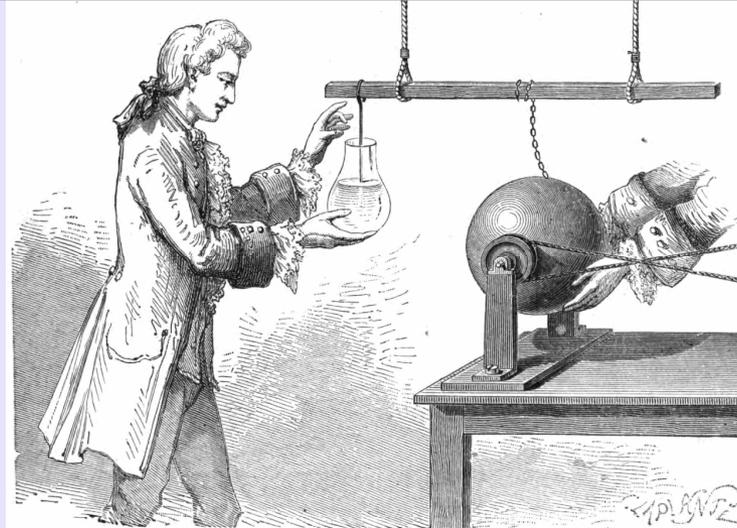


# Capacitância



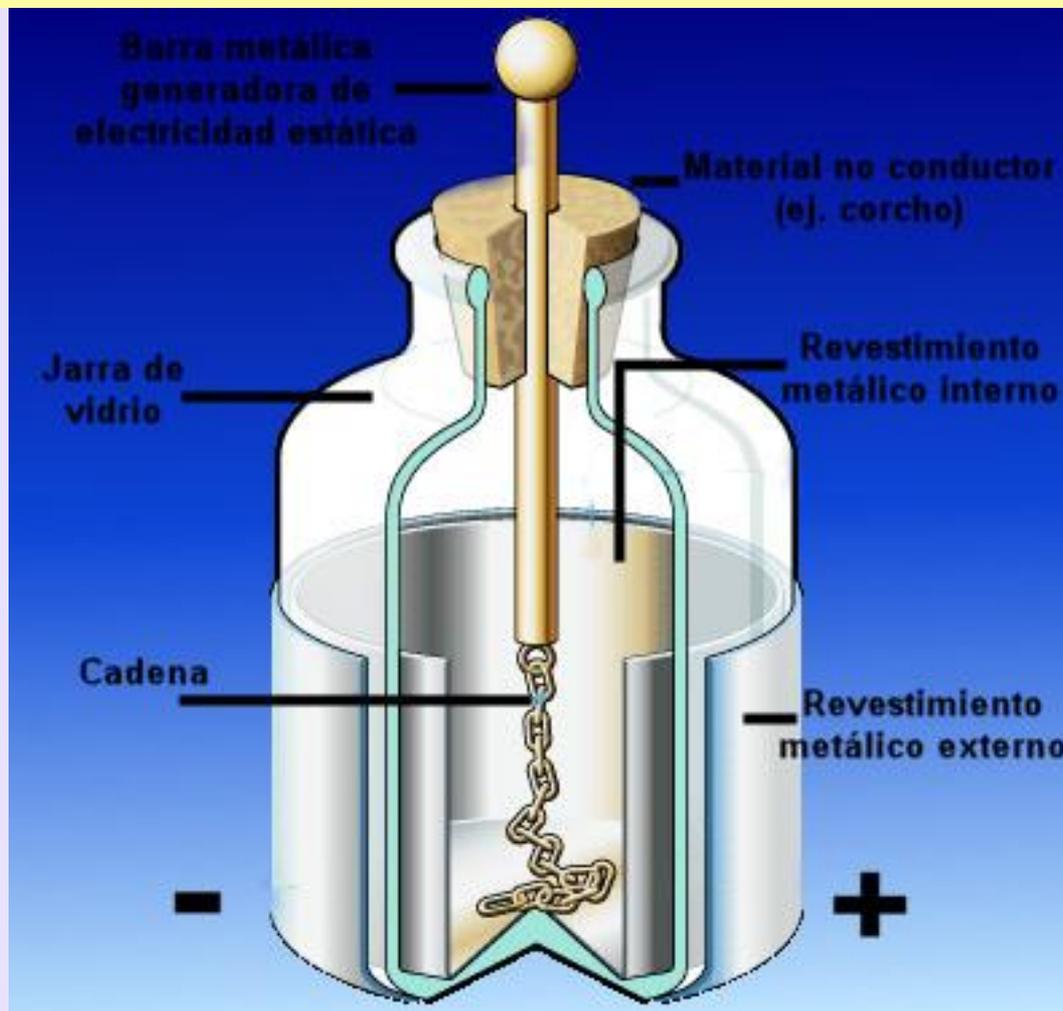
**Prof. Fábio de Oliveira Borges**

Curso de Física II

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense  
Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

<https://cursos.if.uff.br/!fisica2-0217/doku.php>

# Garrafa de Leyden



Foi inventada em 1746 por Pieter van Musschenbroek, professor da Universidade de Leyden, Holanda.

# Capacitância

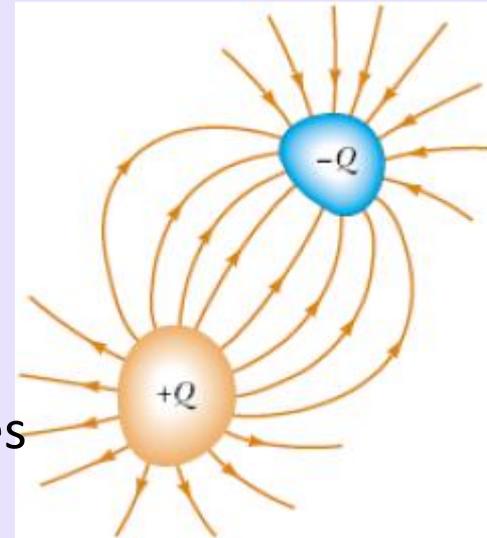
**Capacitor**



Dispositivo que armazena energia potencial no campo elétrico formado no seu interior



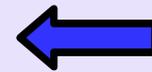
É constituído por qualquer dois condutores separados por um isolante.



A diferença de potencial  $V$  que aparece entre os condutores é proporcional a carga  $Q$  no condutor.

$$\Rightarrow Q = CV$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{V} = C$$



**Capacitância**

**Capacitância**



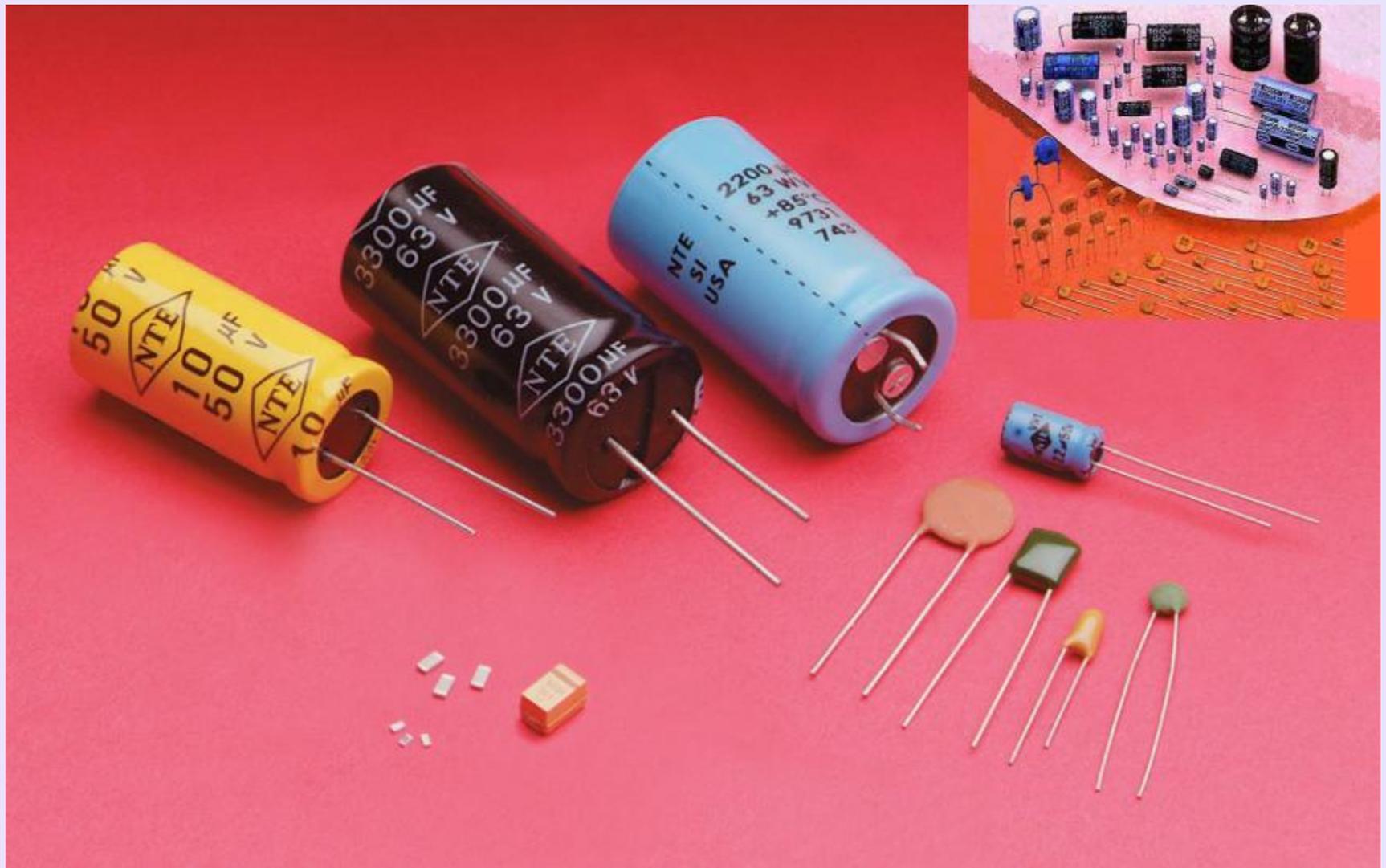
é a medida da capacidade de um condutor armazenar carga para uma dada diferença de potencial

No SI a capacitância é medida em farads (F).

$$1 \text{ farad} = 1 \text{ F} = 1 \text{ coulomb/volt} = 1 \text{ C/V}$$



# Capacitores

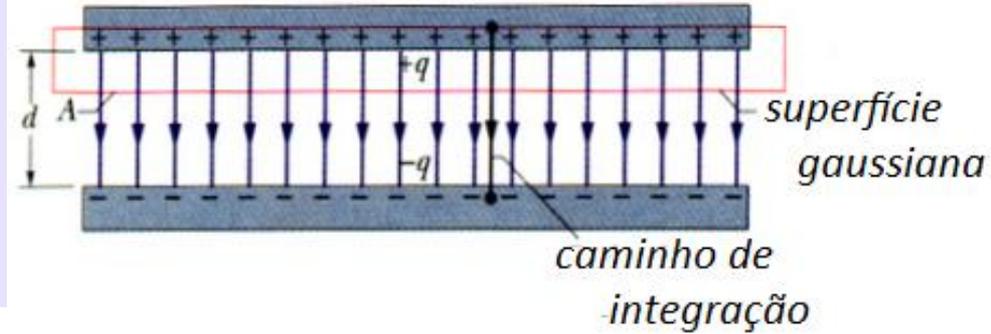


# Capacitores



# Capacitores de Placas paralelas

- **Cálculo do campo elétrico entre as placas**

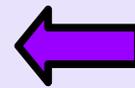


$$\text{Lei de Gauss} \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} // d\vec{A} \Rightarrow \int E dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \int dA = EA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

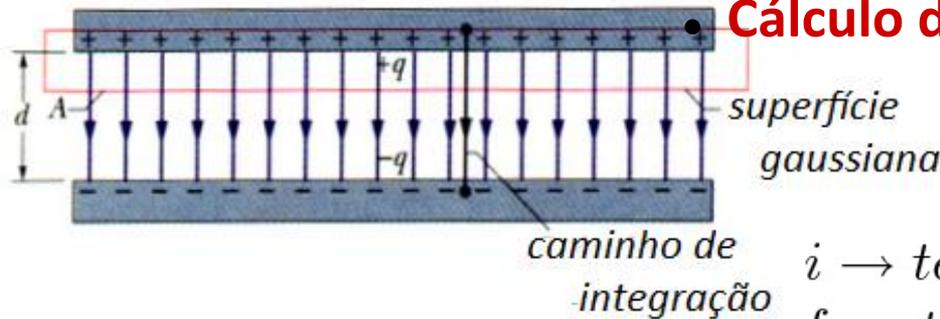
$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$



**Campo elétrico gerado entre as placas**



# Capacitor de Placas Paralelas



• Cálculo da diferença de potencial entre as placas

$$\Delta V = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\left. \begin{array}{l} i \rightarrow \text{terminal } + \\ f \rightarrow \text{terminal } - \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta V = V_f - \underbrace{V_i}_0 = -V$$

$$\Rightarrow V = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} // d\vec{l} \Rightarrow V = \int_+^- E dl ; E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow V = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \underbrace{\int_+^- dl}_{=d}$$

$$\Rightarrow V = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$



Potencial elétrico entre as placas

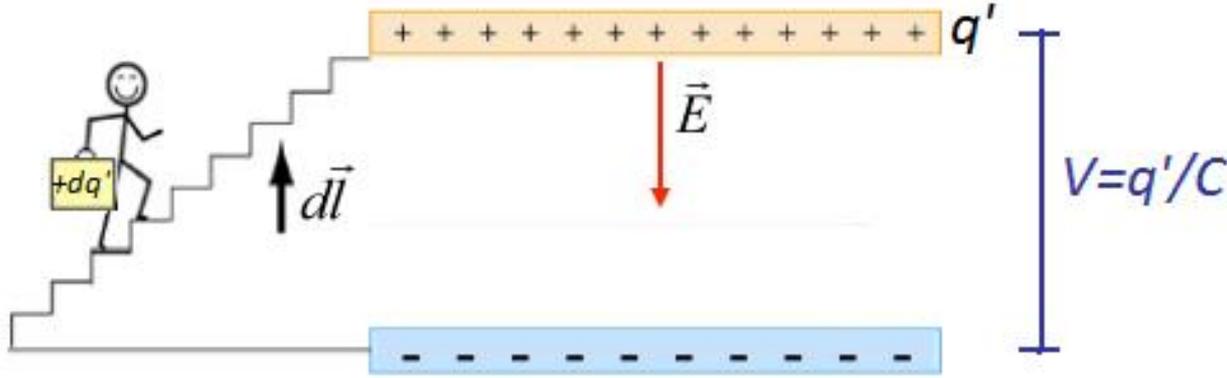
• Capacitância

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A} \Rightarrow C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

A capacitância só depende de fatores geométricos do capacitor.



# Armazenando energia elétrica



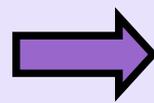
Temos que realizar trabalho para colocar, contra o campo, uma diferencial de carga  $dq'$  na placa do capacitor com carga  $q'$ .

$$dW = dU = V dq'$$

$$* V = \frac{q'}{C} \rightarrow$$

diferença de potencial entre as placas no instante da transferência de  $dq'$

$$\Rightarrow dU = \frac{q'}{C} dq'$$



**Energia armazenada ao transferirmos  $dq'$  entre as placas**

$$\Rightarrow U_T = \int dU = \int_0^Q \frac{q'}{C} dq'$$

$$\Rightarrow U_T = \frac{Q^2}{2C} \rightarrow$$

**Energia total armazenada no capacitor**



# Energia armazenada no capacitor

Como  $Q=CV$ , podemos reescrever a energia armazenada na forma

$$\Rightarrow U_T = \frac{1}{2}CV^2$$

“Onde se encontra acumulada a energia de um capacitor?”

$\Rightarrow$  **No seu campo elétrico**

**Qual é o valor da energia armazenada no campo elétrico de um capacitor de placas paralelas?**

$$U = \frac{Q^2}{2C} \leftarrow \text{energia de um capacitor}$$

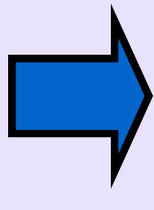
$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \leftarrow \text{campo elétrico do capacitor}$$

$$\Rightarrow U = \frac{(E\epsilon_0 A)^2}{2C}$$



# Energia armazenada no campo elétrico

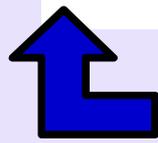
Como no capacitor de placas paralelas  $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$


$$U = \frac{\epsilon_0^2 E^2 A^2}{2\epsilon_0 A/d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \underbrace{Ad}_{Volume}$$

Vamos definir uma densidade de energia acumulada no campo

 densidade de energia

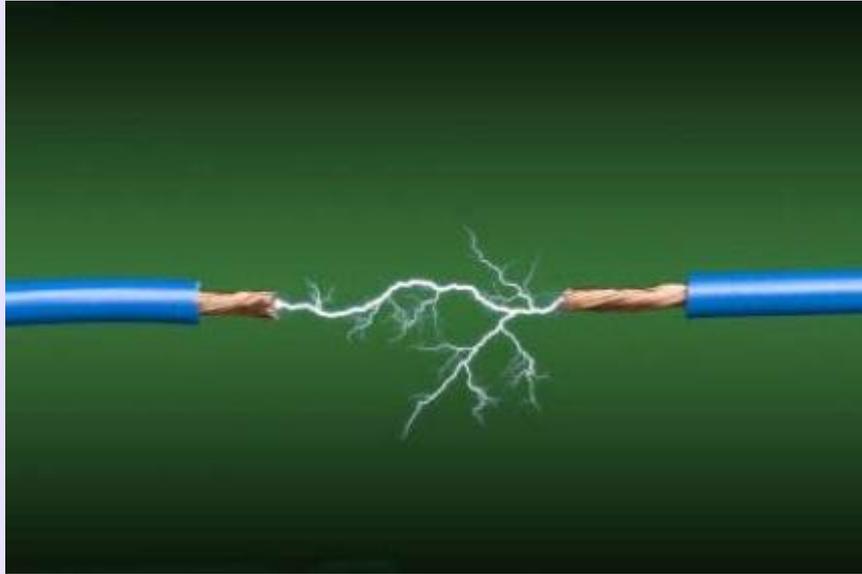
$$u = \frac{\text{energia}}{Volume} = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

 energia acumulada por unidade de volume

**“Se existe um campo elétrico em um ponto do espaço, podemos considerar que neste ponto há uma energia armazenada”**



# Ruptura do dielétrico



A rigidez dielétrica de um certo material é um valor limite de campo elétrico aplicado sobre a espessura do material (kV/mm), sendo que, a partir deste valor, os átomos que compõem o material se ionizam e o material dielétrico deixa de funcionar como um isolante.

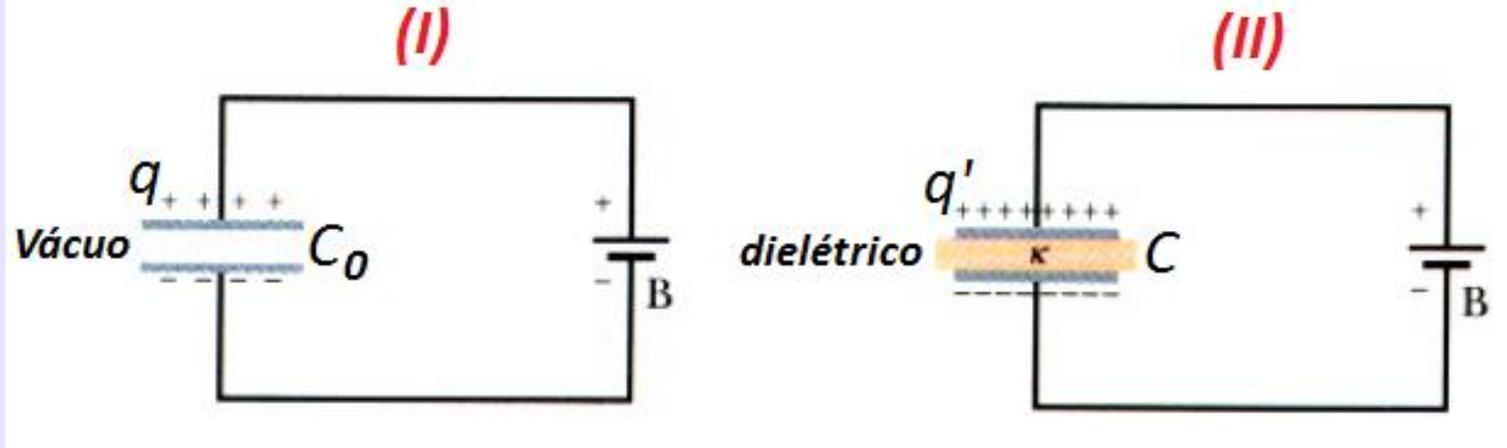
O valor da rigidez dielétrica depende de diversos fatores como:

- Temperatura.
- Espessura do dielétrico.
- Tempo de aplicação da diferença de potencial
- Taxa de crescimento da tensão.

	Material	Rigidez dielétrica (kV/cm)
1	Ar	30 
2	Mica	600
3	Vidros	75 a 300



# Capacitores com dielétrico



dielétrico → material não condutor

Com o mesmo potencial aplicado a quantidade de carga aumenta com o dielétrico

↳  $q' = Kq$

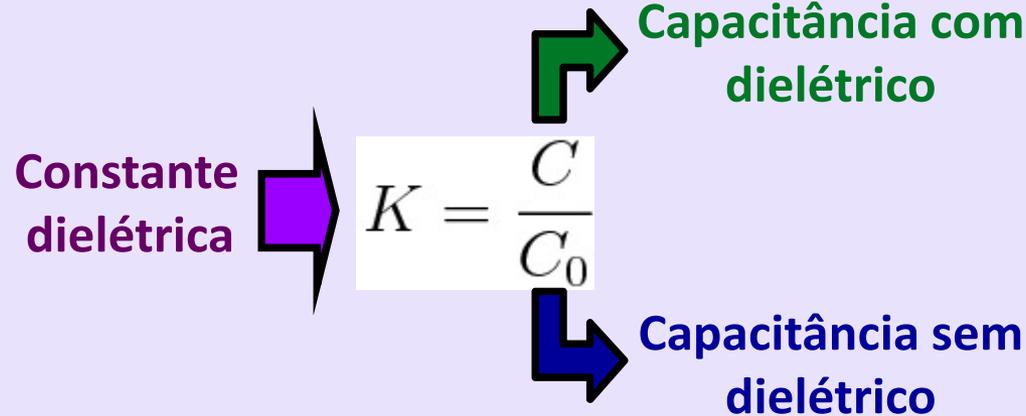
(I)  $C_0 = \frac{q}{V}$

(II)  $C = \frac{q'}{V} = \frac{Kq}{V}$

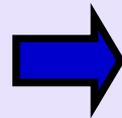
de (I) e (II) ⇒  $C_0 = \frac{q}{V} = \frac{C}{K}$



# Capacitores com dielétrico



$$\Rightarrow C = KC_0 = \frac{K\epsilon_0 A}{d}$$



Capacitância para um capacitor de placas paralelas com dielétrico

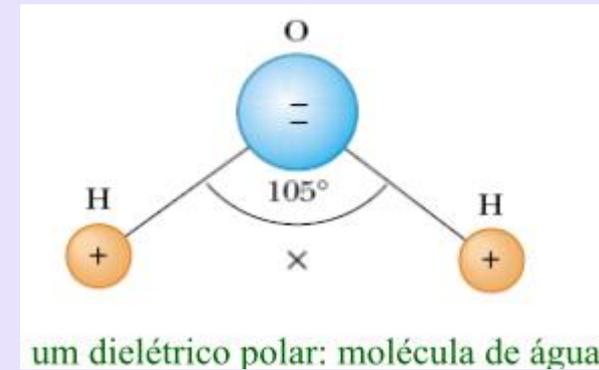
A capacitância de qualquer capacitor é aumentada por um fator  $K$  ( $K > 1$ ), quando preenchemos a região de campo com um dielétrico.



# Uma visão atômica dos dielétricos

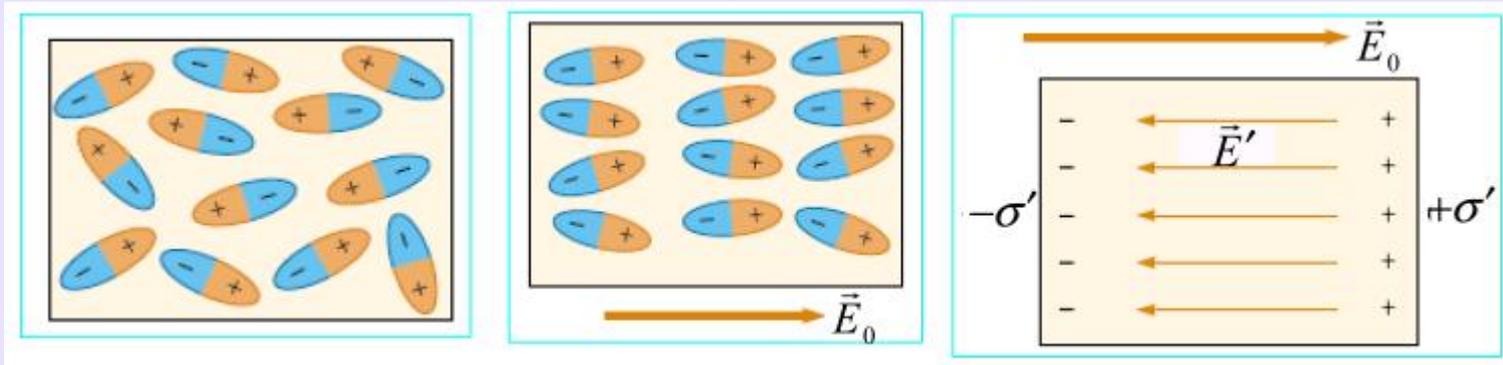
Dielétricos são materiais isolantes que podem ser polares ou não-polares.

**Dielétricos polares** → as moléculas que os constituem possuem um momento de dipolo elétrico bem definido

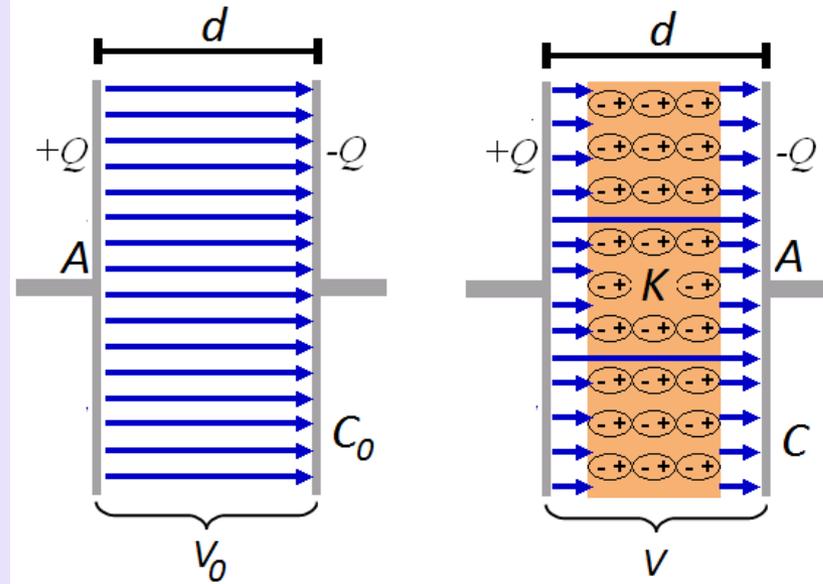
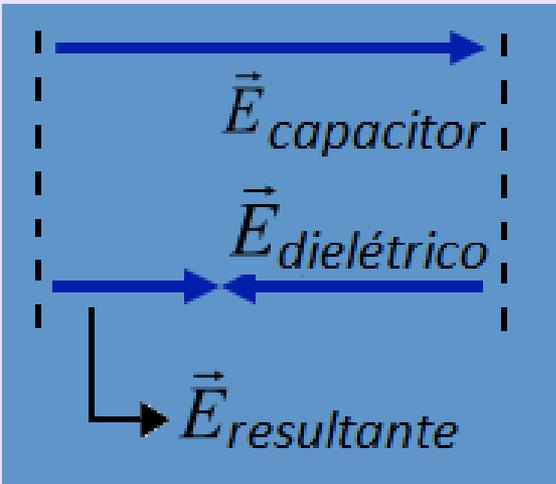


dipolos desordenados

dipolos alinhados com o campo externo



# Uma visão atômica dos dielétricos



**Campo sem dielétrico**

$$E_0 = \frac{V_0}{d}; \quad V_0 = \frac{Q}{C_0}$$

**Campo com dielétrico**

$$E = \frac{V}{d}; \quad V = \frac{Q}{C}$$

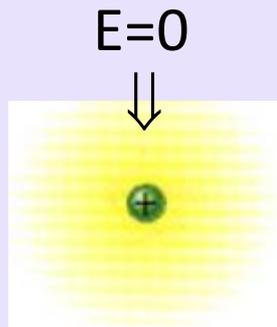
$$\Rightarrow K = \frac{C}{C_0} = \frac{Q/V}{Q/V_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{E_0}{E}$$

$$\Rightarrow E = \frac{E_0}{K} \rightarrow \text{O campo diminui de } K$$

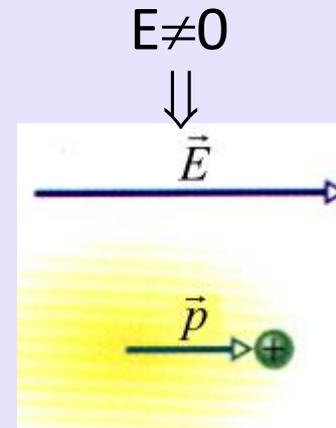


# Uma visão atômica dos dielétricos

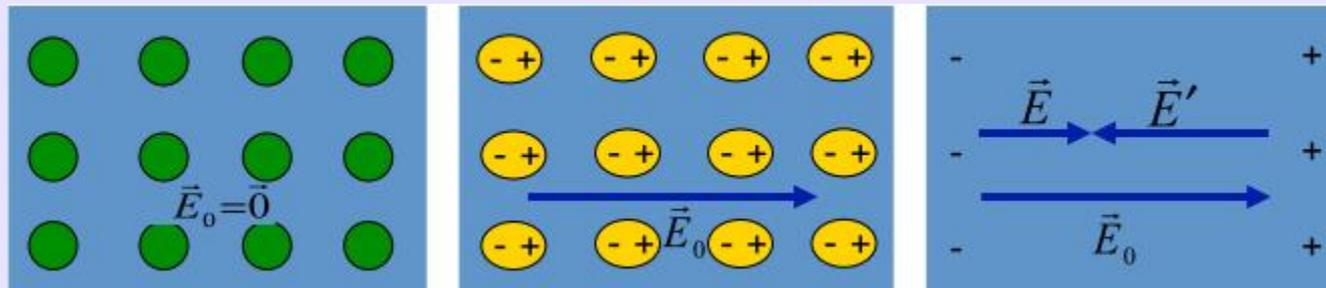
**Dielétricos não-polares** → moléculas que não possuem momento de dipolo elétrico permanente



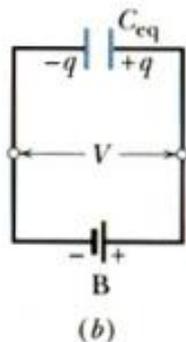
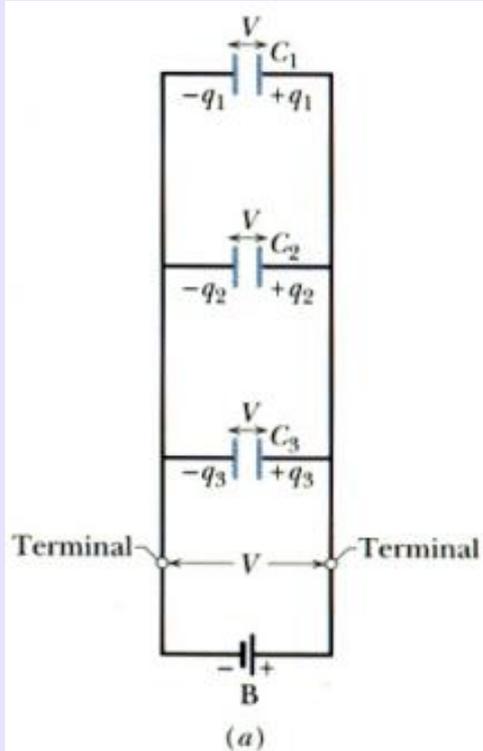
Os centros de cargas se coincidem



O campo elétrico induz um momento de dipolo



# Capacitores em paralelo

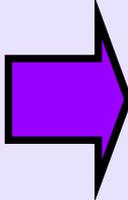


$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V \quad e \quad q_3 = C_3 V$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 \Rightarrow q = (C_1 + C_2 + C_3)V$$

$$q = C_{eq} V$$

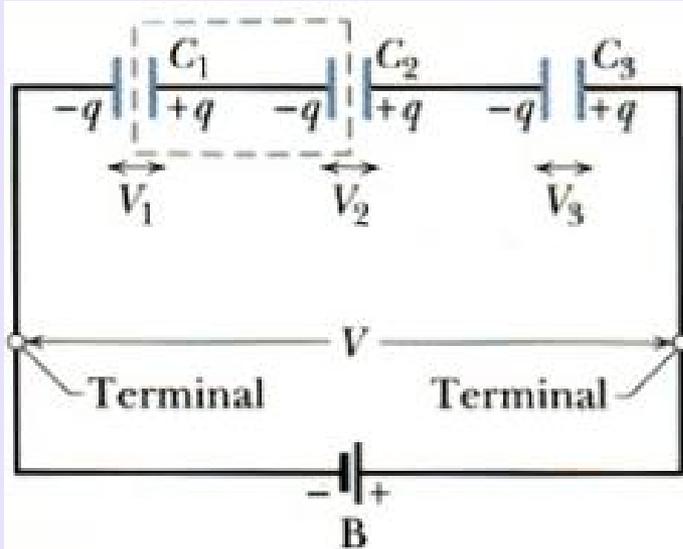
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$


$$C_{eq} = \sum_i C_i$$

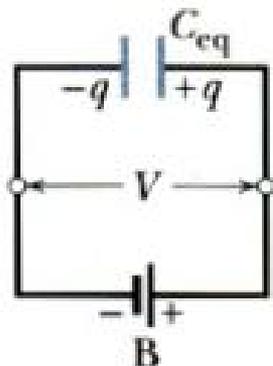
**A capacitância equivalente de capacitores ligados em paralelo é sempre maior que qualquer das capacitâncias individuais.**



# Capacitores em série



(a)



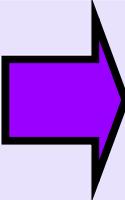
(b)

$$q = C_1 V_1, q = C_2 V_2 \text{ e } q = C_3 V_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$V = \frac{q}{C_{eq}}$$

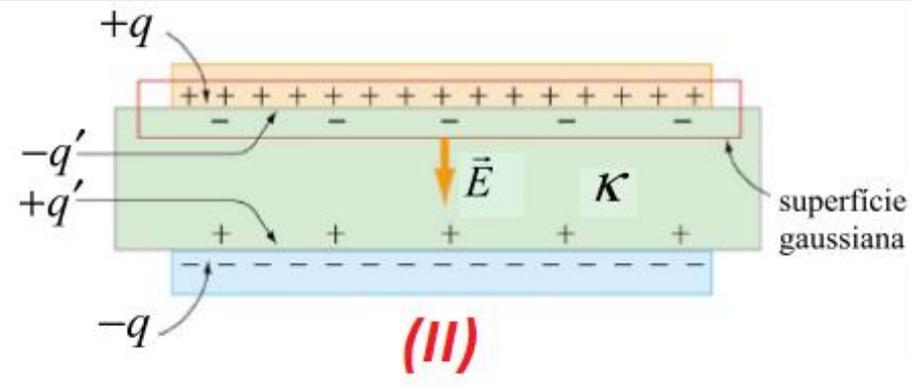
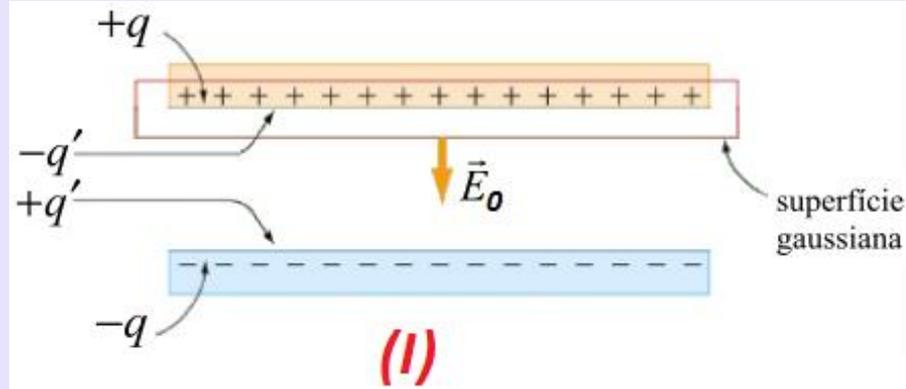
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$


$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

**A capacitância equivalente de capacitores ligados em série é sempre menor que a menor capacitância individual.**



# Dielétricos e a lei de Gauss



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E_0 A = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{q - q'}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$$

Carga livre

Carga superficial induzida

$$\text{ou } E = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$



# Dielétricos e a lei de Gauss

O dielétrico reduz o campo elétrico pelo fator K

$$E = \frac{E_0}{K} = \frac{q}{K\epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{K\epsilon_0 A} = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow q - q' = \frac{q}{K}$$

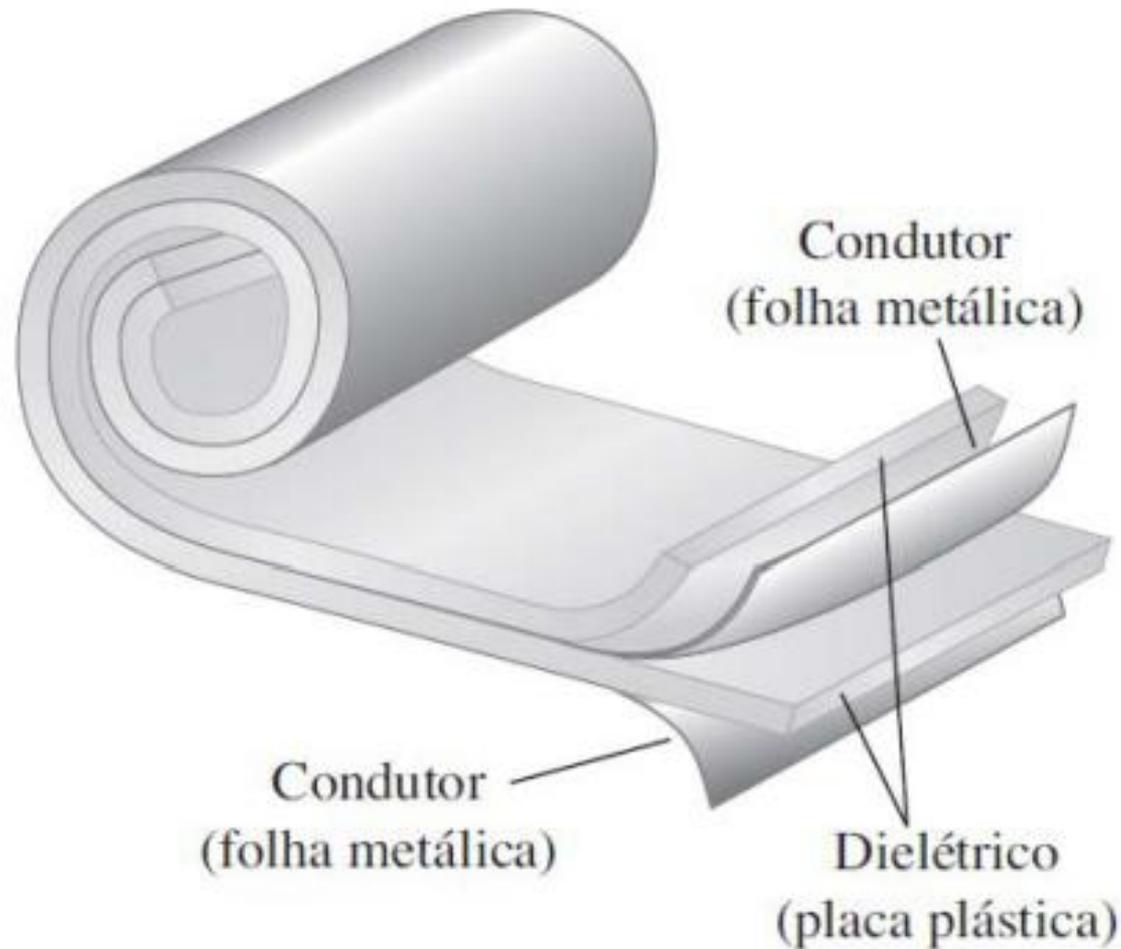
Assim, a lei de Gauss no interior de um dielétrico fica dada por:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0 K}$$

$$\text{ou } \oint K \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}^{livre}}{\epsilon_0}$$



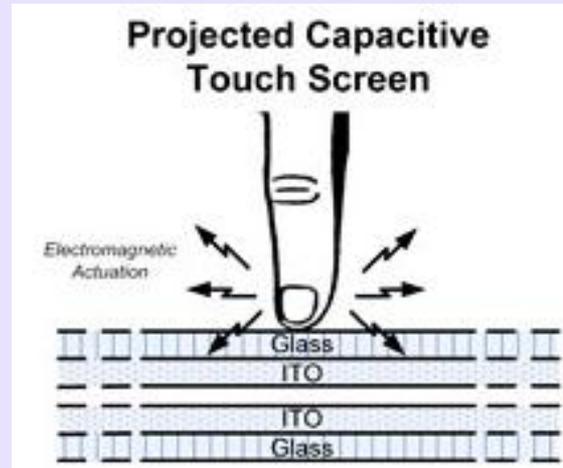
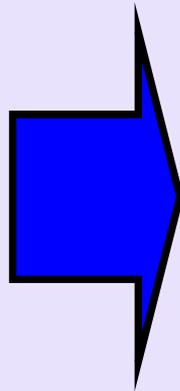
# Capacitor de placas enroladas



**Figura 24.13** Um tipo comum de capacitor utiliza placas dielétricas para separar os condutores.



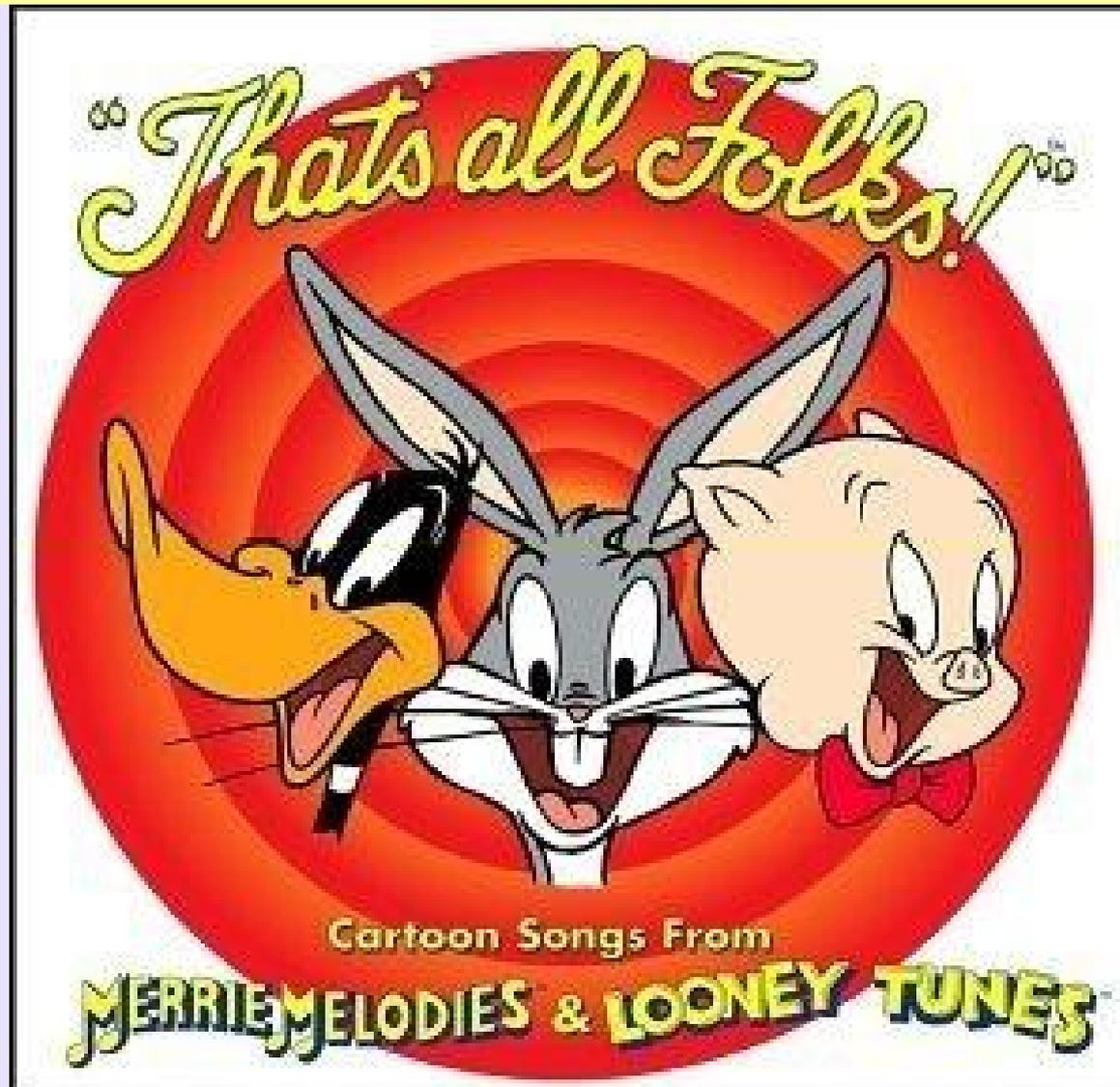
# Monitor com tela de toque (Touch Screen)



Telas de toque Capacitiva Projetada consistem num sensor feito com duas camadas de um condutor transparente como o ITO (óxido de índio dopado com estanho) entre duas camadas de vidro. As duas camadas de ITO paralelas formam uma grade de capacitores. Os campos elétricos desses capacitores são projetados através da camada superior do vidro. Durante o toque, o campo elétrico do seu dedo muda a capacitância no ponto da tela, aumentando a capacitância e provocando um acúmulo de carga. A localização do toque é calculada em função da alteração das características elétricas. A precisão deste tipo de tela é praticamente 100%, e é de alta durabilidade, mas não pode trabalhar em ambientes muito frios ou quentes.



# FIM



INSTITUTO DE FÍSICA  
Universidade Federal Fluminense