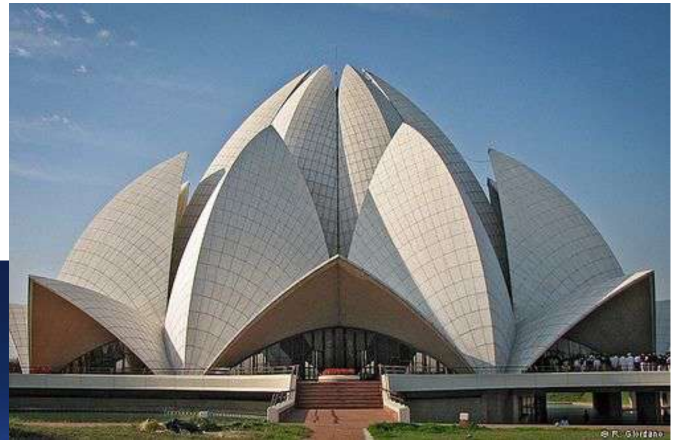
INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

# Panorama da Física

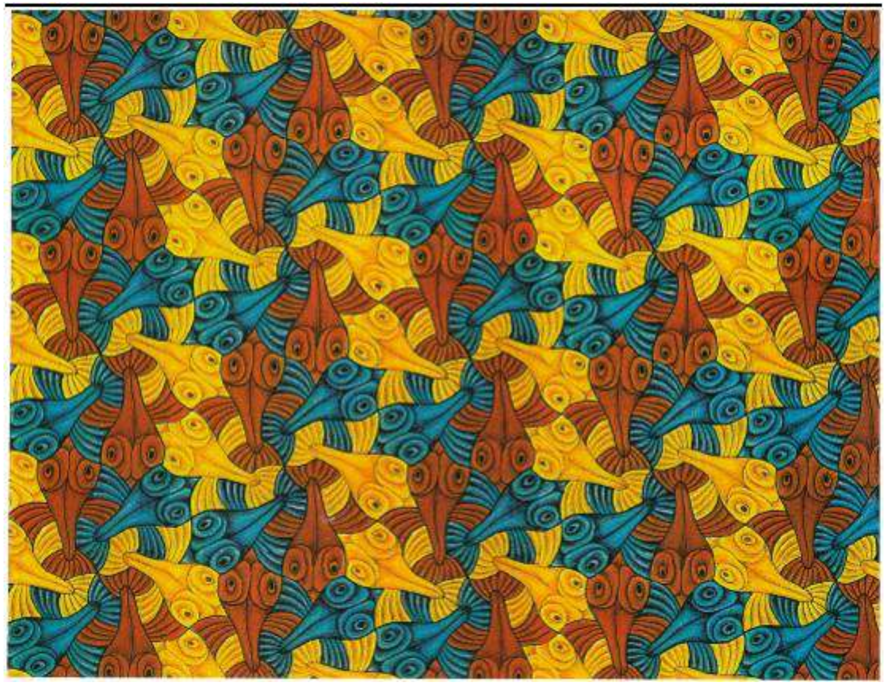
## Simetrias na Física:
## Uma homenagem aos 100 anos do teorema de Noether

Reinaldo de Melo e Souza (IF-UFF)

