O campo elétrico

Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

https://cursos.if.uff.br/!fisica2-0217/doku.php

INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Campo elétrico

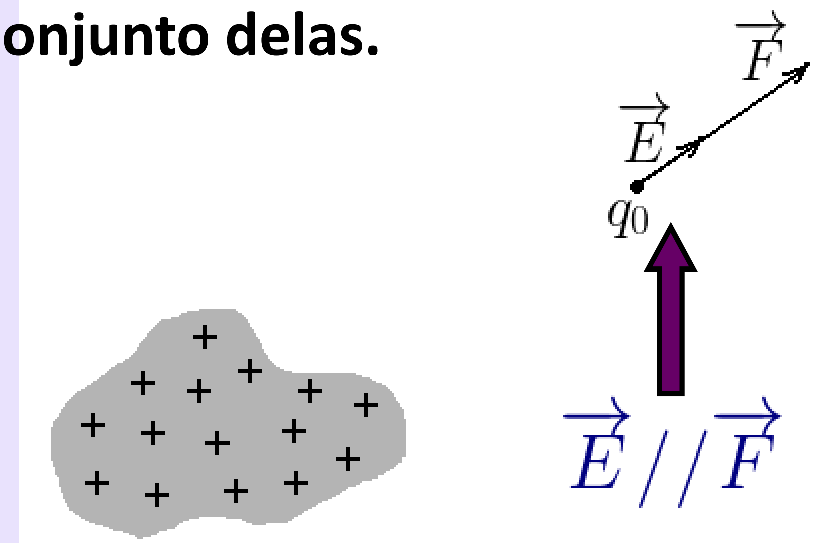
Lei de Coulomb → **ação a distância** → Carga $\leftrightarrow$ Carga

Campo elétrico → **Intermediação da ação** → Carga $\leftrightarrow$ Campo $\leftrightarrow$ Carga

Definição: Um campo elétrico é o campo de força provocado pela ação de uma carga elétrica, ou por um conjunto delas.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \left(\frac{N}{C} \right)$$

A carga teste, q_0, deve ser suficientemente pequena para não perturbar a distribuíção de cargas cujo campo se quer determinar.



Campo elétrico

- **As direção e sentido de E são os mesmos de F.**

Da definição, o campo gerado no entorno de uma partícula pontual é descrito por:

$$\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

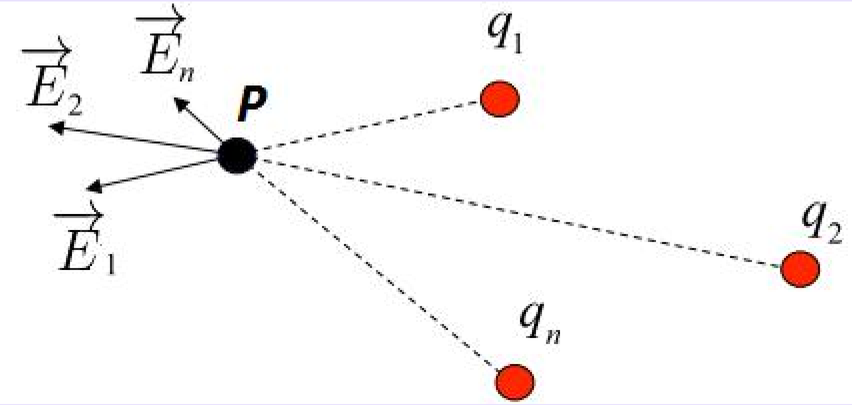
O problema de determinar a interação entre duas cargas é agora reduzido a dois problemas separados:

I) Determinar, através de medições ou cálculo, o campo elétrico estabelecido pela primeira carga, q_1, em todos os pontos do espaço.

II) Calcular a força que o campo exerce sobre a segunda carga, q_2, localizada em um dado ponto, P, do espaço.

$$\overrightarrow{F}_{12} = q_2\overrightarrow{E}_1$$

Campo elétrico de cargas pontuais



Aplicar princípio da superposição

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

Procedimento para determinar E para um conjunto n de cargas

I) Calcule E devido a cada carga i no ponto dado como se ela fosse a única carga presente.

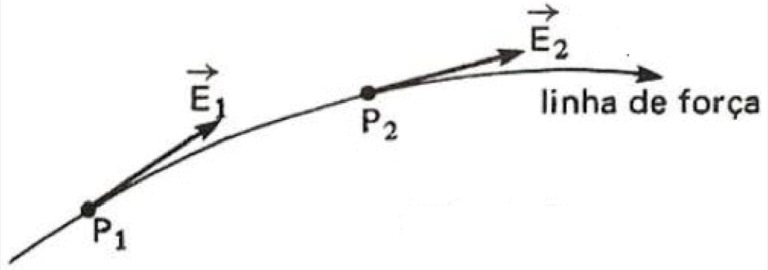
II) Somar vetorialmente esses campos calculados em separado para determinar o campo resultante E no ponto dado.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

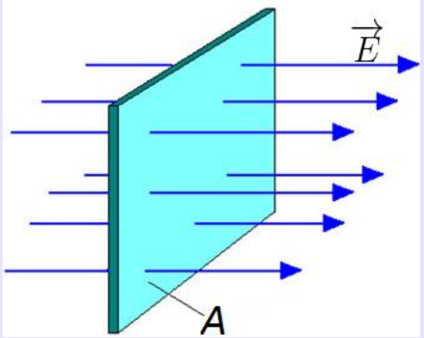
Campo elétrico de cargas pontuais

As linhas de força (ou de campo) são linhas imaginárias a partir das quais pode-se visualizar a configuração do campo elétrico de uma dada distribuição de cargas no espaço. Elas são traçadas de forma que:

1) São tangentes aos vetores campo elétrico em cada ponto do espaço e apresentam o mesmo sentido destes vetores.

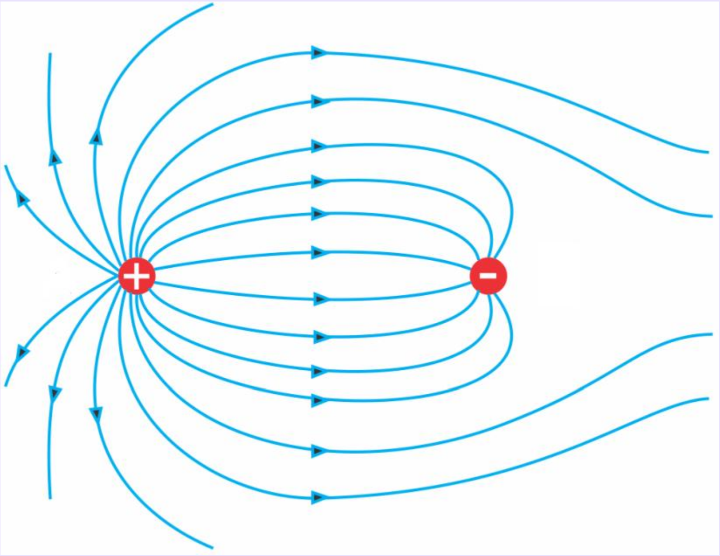


2) O número de linhas por unidade de área em uma superfície perpendicular à direção das linhas é proporcional ao módulo do campo;

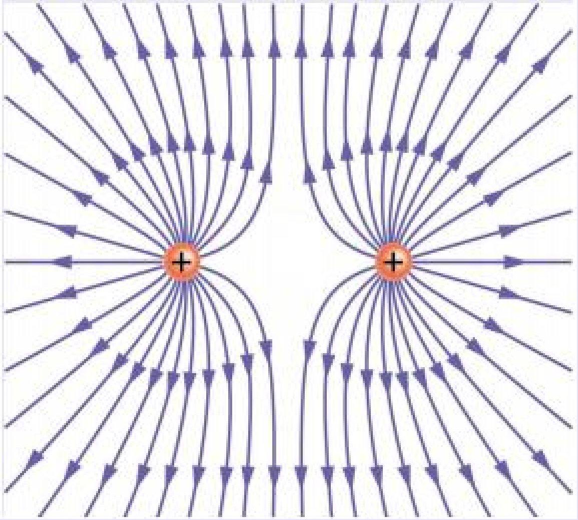


Campo elétrico de cargas pontuais

3) As linhas <u>saem das cargas positivas</u> e <u>chegam nas cargas negativas</u>.



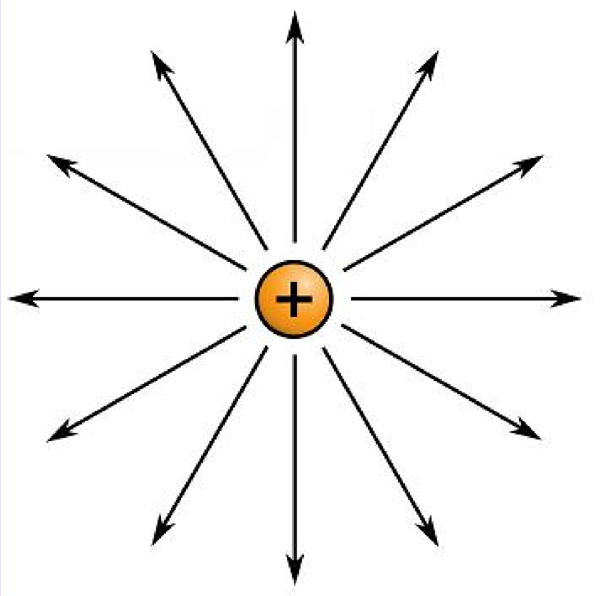
4) Duas linhas de campo nunca se cruzam.



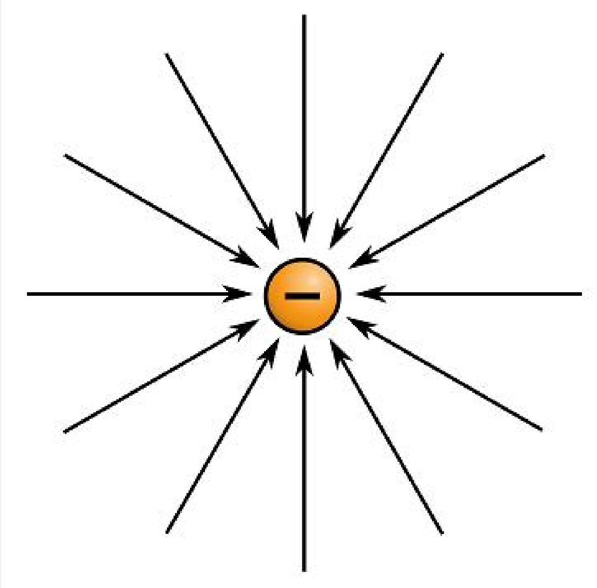
Campo elétrico de cargas pontuais

por definição $\Rightarrow q_0$ = carga positiva despresível

O campo aponta para fora, diverge de uma carga positiva



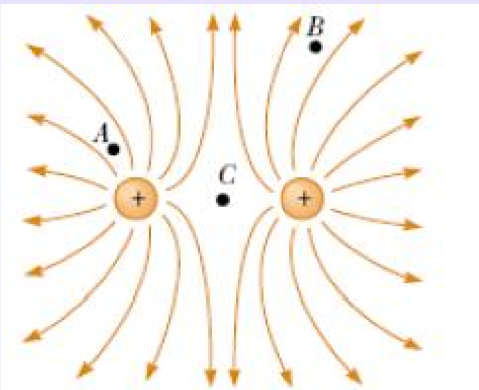
O campo aponta para dentro, converge para uma carga negativa



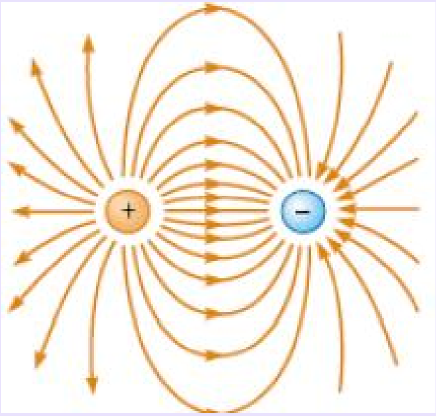
Campo elétrico de cargas pontuais

Uma representação de linhas de campo geralmente é usada para uma análise qualitativa

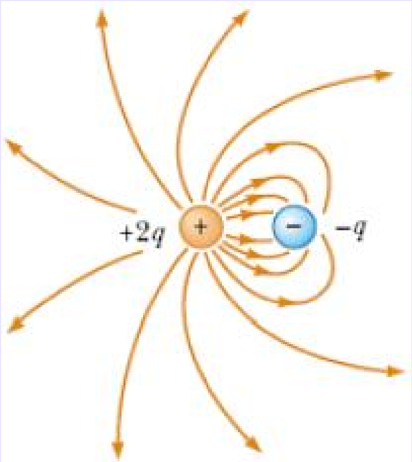
Cargas iguais



Dipolo elétrico



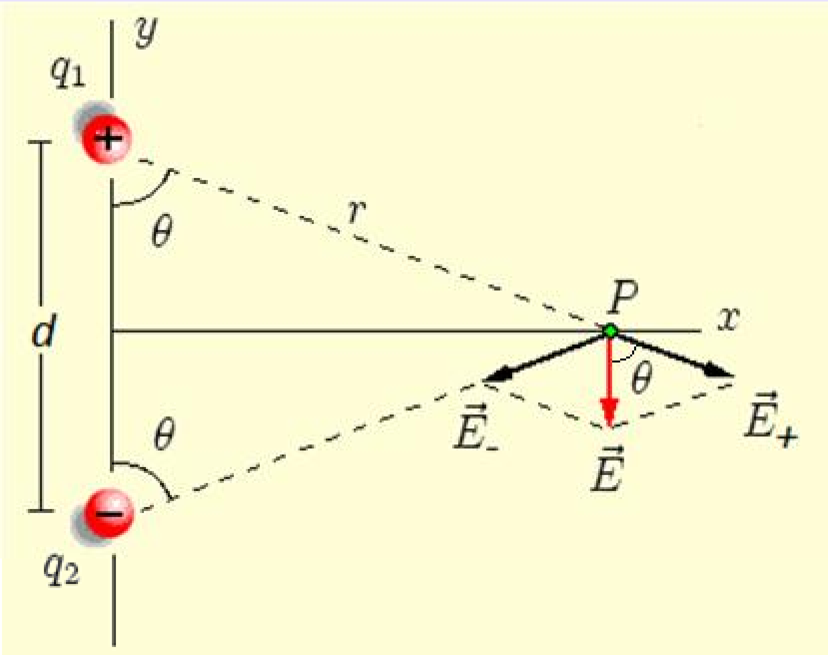
Cargas +2q e -q



Dada uma distribuição de cargas, o campo elétrico criado pela distribuição em qualquer ponto do espaço é dado pelo princípio da superposição:

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E}_1 + \overrightarrow{E}_2 + \overrightarrow{E}_3 + \ldots + \overrightarrow{E}_n$$

O dipolo elétrico

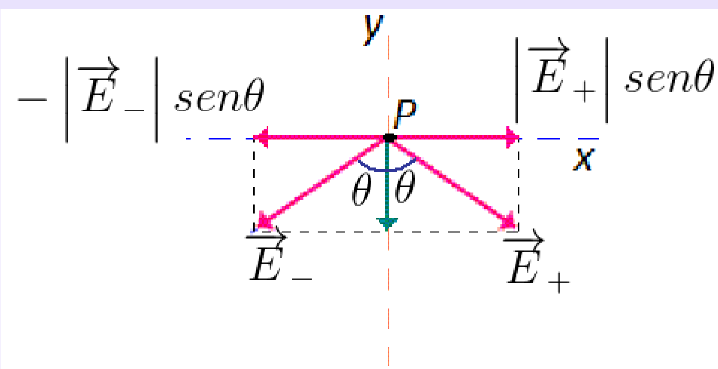


Qual é o campo gerado por um dipolo elétrico?

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E}_+ + \overrightarrow{E}_-$$

$$\left|\overrightarrow{E}_+\right| = \left|\overrightarrow{E}_-\right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2}, \quad r^2 = x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\left|\overrightarrow{E}_+\right| = \left|\overrightarrow{E}_-\right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$



$$\begin{cases} \overrightarrow{E}_x = \left|\overrightarrow{E}_+\right| sen\theta - \left|\overrightarrow{E}_-\right| sen\theta = 0 \\ \overrightarrow{E}_y = \left|\overrightarrow{E}_+\right| cos\theta + \left|\overrightarrow{E}_-\right| cos\theta \end{cases}$$

O dipolo elétrico

$$\vec{E}_y = \left|\vec{E}_+\right| cos\theta + \left|\vec{E}_-\right| cos\theta$$

$$cos\theta = \frac{d/2}{r} = \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + (d/2)^2}}$$

$$\vec{E}_y = 2\left|\vec{E}_+\right| cos\theta$$

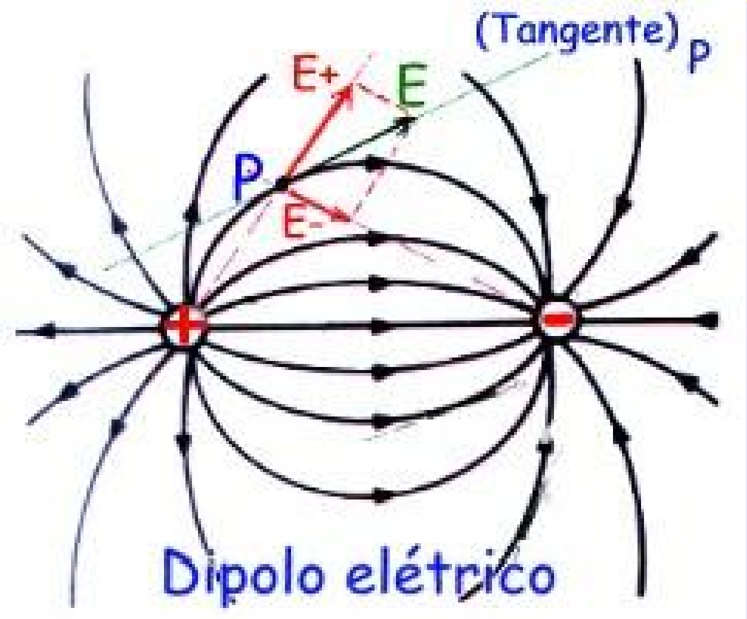
$$\vec{E}_y = 2\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{x^2 + (d/2)^2}\frac{d/2}{\sqrt{x^2 + (d/2)^2}}$$

$$\vec{E}_y = \frac{2}{8\pi\epsilon_0}\frac{qd}{(x^2 + (d/2)^2)^{3/2}}$$

fazendo $\vec{p} = q.\vec{d}$

$$\vec{E}_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}}{(x^2 + (d/2)^2)^{3/2}}$$

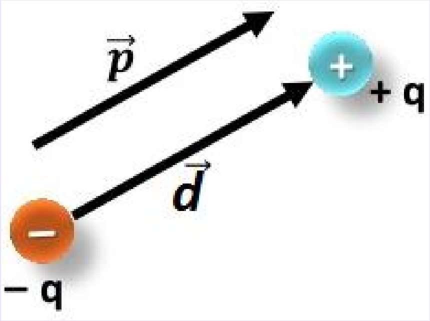
Dipolo elétrico



Dipolo elétrico $\rightarrow$ **duas cargas íguais e opostas separadas por uma distância *d*.**

Definição do vetor momento de dipolo elétrico:

$$\overrightarrow{p} = q.\,\overrightarrow{d}$$



Intensidade = $|q|\,|d|$

Direção $\rightarrow$ **ao longo da linha unindo as duas cargas**

Sentido $\rightarrow$ **aponta da carga negativa para a positiva**

O que se pode observar a respeito de E?

- **O campo é simétrico em relação a um eixo que une as duas cargas**
- **O campo é mais intenso entre as cargas**

Qual é a forma do campo quando fazemos *r >> d (ou seja x*$\rightarrow \infty$*)?*

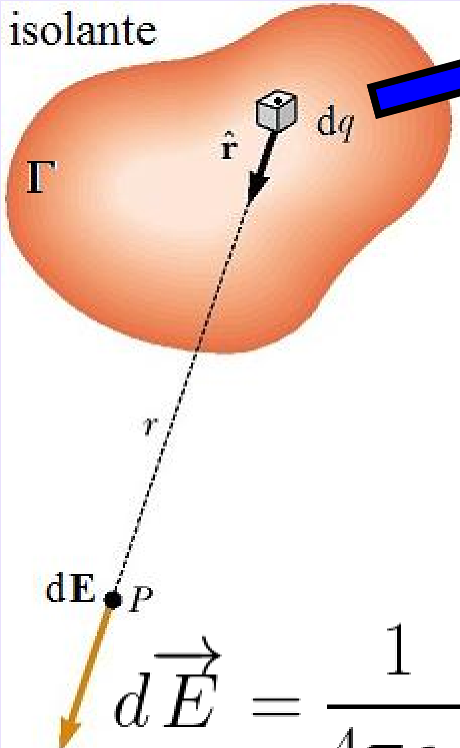
Dipolo na natureza

$$x \gg d \;\Rightarrow\; \left(x^2 + (d/2)^2\right)^{3/2} \mapsto x^3$$

$$\overrightarrow{E}_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overrightarrow{p}}{x^3}$$

INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Campo elétrico de distribuições contínuas de carga



$$dq = \rho dV$$

A ideia é dividir o sólido em pequenos diferenciais de carga ,dq , de forma que eles possam ser tratados como uma carga pontual. Pode-se então, calcular o campo gerado por cada um destes dq's no ponto P separadamente, e na sequência se aplica o princípio da superposição para obter o campo elétrico do sólido no ponto P.

$$\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

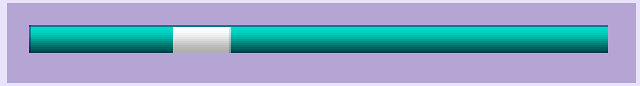
Campo gerado no ponto P pelo sólido Γ

$$d\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

Campo gerado no ponto P pela diferencial de carga dq

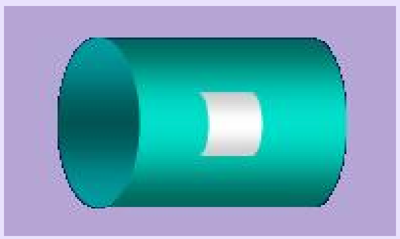
Campo elétrico de distribuições contínuas de carga

- **densidade linear de carga**



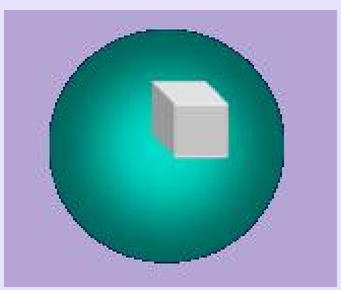
$$\lambda = \frac{Q}{l} = \frac{carga}{comprimento} \Rightarrow dq = \lambda dl$$

- **densidade superficial de carga**



$$\eta = \frac{Q}{A} = \frac{carga}{Área} \Rightarrow dq = \eta dA$$

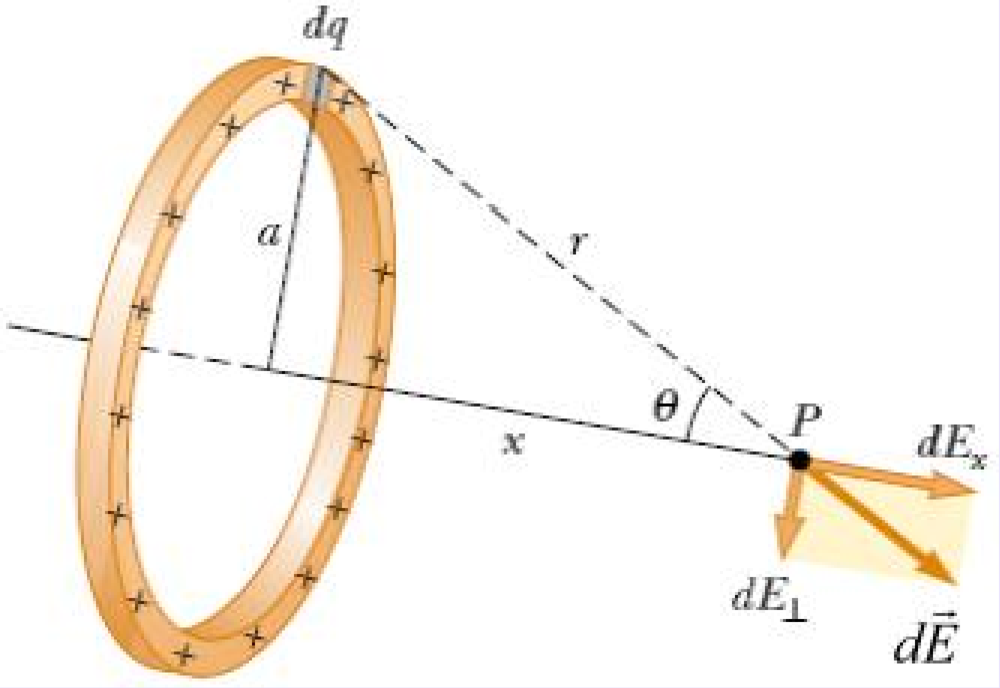
- **densidade volumétrica de carga**



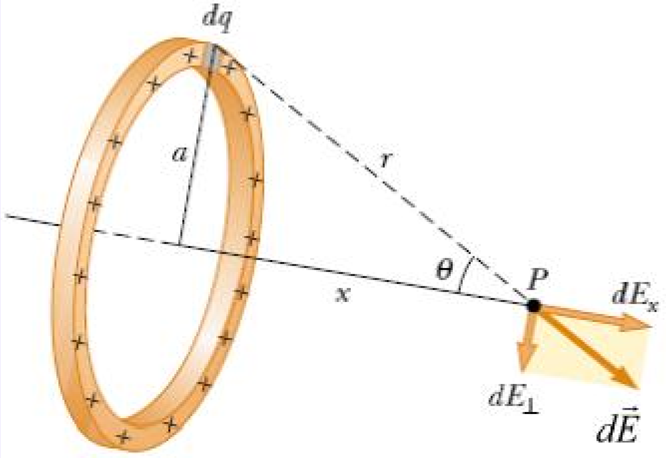
$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{carga}{Volume} \Rightarrow dq = \rho dV$$

Exemplo

Uma barra fina não condutora, com uma distribuição uniforme de carga positiva Q, tem a forma de uma circuferência de raio *a*. O eixo central do anel é o eixo x, com a origem no centro do anel. Determine a expressão para o vetor campo elétrico sobre o eixo x.



Exemplo



$$por\ simetria \Rightarrow \overrightarrow{E_\perp} = 0$$

$$dE_x = |d\overrightarrow{E}| cos\theta$$

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}cos\theta$$

$$cos\theta = \frac{x}{r}$$

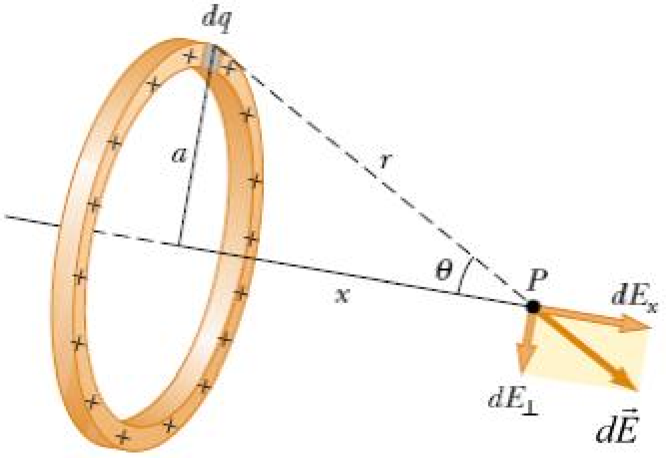
$$\Rightarrow dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dqx}{r^3} \qquad r = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$\Rightarrow dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq\ x}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Exemplo

$$\Rightarrow dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq\, x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$dq = \lambda ds$$



$$\Rightarrow dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{x\lambda ds}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

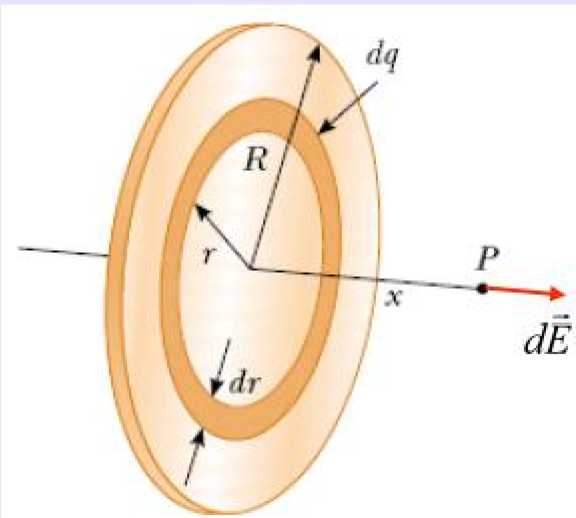
$$\Rightarrow E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{x\lambda}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\int ds$$

$$\Rightarrow E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{x\lambda}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \times \underbrace{2\pi a}_{Perímetro}$$

$$\boxed{\Rightarrow E_x = \frac{\lambda}{2\epsilon_0}\frac{ax}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}}$$

Distribuição contínia de carga

Campo devido a um disco de raio R uniformemente carregado com densidade superficial de carga σ.



Ao longo do eixo perpendicular ao plano do disco e que passa pelo seu centro o campo é dado por:

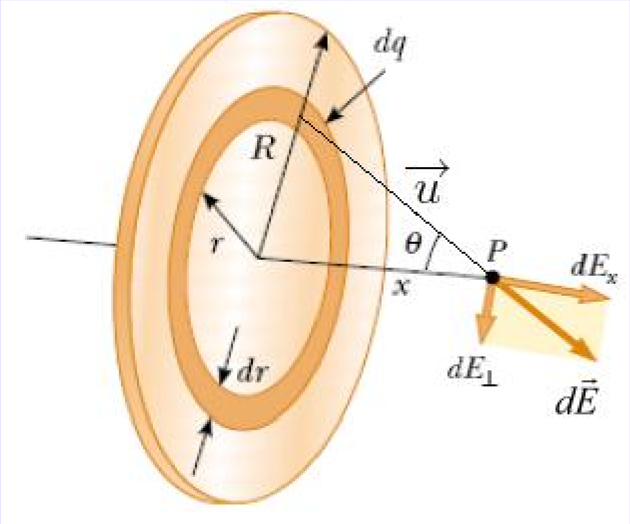
$$\vec{E} = \frac{\eta}{2\varepsilon_0}\left(\frac{x}{|x|} - \frac{x}{(x^2+R^2)^{1/2}}\right)\hat{x}$$

Note que se R >> x (ou plano infinito) :

$$\vec{E} \approx \frac{\eta}{2\varepsilon_0}\frac{x}{|x|}\hat{x}$$

Exemplo

$$\overrightarrow{E}_{\perp} = 0$$



$$dE_x = |d\overrightarrow{E}|cos\theta$$

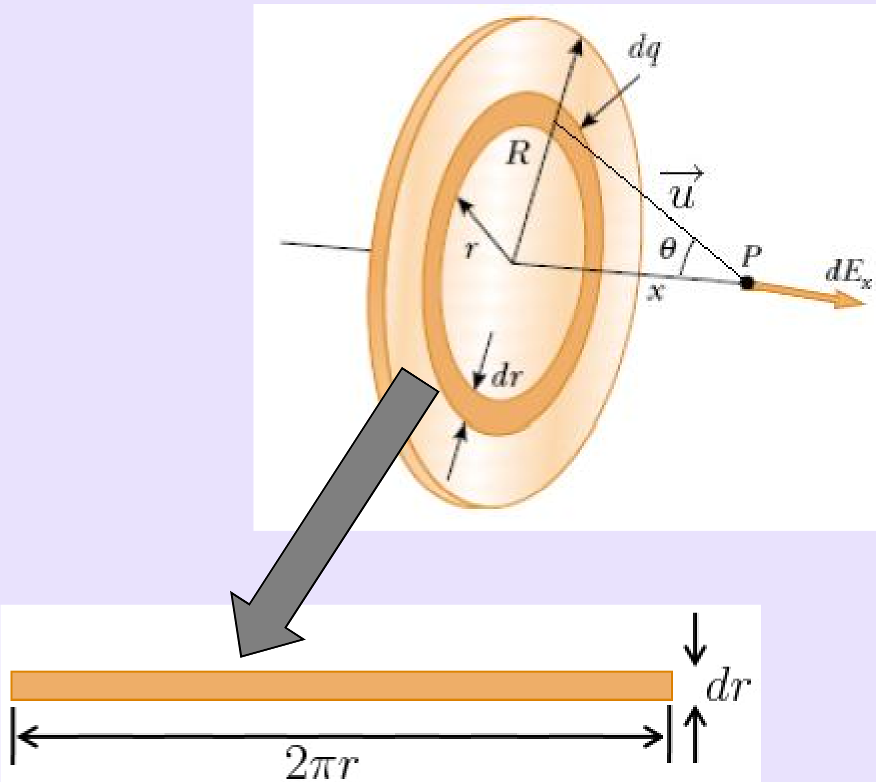
$$|d\overrightarrow{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{u^2}$$

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{u^2}cos\theta$$

$$cos\theta = \frac{x}{u}$$

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{x\,dq}{u^3} \qquad u = \sqrt{x^2 + r^2}$$

Exemplo



$$\Rightarrow dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{x\,dq}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

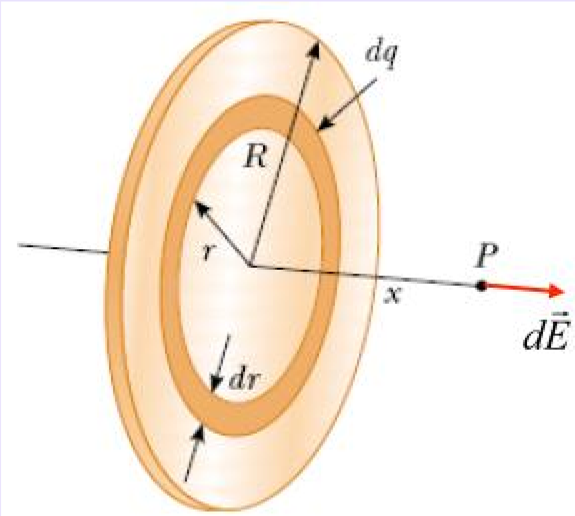
$$dq = \eta dA = \eta 2\pi r dr$$

$$\Rightarrow dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\pi\eta x r dr}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_x = \frac{x\eta}{2\epsilon_0}\int_0^R \frac{rdr}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$tabela \rightarrow \int \frac{udu}{(u^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{\sqrt{u^2+a^2}}$$

Exemplo



$$E_x = \frac{x\eta}{2\epsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+r^2}}\right]_0^R$$

$$E_x = -\frac{x\eta}{2\epsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}} - \frac{1}{|x|}\right)$$

$$\boxed{E_x = \frac{\eta}{2\epsilon_0}\left(\frac{x}{|x|} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)}$$

Campo elétrico de um plano infinito carregado

$$R \to \infty \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}} \to 0$$

$$\boxed{\Rightarrow E_x \approx \frac{\eta}{2\epsilon_0}\frac{x}{|\,x\,|}}$$

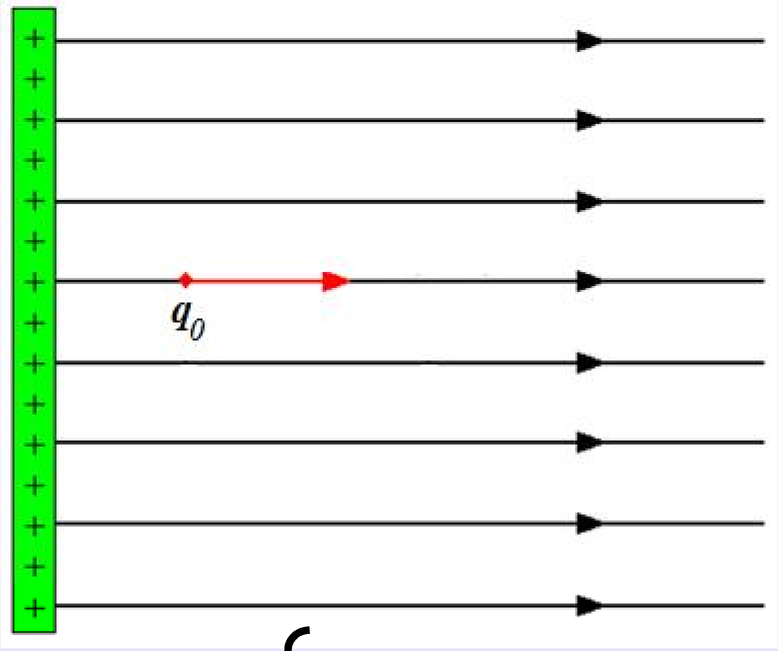
Carga pontual em um campo elétrico uniforme

Força elétrica

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

2ª lei de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



$$q\vec{E} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

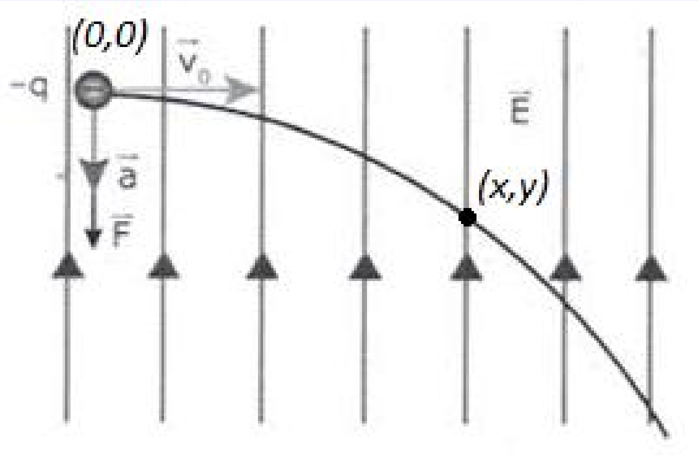
$$\vec{E} \rightarrow uniforme$$

direção, módulo e sentido constantes

só é válida para $v << c$

$$\begin{cases} +q \rightarrow \vec{a} \rightarrow \ no\ sentido\ do\ campo \\ -q \rightarrow \vec{a} \rightarrow \ no\ sentido\ oposto\ ao\ campo \end{cases}$$

Carga pontual em um campo elétrico uniforme



$\overrightarrow{E} \rightarrow uniforme$

$q = -e$

$\overrightarrow{v_i} = v_0 \hat{x}$

elétron projetado horizontalmente

$\overrightarrow{E}$ → direção do y positivo

$$\overrightarrow{a} = -\frac{eE}{m}\hat{y}$$

$$e,\ \overrightarrow{E},\ m = C^{\underline{te}} \Rightarrow \overrightarrow{a} = C^{\underline{te}}$$

Carga pontual em um campo elétrico uniforme

Velocidade do elétron

$$\hat{x} \rightarrow a_x = 0;\ v_x = v_0 = C^{\underline{te}}$$

a velocidade na direção x não varia com o tempo

$$\hat{y} \rightarrow a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{eE_y}{m} \Rightarrow dv_y = -\frac{eE_y}{m}dt$$

$$\int_{v_0=0}^{v_y} dv_y = \int_{t_0=0}^{t} -\frac{eE_y}{m}dt = -\frac{eE_y}{m}\int_{t_0=0}^{t} dt$$

$$\Rightarrow v_y = -\frac{eE_y}{m}t,\ \ onde\ \ \frac{eE_y}{m} = C^{\underline{te}}$$

a velocidade na direção y está variando com o tempo

Carga pontual em um campo elétrico uniforme

Posição do elétron

$$\hat{x} \rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 = C^{\underline{te}}$$

$$\int_{x_0=0}^{x} dx = v_0 \int_{t_0=0}^{t} dt$$

$$\Rightarrow x = v_0 t$$

equação de uma reta

$$\hat{y} \rightarrow v_y = \frac{dy}{dt} = -\frac{eE_y}{m} t$$

$$\int_{y_0=0}^{y} dy = -\frac{eE_y}{m} \int_{t_0=0}^{t} t dt$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}\frac{eE_y}{m} t^2$$

equação de uma parábola

Trajetória do elétron

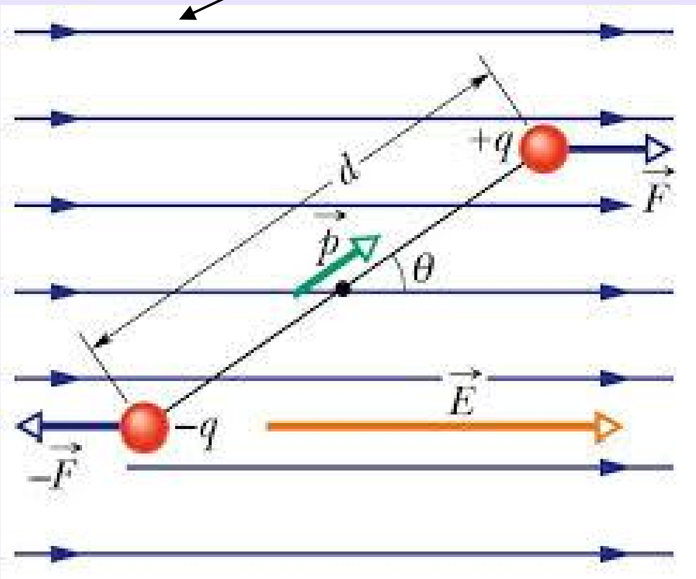
$$x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}\frac{eE_y}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}\frac{eE_y}{mv_0^2} x^2$$

A trajétória é uma parábola

Comportamento de um dipolo em um campo elétrico uniforme

Campo externo



E $\rightarrow$ campo externo <u>uniforme</u>

mesmo módulo, direção e sentido

$\Rightarrow$ **As forças sobre as cargas *+q* e *-q* têm intensidades iguais $\rightarrow$ *F = qE***

$\Rightarrow$ **têm sentidos opostos $\rightarrow$ *F e -F***

$\Rightarrow$ **A força resultante sobre o dipolo é nula!**

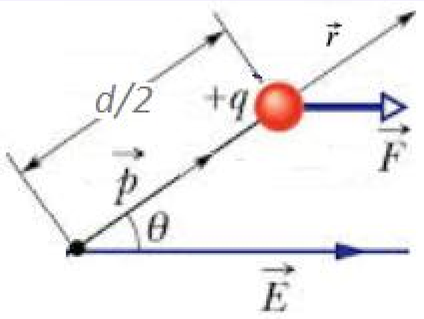
Porém:

"Existe um momento resultante em torno do centro de massa"

$\Rightarrow$ esse momento tende a girar o dipolo de modo a alinhar ***p*** com ***E***

Torque sobre o dipolo

Sabemos que $\Rightarrow \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

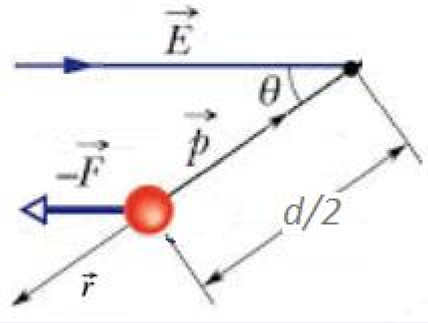


$$\vec{\tau}^{+} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \tau^{+} = rFsen\theta$$

$$\vec{\tau}^{+} = \frac{d}{2}Fsen\theta$$

$$\vec{\tau}^{-} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \tau^{-} = (-r)(-F)sen\theta$$

$$\vec{\tau}^{-} = \frac{d}{2}Fsen\theta$$



Torque sobre o dipolo

$$\Rightarrow \vec{\tau} = \frac{d}{2}F sen\theta + \frac{d}{2}F sen\theta$$

Direção perpendicular ao plano da página e sentido entrando na página

$$\tau = F d sen\theta$$

$$F = qE \Rightarrow \tau = (qE) d sen\theta$$

$$\tau = (qd) E sen\theta$$

$$\tau = p E sen\theta$$

forma vetorial $\Rightarrow \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

"o dipolo se alinha com o campo para alcançar a configuração de energia mínima "

$\vec{p} // \vec{E} \rightarrow$ energia mínima

Experiência de Millikan

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow qE = mg \Rightarrow q = \frac{mg}{E}$$

$$m = volume \times densidade = \frac{4\pi r^3}{3} \times \rho_{óleo}$$

$$campo \rightarrow E = \frac{V}{d}$$

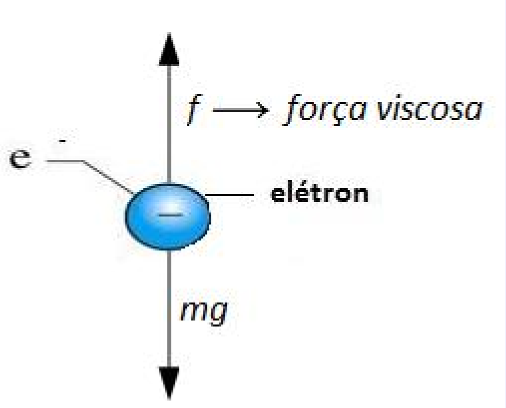
$$\Rightarrow q = \frac{4\pi}{3} \frac{\rho_{óleo} r^3 g d}{V}$$

- $\rho_{óleo}, g, d, V \rightarrow podem\ ser\ medidos\ facilmente$

$r \approx 10^{-5} cm \rightarrow muito\ pequeno\ para\ ser\ medido\ diretamente$

- $r\ pode\ ser\ medido\ através\ da\ velocidade\ terminal\ v_T$

Experiência de Millikan



→ desligando o campo podemos medir v_T

$$f = 6\pi\eta r v$$

viscosidade do fluido (ar)

força viscosa

raio da gota

$$equilíbrio \rightarrow mg = f \Rightarrow a\ gota\ caí\ com\ velocidade\ constante\ v_T$$

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{óleo} g = 6\pi\eta r v_T$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{\eta v_T}{2\rho_{óleo} g}}$$

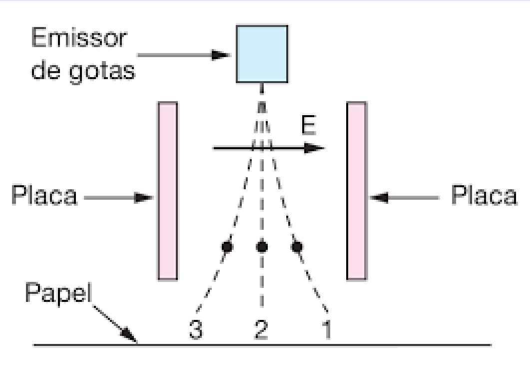
$$\Rightarrow q = 18\pi \frac{d}{V} \sqrt{\frac{\eta^3 v_T^3}{2\rho_{óleo} g}}$$

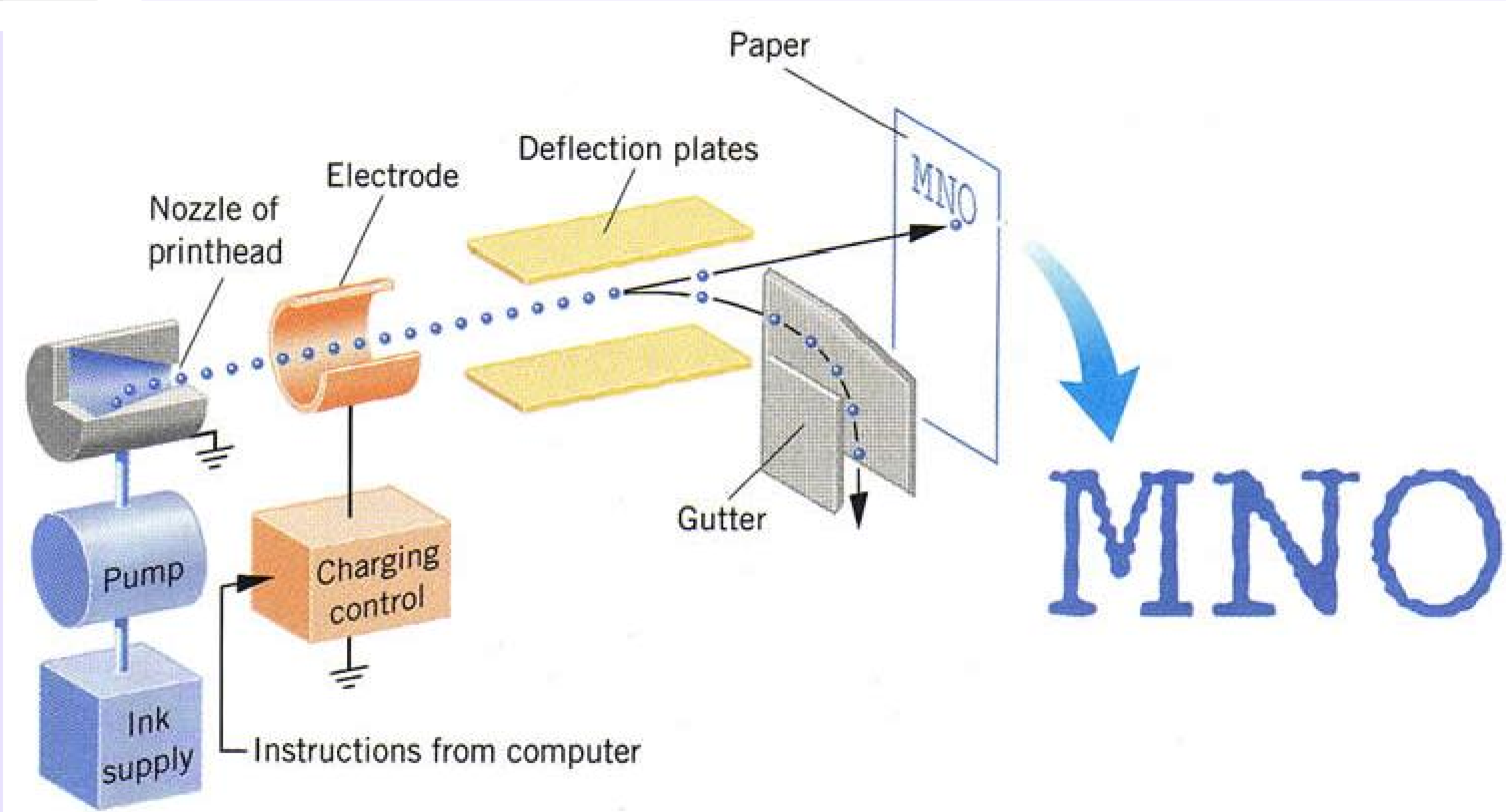
Resultados de Millikan:

(I) $e = 1,602 \times 10^{-19} C \rightarrow carga\ do\ elétron$

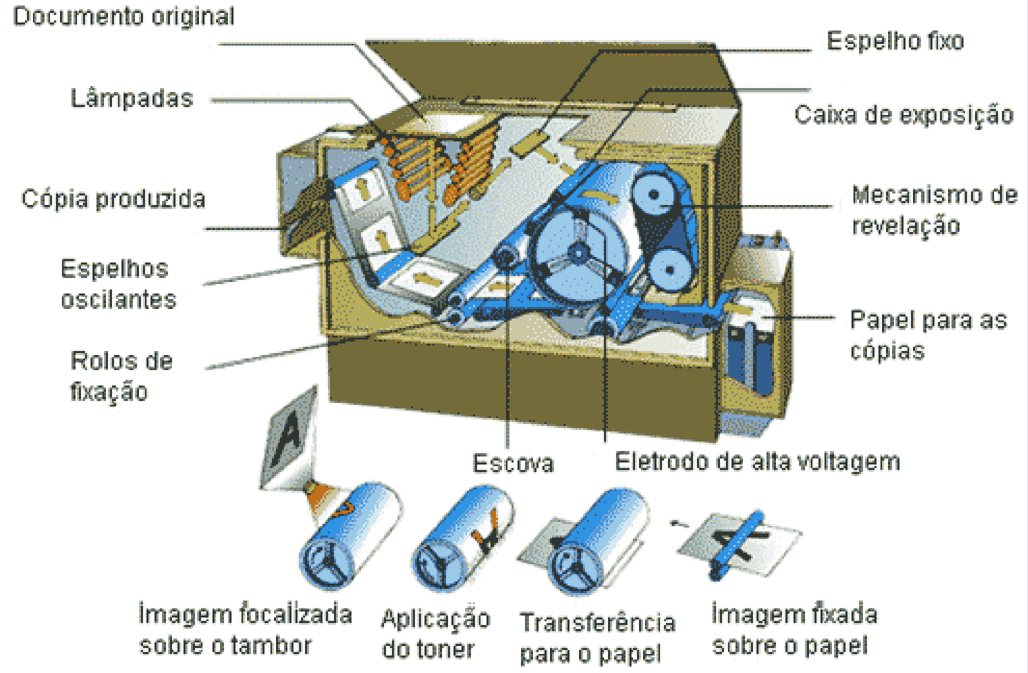
(II) $q = ne \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \rightarrow a\ carga\ é\ quantizada$

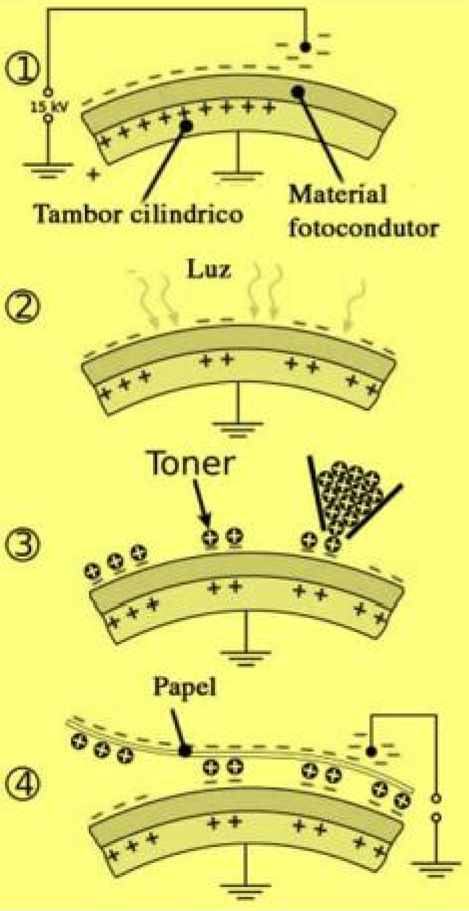
Impressora a jato de tinta





Maquina copiadora Xerox





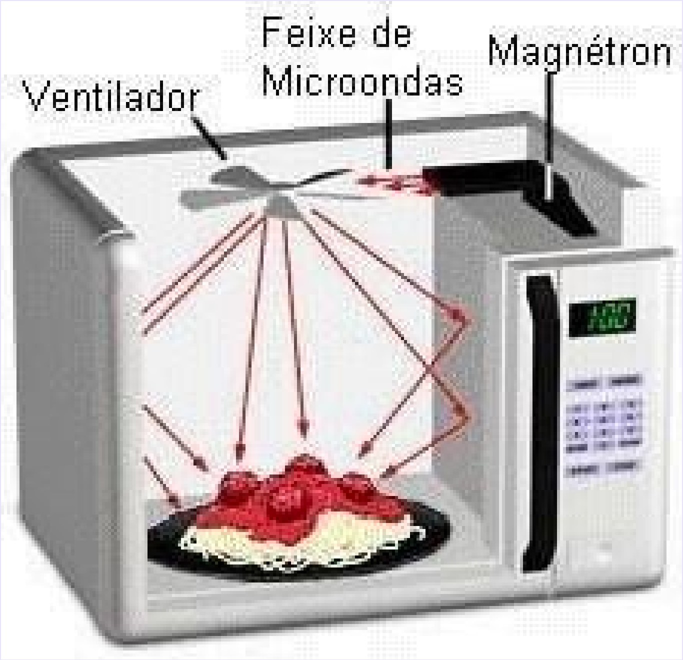
1. Carga: Material fotocondutor, é um semi-condutor que fica condutor quando exposto à luz.

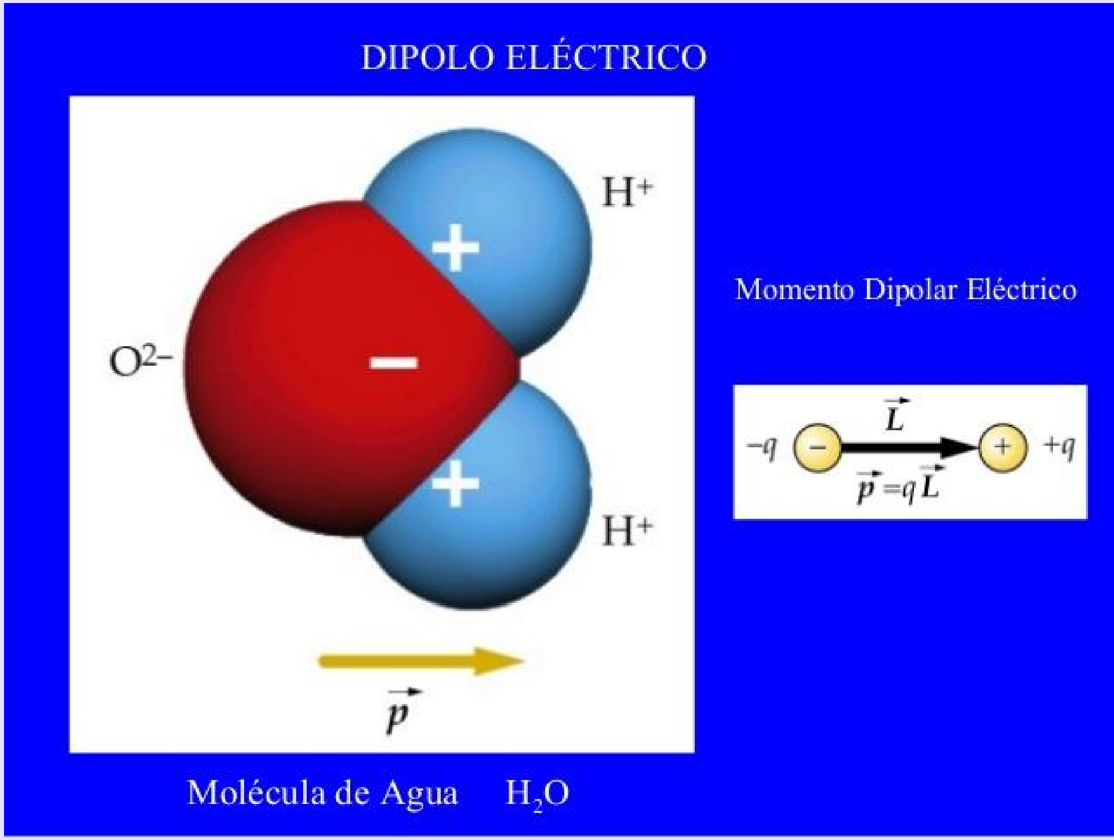
2. Exposição à luz: partes expostas à luz perdem a carga, e as não expostas permanecem com a carga.

3. Revelação da imagem: o toner positivo é atraído para as partes com carga do tambor.

4. Transferência de imagem: O toner é transferido para o papel com a carga negativa do tambor.

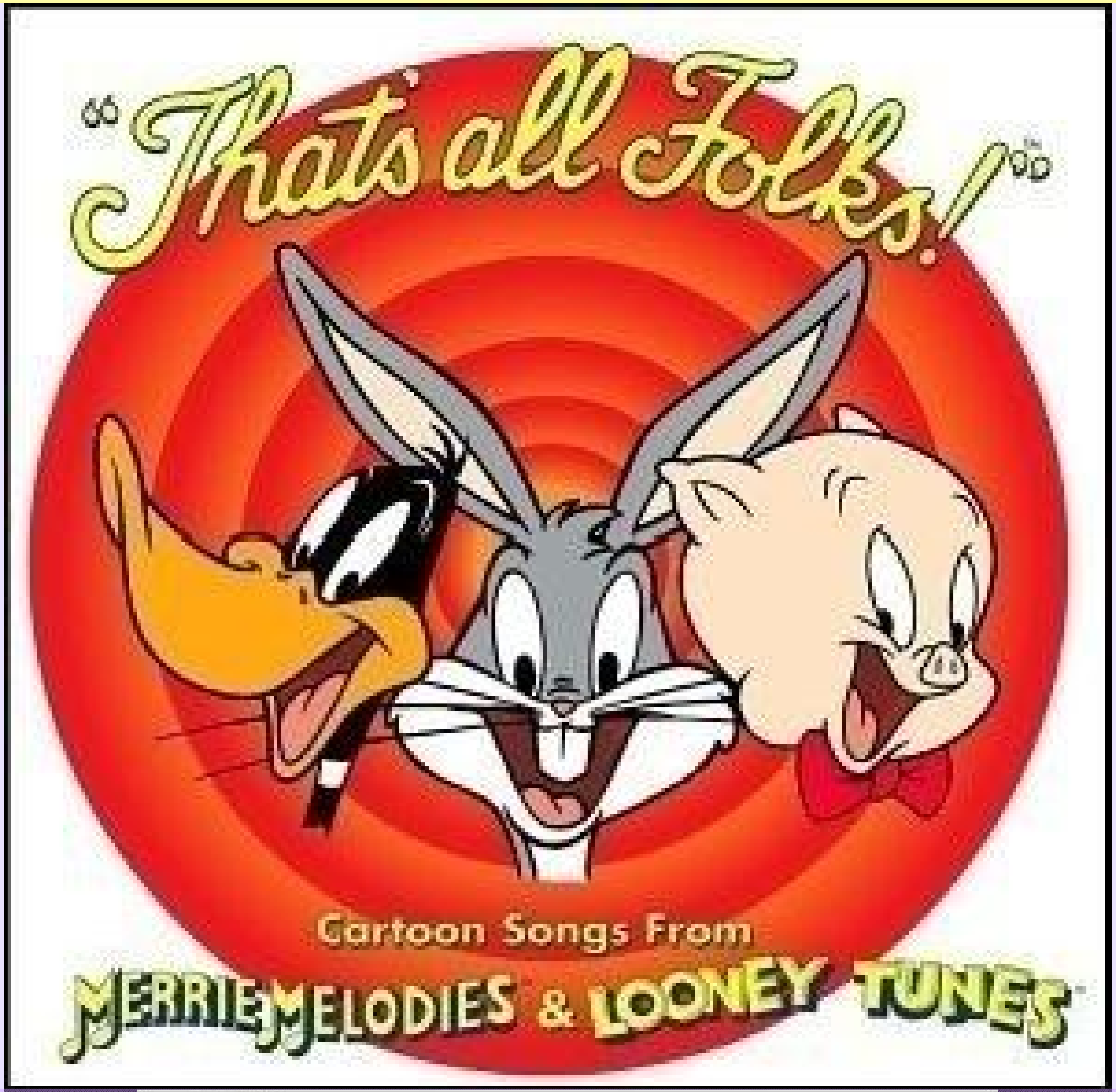
Forno de microondas





Se a molécula de água não fosse polar, o forno de microondas não funcionaria para aquecer alimentos que contêm essa substância...

FIM


"That's all Folks!"
Cartoon Songs From
MERRIE MELODIES & LOONEY TUNES