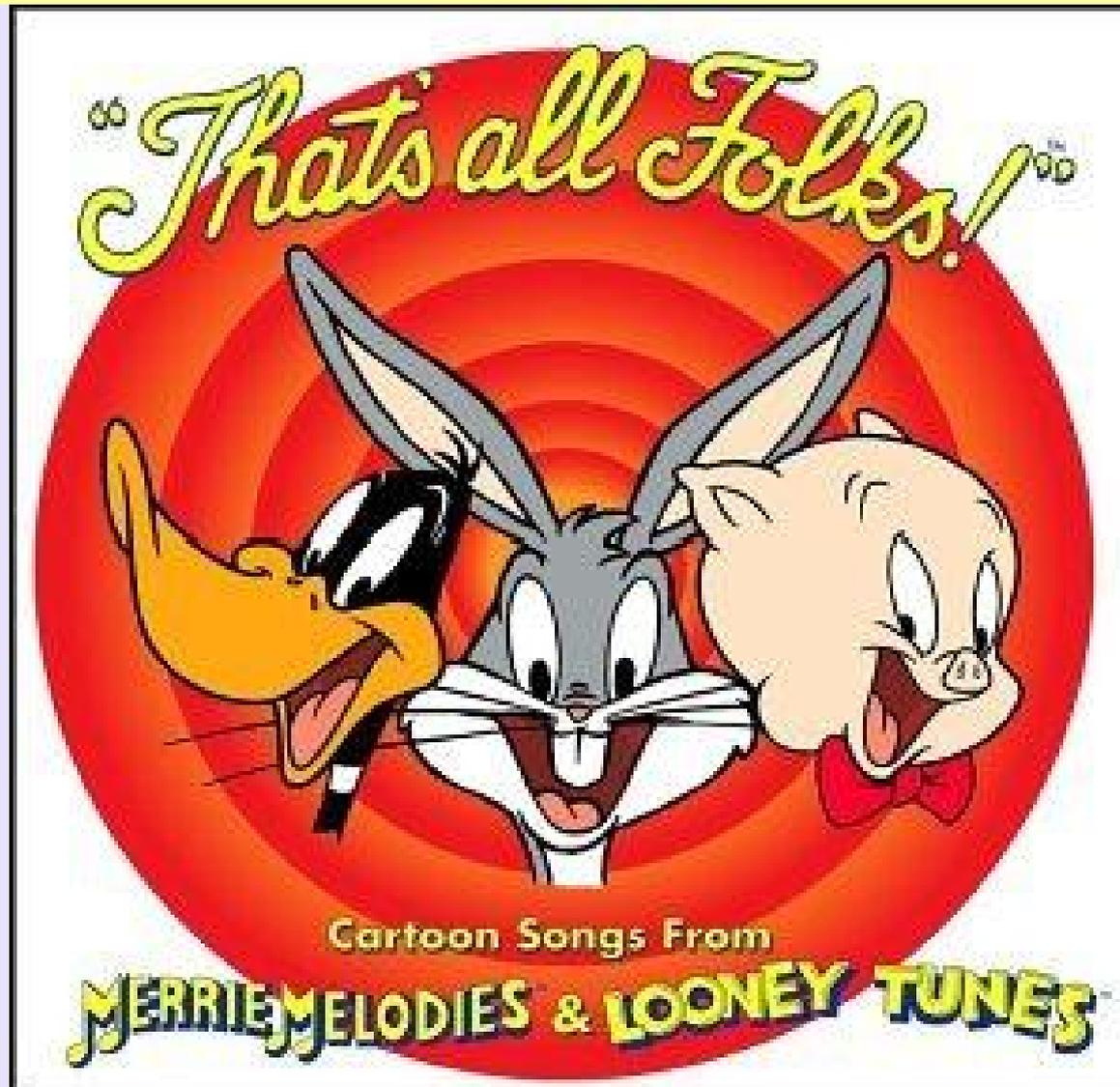
Aplicação (geração de energia termoeétrica)



Aplicação (geração de energia nuclear)



FIM



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense