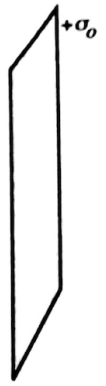
Física por Atividades II - Atividade 3

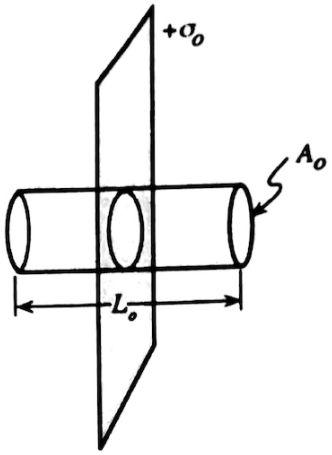
1 Lei de Gauss

1.1 Pré-Teste



1. A figura à direita mostra uma pequena porção próxima ao centro de uma folha *muito grande* de material isolante (não-condutor). A folha tem uma distribuição uniforme de carga positiva de densidade superficial $+\sigma_0$.

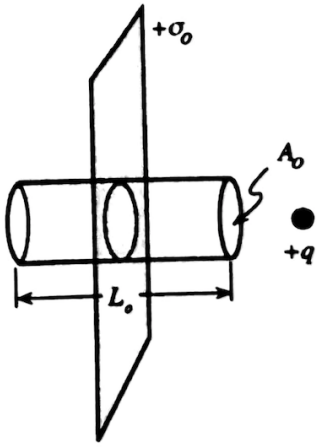
Se a folha tem uma largura L e uma altura H, qual a quantidade de carga que está distribuída ao longo de toda a sua superfície?



2. Uma superfície cilíndrica imaginária corta a folha perpendicularmente definindo sobre ela uma pequena porção próxima a seu centro. O cilindro tem comprimento L_0 e suas base e topo tem área $A0$ cada uma.

a. Qual a carga contida no interior do cilindro? Exponha seu raciocínio.

b. O fluxo elétrico através das paredes curvas do cilindro tem um valor *positivo, negativo*, ou *nulo*? Exponha seu raciocínio.



3. Colocamos agora uma carga positiva $+q$ à direita do cilindro imaginário, como mostra a figura.

a. O fluxo elétrico através da tampa da esquerda do cilindro *aumenta, diminui*, ou *permanece o mesmo*? Exponha seu raciocínio.

b. O fluxo elétrico total através das paredes do cilindro *aumenta, diminui*, ou *permanece o mesmo*? Exponha seu raciocínio.

1.2 Fluxo elétrico através de superfícies fechadas

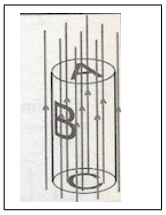
Na atividade *Campo elétrico e fluxo* e nos exercícios relativos a ela descobrimos que o fluxo elétrico através de um conjunto de superfícies imaginárias $d\vec{A}_i$, cada uma das quais sujeitas à ação de um campo elétrico uniforme $\vec{E}_i$, pode ser escrito como

$$\Phi_{total} = \vec{E}_1 \cdot \vec{A}_1 + \vec{E}_2 \cdot \vec{A}_2 + \vec{E}_3 \cdot \vec{A}_3 + ...$$

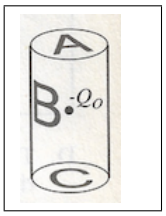
Os vetores área em cada ponto sobre uma *superfície fechada* (*i.e.*, uma superfície que envolve uma região de modo que a única maneira de sair dela é atravessando a superfície) são escolhidos por convenção de modo a apontar *para fora* da região limitada pela superfície. Uma superfície imaginária fechada é chamada uma *superfície gaussiana*.

Nas questões que se seguem, um cilindro gaussiano de base circular, raio a e comprimento l, é colocado sucessivamente em regiões sujeitas a vários campos elétricos distintos. Os círculos que formam o topo e a base do cilindro são rotulados pelas letras A e C respectivamente, e sua superfície lateral recebe o rótulo B. Em cada um dos casos apresentados, *baseie sua resposta a respeito do fluxo total apenas em argumentos qualitativos a respeito do valor do fluxo através do topo, da base, e da superfície lateral*

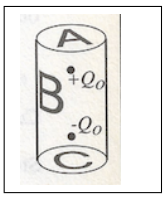
A. O cilindro gaussiano está em uma região onde o campo elétrico é uniforme, tem módulo E e é alinhado com o eixo do cilindro.
- Encontre módulo e sinal do fluxo através da superfície ...
A: B: C:
- O fluxo total através da superfície gaussiana é *positivo, negativo*, ou *nulo*?



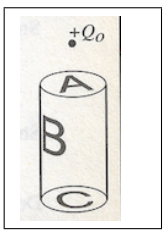
B. Há uma carga negativa no interior do cilindro gaussiano. As linhas de campo não estão sendo mostradas.
- Encontre o sinal do fluxo através da superfície ...
A: B: C:
- O fluxo total através da superfície gaussiana é *positivo, negativo*, ou *nulo*?



C. Há duas cargas no interior do cilindro gaussiano, de mesmo módulo e sinais opostos. As cargas estão sobre o eixo do cilindro e são equidistantes do seu centro.
- Encontre o sinal do fluxo através da superfície ...
A: B: C:
- O fluxo total através da superfície gaussiana é *positivo, negativo*, ou *nulo*?



D. Há uma carga positiva localizada acima do cilindro gaussiano.
- Encontre o sinal do fluxo através da superfície ...
A: B: C:
- É possível determinar se o fluxo total através da superfície gaussiana é *positivo, negativo*, ou *nulo*? Exponha seu raciocínio.



Discuta suas respostas com um instrutor antes de prosseguir.

1.3 Lei de Gauss

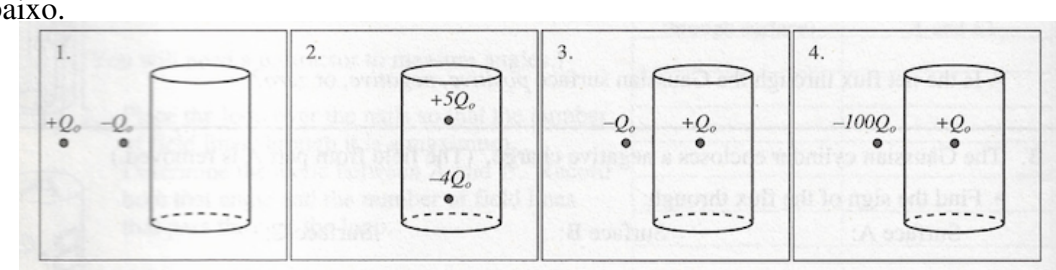
A *Lei de Gauss* afirma que o fluxo elétrico através de uma superfície gaussiana é diretamente proporcional à carga total no interior desta superfície ($\Phi_E = q_{interior}/\epsilon_0$).

A. Suas respostas às partes A, B e C da seção anterior são consistentes com a lei de Gauss? Justifique sua resposta.

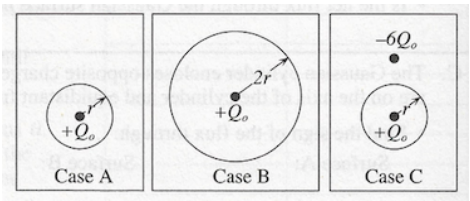
B. Na parte D da seção anterior você tentou determinar o sinal do fluxo através da superfície gaussiana mostrada ao lado.

1. Use a lei de Gauss para determinar se o fluxo elétrico através da superfície gaussiana é *positivo, negativo* ou *nulo*. Justifique sua resposta.
2. Se $\Phi_A = -10Nm^2/C$ e $\Phi_C = 2Nm^2/C$, quanto vale Φ_B?

C. Calcule o fluxo total através de cada uma das superfícies gaussianas mostradas abaixo.



D. Cada uma das três esferas gaussianas mostradas ao lado contém uma carga $+Q_0$ em seu interior. No caso C, outra carga, além dessa, está presente, externa à superfície, de $-6Q_0$.



Considere a seguinte conversa entre estudantes:

Estudante 1: *Como a carga no interior de cada superfície gaussiana é a mesma, o fluxo total através delas tem que ser igual.*

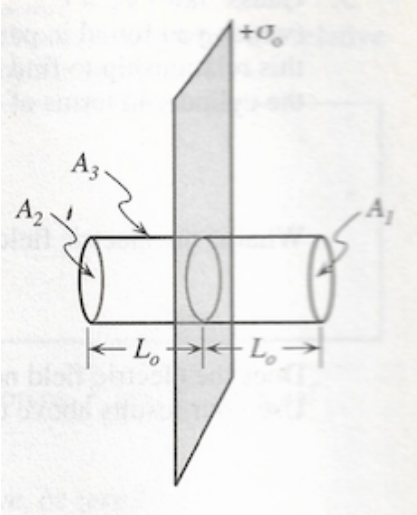
Estudante 2: *A lei de Gauss não pode ser aplicada a esta situação. O campo elétrico sobre a superfície gaussiana no caso B é mais fraco que no caso A, porque a superfície está mais longe da carga. Como o fluxo é proporcional ao módulo do campo elétrico, o fluxo tem que ser menor no caso B.*

Estudante 3: *Estou comparando os casos A e C. Em C, a carga no exterior muda o campo sobre toda a superfície. Como as áreas são iguais, os fluxos têm que ser diferentes.*

Você concorda com algum dos estudantes? Justifique sua resposta.

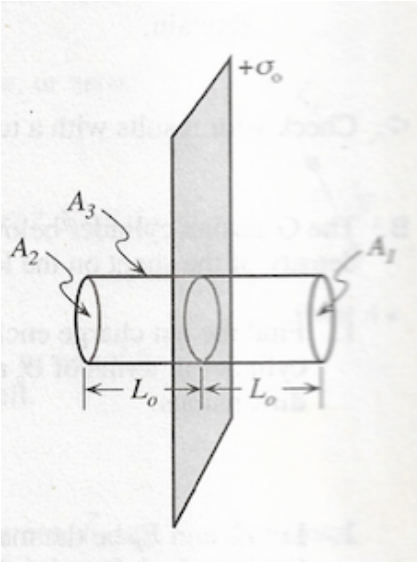
1.4 Aplicação da lei de Gauss

A. Uma folha plana muito grande tem densidade superficial de carga $+\sigma_0$. Uma superfície gaussiana cilíndrica envolve um pedaço desta folha e se estende até uma distância L_0 a partir de cada lado da folha. As áreas das extremidades do cilindro são A_1 e A_2 e sua área lateral é A_3. A figura ao lado mostra apenas uma pequena parte da folha.



1. Indique no diagrama ao lado onde está a carga contida no interior do cilindro gaussiano.

Determine a carga total contida no interior do cilindro gaussiano em termos de σ_0 e outras quantidades que você julgar necessárias.



2. Desenhe as linhas de campo nos dois lados da folha.

A presença do cilindro gaussiano modifica de alguma forma as linhas de campo ou a distribuição de carga? Exponha seu raciocínio.

3. Os módulos do campo elétrico nas extremidades esquerda e direita do cilindro gaussiano são E_e e E_d respectivamente.

Compare estes dois módulos. Qual deles é maior - ou serão eles iguais? Exponha seu raciocínio.

Compare as áreas das duas extremidades do cilindro gaussiano. Qual delas é maior - ou serão elas iguais? Exponha seu raciocínio.

4. Através de qual (ou quais) das 3 superfícies - de áreas A_1, A_2 e A_3 - há um fluxo elétrico não nulo? Use um diagrama mostrando as orientações relativas do vetor campo elétrico e do vetor área em cada uma para explicar seu raciocínio.

Escreva uma expressão para o fluxo elétrico total através do cilindro gaussiano Φ_{total} em termos das três áreas (A_1, A_2, e A_3), de E_e e de E_d.

Use as relações entre os campos elétricos E_e e E_d e entre as áreas A_1 e A_2 para simplificar sua equação para o fluxo total.

5. A lei de Gauss ($\Phi = q/\epsilon_0$) relaciona o fluxo elétrico total através de uma superfície gaussiana (que você determinou no item 4.) com a carga total no interior desta superfície (que você determinou no item 1.). Use agora a lei de Gauss para determinar a direção do campo elétrico na extremidade direita do cilindro e seu

módulo em função de σ_0.

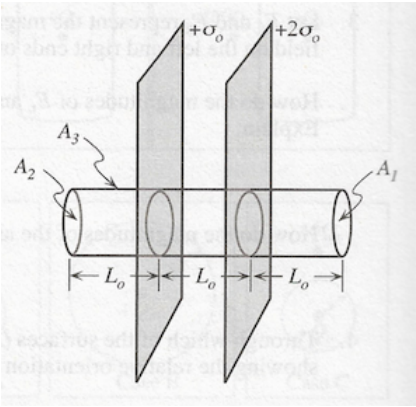
Qual é o campo elétrico na extremidade esquerda do cilindro?

O módulo do campo elétrico criado por uma folha plana carregada uniformemente depende da distância até a folha? Use os resultados obtidos acima para justificar sua resposta.

Esta resposta é consistente com as linhas de campo que você desenhou na parte 2 acima? Explique sua resposta.

Discuta suas respostas com um instrutor antes de prosseguir

B. O cilindro gaussiano na figura abaixo envolve pedaços de duas folhas planas muito grandes e idênticas carregadas. A densidade de carga na folha da esquerda é $+\sigma_0$; a densidade de carga da folha da direita é $+2\sigma_0$.



1. Determine a carga total no interior do cilindro gaussiano em termos de σ_0 e de outras quantidades que você julgar relevantes.

2. Sejam E_e e E_d os módulos do campo elétrico nas extremidades esquerda e direita do cilindro gaussiano. E_e é *maior que*, *menor que*, ou *igual a* E_d? Exponha seu raciocínio.

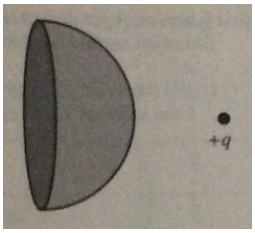
3. Determine o fluxo total através do cilindro gaussiano em função de E_e, E_d, e de outras quantidades que você julgar pertinentes.

4. Use a lei de Gauss para determinar o campo elétrico a uma distância L_0 à direita da folha da direita.

Seus resultados são consistentes com os resultados que você obteria usando o princípio de superposição? Demonstre sua afirmação.

1.5 Exercícios

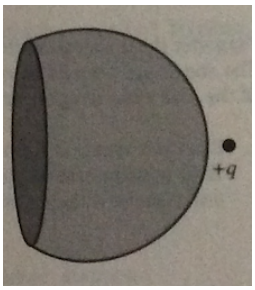
1. A superfície gaussiana *fechada* mostrada à direita consiste numa superfície hemisférica e numa superfície plana. Uma carga pontual $+q$ está situada fora da região que tem esta superfície por fronteira, e não há nenhuma carga no interior desta região.



a. Qual o fluxo através desta superfície fechada? Exponha seu raciocínio.

Represente o fluxo através da parede plana à esquerda desta superfície por Φ_E. Escreva uma expressão em termos de Φ_E para o fluxo Φ_D através da parte curva da superfície, à direita.