# Introdução



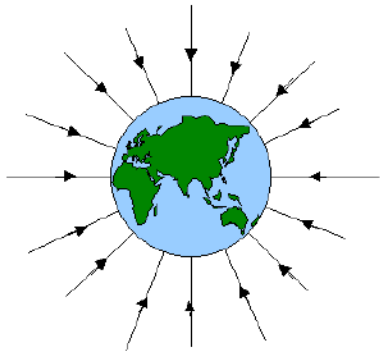
# Introdução



# Introdução

## Simetrias na física

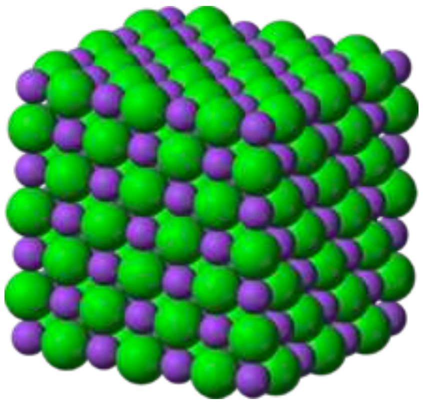
1) **Auxílio na solução de problemas**

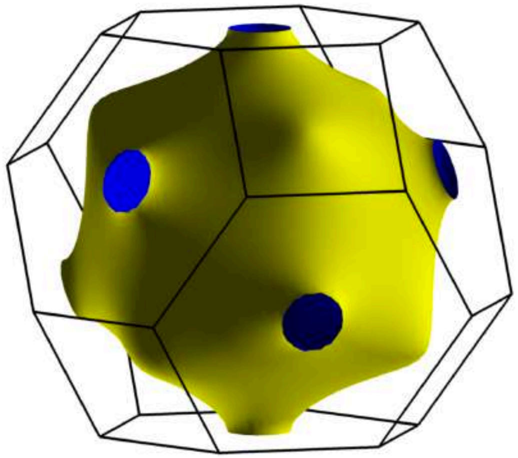


# Introdução

## Simetrias na física

1) Auxílio na solução de problemas
2) **Parte fundamental do arcabouço teórico**

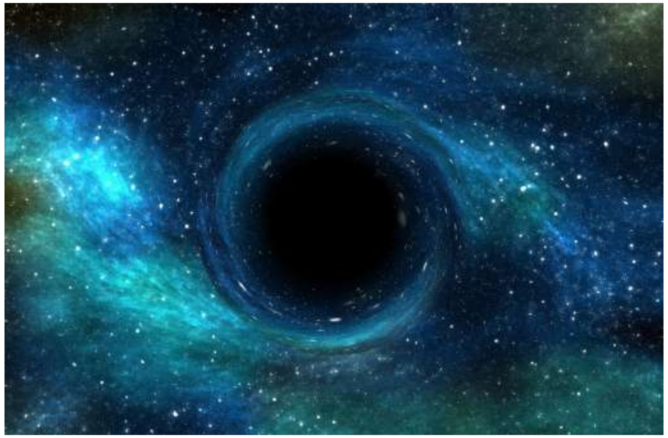


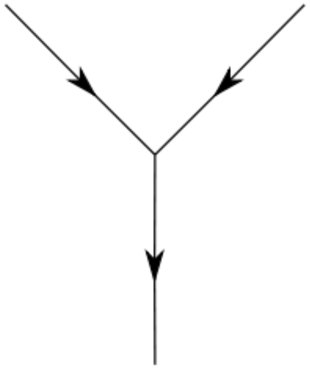


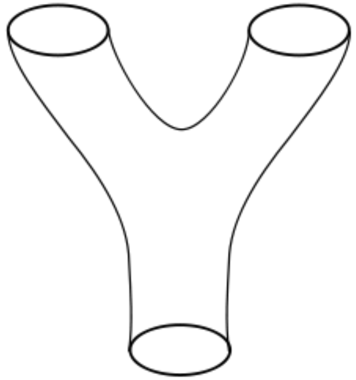
# Introdução

## Simetrias na física

1) Auxílio na solução de problemas
2) Parte fundamental do arcabouço teórico
3) **Guia na construção de novas teorias**







# Introdução

## Simetrias na física

1) Auxílio na solução de problemas
2) Parte fundamental do arcabouço teórico
3) **Guia na construção de novas teorias**

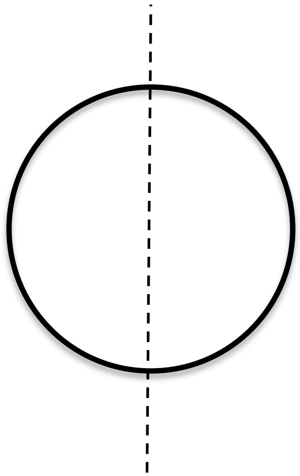
No século XX, simetria deixa seu
papel coadjuvante e assume protagonismo!
**Um dos marcos iniciais é o Teorema de Noether (1918)**

# Simetria

- Συμμετρια: Mesmas proporções.

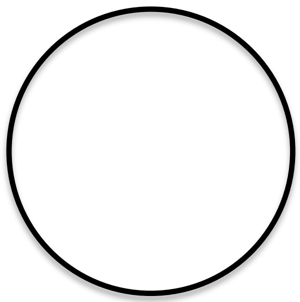
# Simetria

- $\Sigma \upsilon \mu \mu \varepsilon \tau \rho \iota \alpha$: Mesmas proporções.
- Operações de Simetria:
  - Reflexão por qualquer reta que passe pelo centro.



# Simetria

- $\Sigma\upsilon\mu\mu\epsilon\tau\rho\iota\alpha$: Mesmas proporções.
- Operações de Simetria:
  - Rotação em torno de um eixo perpendicular ao plano da tela por qualquer ângulo.



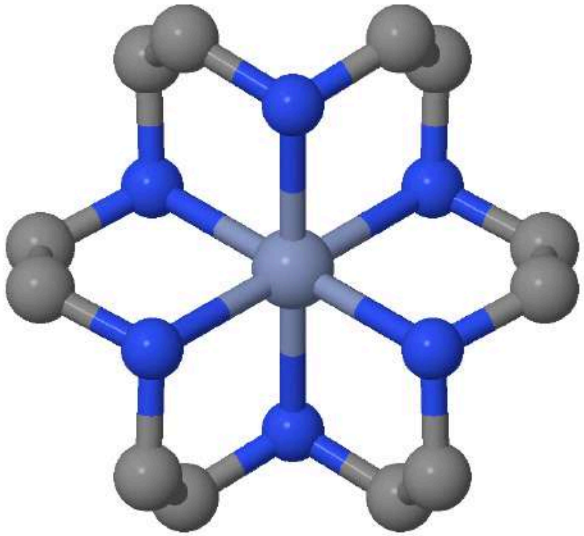
# Simetria

- Συμμετρια: Mesmas proporções.
- Operações de Simetria:
  - Em algumas situações é mais difícil visualizar todas as simetrias presentes!
  - **24 operações de simetria!**

https://www.youtube.com/watch?v=Ch95sES5D9A

# Simetria

- $\Sigma\upsilon\mu\mu\varepsilon\tau\rho\iota\alpha$: Mesmas proporções.
- Operações de Simetria:
  - Em algumas situações é mais difícil visualizar todas as simetrias presentes!



http://symmetry.otterbein.edu/gallery/index.html

**Conhecer as simetrias da molécula ajuda muito a entender as propriedades da interação da luz com a matéria!**

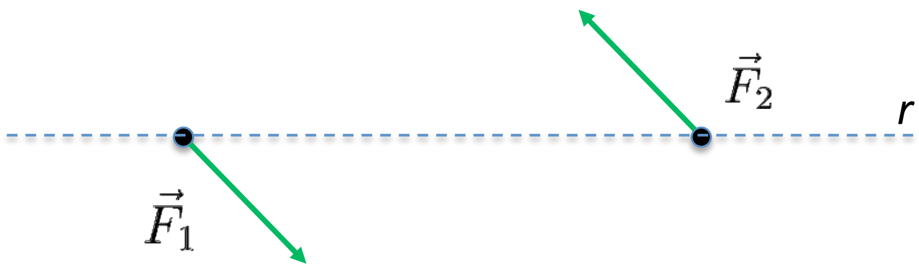
# Interações entre duas partículas

- A situação abaixo não viola a 3ª lei de Newton!


$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$

# Interações entre duas partículas

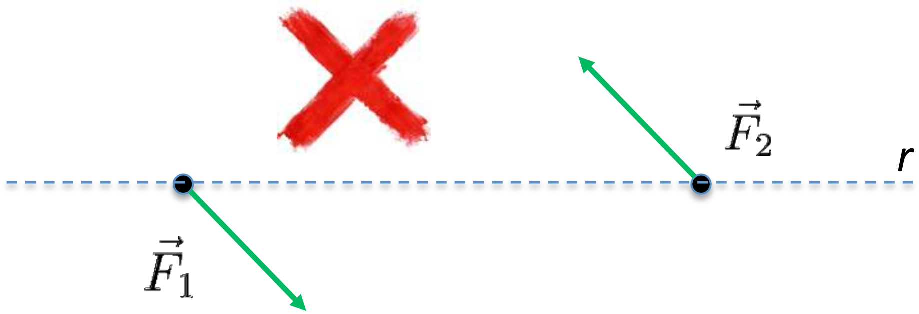
- A situação abaixo não viola a 3ª lei de Newton!
  - **Supondo que as partículas não tenham estrutura, reflexão por *r* é uma simetria do Sistema!**




$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$

# Interações entre duas partículas

- A situação abaixo não viola a 3ª lei de Newton!
  - **Supondo que as partículas não tenham estrutura, reflexão por *r* é uma simetria do Sistema!**



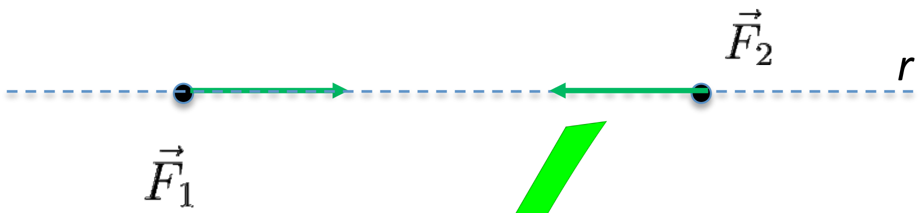

$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$

Após a reflexão:

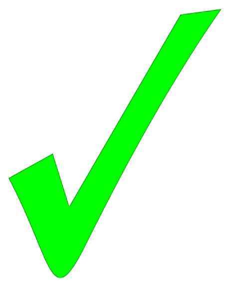

**Este par violaria as simetrias do sistema!**

# Interações entre duas partículas

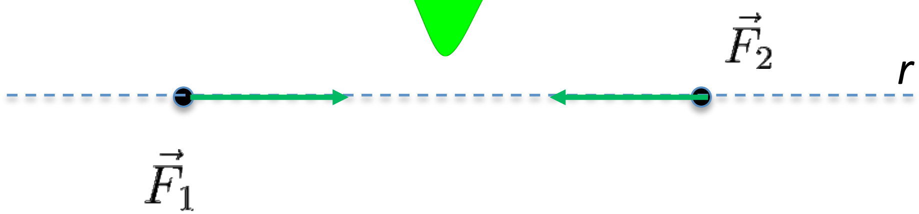
- A situação abaixo não viola a 3ª lei de Newton!
  - **Supondo que as partículas não tenham estrutura, reflexão por *r* é uma simetria do Sistema!**




$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$



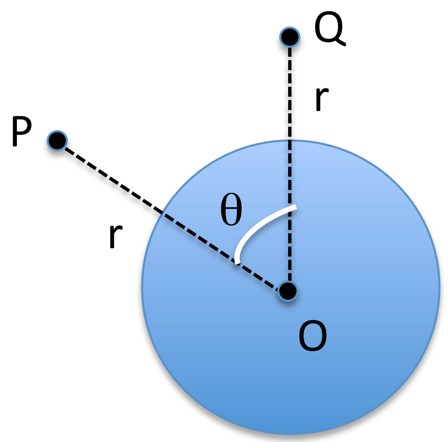
Após a reflexão:




**3ª lei de Newton forte**

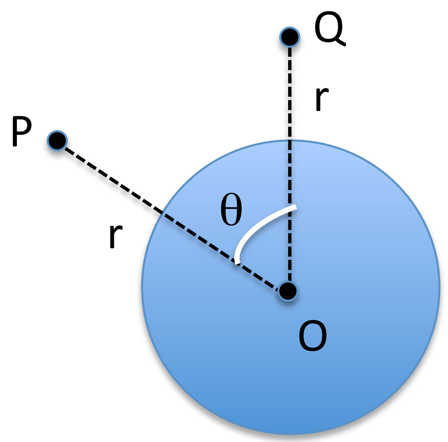
# Campo criado por uma esfera

- Qual o campo produzido por uma distribuição **esfericamente simétrica** de cargas?
  - Só com simetria não o determinamos completamente, mas podemos obter **importantes propriedades**!



# Campo criado por uma esfera

- Qual o campo produzido por uma distribuição **esfericamente simétrica** de cargas?
  - Só com simetria não o determinamos completamente, mas podemos obter **importantes propriedades**!

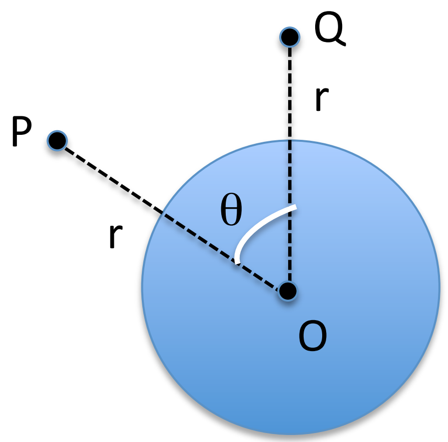



A rotação por um ângulo $\theta$ em torno de um eixo perpendicular ao plano da tela que passa pela origem da esfera é uma operação de simetria!