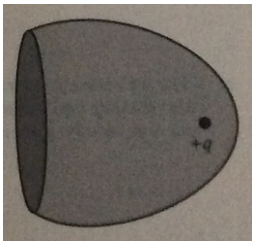
b. Suponha que a parte curva da superfície gaussiana da parte a seja trocada por outra maior, como mostra a figura. A porção plana da superfície gaussiana à esquerda continua como era antes, e sua distância à carga $+q$ fica inalterada.



i. O valor de Φ_E se altera? Exponha seu raciocínio.

ii. Como se compara o fluxo através da nova porção curva da superfície se compara com o fluxo através da parte curva do item a? Exponha seu raciocínio.

c. Suponha que a parte curva da superfície gaussiana da parte a seja trocada por outra ainda maior, o que faz com que a carga $+q$ fique no interior da superfície gaussiana, como mostra a figura. A porção plana da superfície gaussiana à esquerda continua como era antes, e sua distância à carga $+q$ fica inalterada.

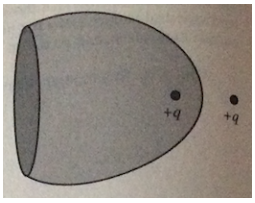


i. O valor de Φ_E se altera? Exponha seu raciocínio.

ii. Como se compara o fluxo através da nova porção curva da superfície se compara com o fluxo através da parte curva original do item a? Exponha seu raciocínio.

iii. Use a lei de Gauss para escrever uma expressão para o fluxo através da parte curva da superfície gaussiana em termos de Φ_E e q.

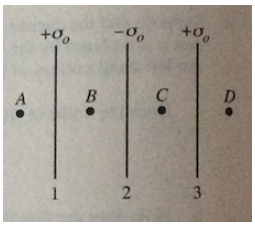
d. Uma segunda carga $+q$ é colocada à direita da superfície gaussiana como mostra a figura.



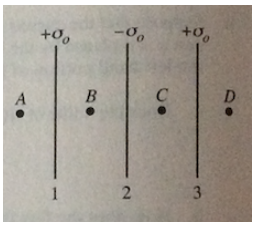
i. O valor de Φ_E é agora *maior que*, *menor que*, ou *igual a* seu valor antes da segunda carga ser acrescentada? Exponha seu raciocínio.

ii. O valor do fluxo através de toda a superfície gaussiana é agora *maior que*, *menor que*, ou *igual a* seu valor através de toda a superfície gaussiana do caso c? Exponha seu raciocínio.

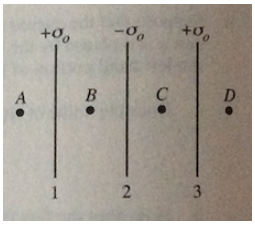
2. Considere três folhas de carga contendo distribuições superficiais com os valores indicados na figura. As folhas são muito grandes, e se estendem para cima e para baixo da parte limitada mostrada na vista de lado exibida à direita.



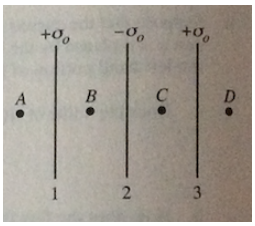
a. Desenhe um vetor em cada um dos pontos de A a D que represente o campo elétrico criado neste ponto pela *folha 1*. Desenhe estes vetores em escala e diga como se comparam seus módulos.



b. Desenhe um vetor em cada um dos pontos de A a D que represente o campo elétrico criado neste ponto pela *folha 2*. Desenhe estes vetores em escala e diga como se comparam seus módulos.



c. Desenhe um vetor em cada um dos pontos de A a D que represente o campo elétrico criado neste ponto pela *folha 3*. Desenhe estes vetores em escala e diga como se comparam seus módulos.



d. Desenhe um vetor em cada um dos pontos de A a D que represente o campo elétrico resultante neste ponto.

e. Calcule o módulo do campo elétrico resultante em cada um dos pontos de A a D. Use a superposição para construir sua resposta.