Q $\rightarrow$ P! **Campo em Q deve ser igual a campo em P!**

# Campo criado por uma esfera

- Qual o campo produzido por uma distribuição **esfericamente simétrica** de cargas?
  - Só com simetria não o determinamos completamente, mas podemos obter **importantes propriedades**!



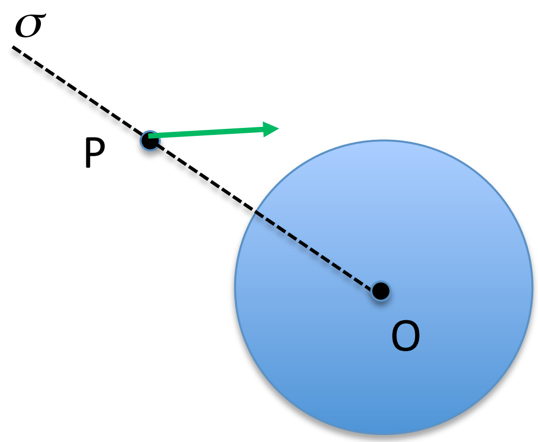

A rotação por um ângulo θ em torno de um eixo perpendicular ao plano da tela que passa pela origem da esfera é uma operação de simetria!

Q → P! **Campo em Q deve ser igual a campo em P!**

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(r)}$$

# Campo criado por uma esfera

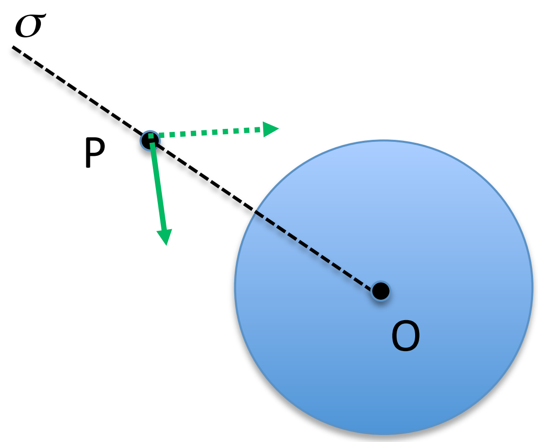
- Qual o campo produzido por uma distribuição **esfericamente simétrica** de cargas?
  - Só com simetria não o determinamos completamente, mas podemos obter **importantes propriedades**!




Reflexão no plano σ é uma operação de simetria!

# Campo criado por uma esfera

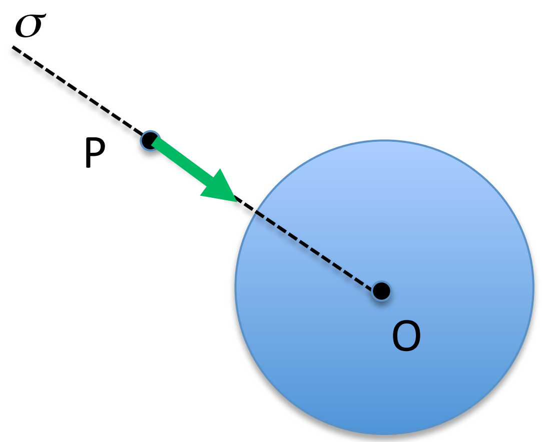
- Qual o campo produzido por uma distribuição **esfericamente simétrica** de cargas?
  - Só com simetria não o determinamos completamente, mas podemos obter **importantes propriedades**!




Reflexão no plano $\sigma$ é uma operação de simetria!

# Campo criado por uma esfera

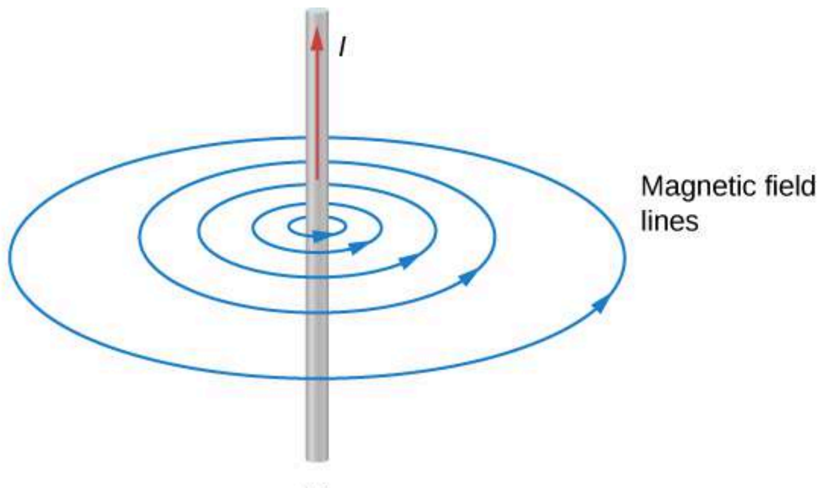
- Qual o campo produzido por uma distribuição **esfericamente simétrica** de cargas?
  - Só com simetria não o determinamos completamente, mas podemos obter **importantes propriedades**!




Reflexão no plano σ é uma operação de simetria!

# Deflexão de um ímã por uma corrente

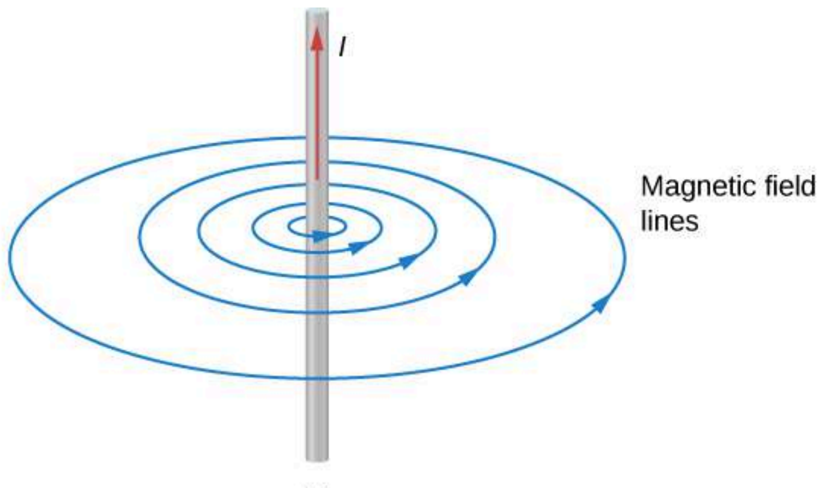
- Há de se tomar cuidado com diversas sutilezas!

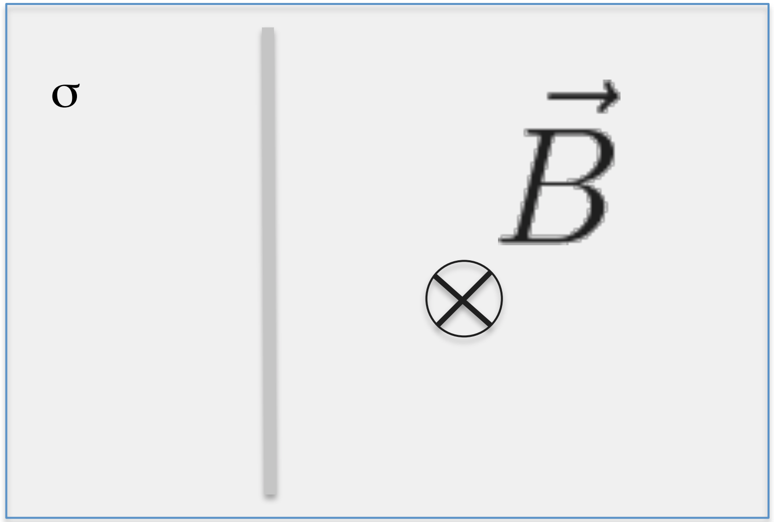


# Deflexão de um ímã por uma corrente

- Há de se tomar cuidado com diversas sutilezas!

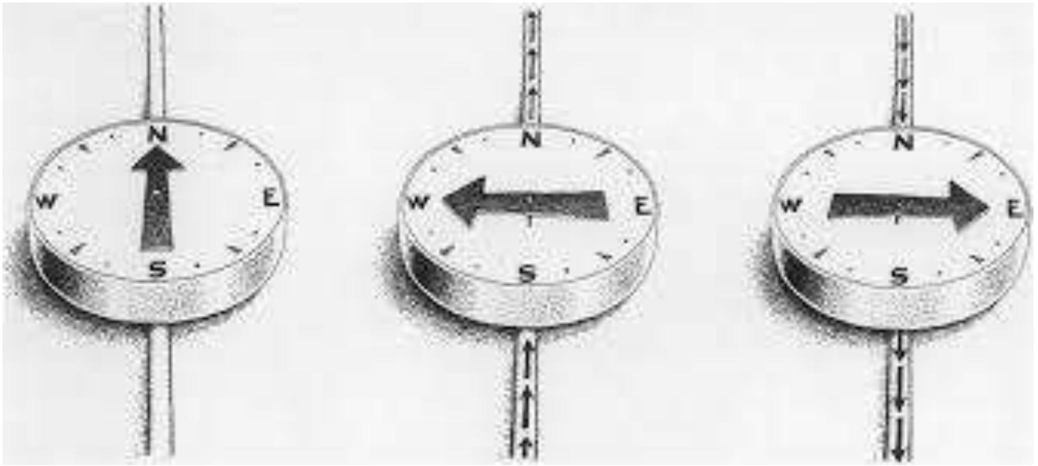
σ é um plano de simetria!?



# Deflexão de um ímã por uma corrente

- Há de se tomar cuidado com diversas sutilezas!

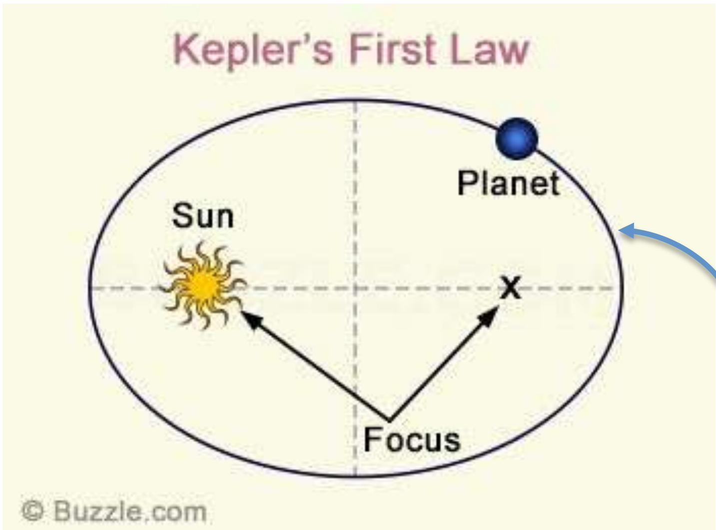



Roy Sorensen, Thought experiment, American Scientist, **79,** 250 (1991)

# Papel das condições iniciais

- A atração gravitacional possui simetria esférica.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

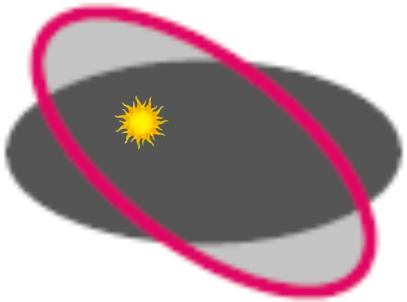



Órbita elíptica?

# Papel das condições iniciais

- A atração gravitacional possui simetria esférica.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

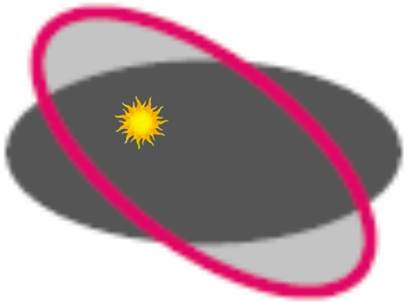


Dada a simetria esférica: Por que seguir uma trajetória e não a outra?

# Papel das condições iniciais

- A atração gravitacional possui simetria esférica.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



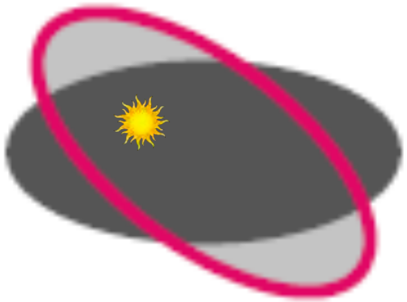
Dada a simetria esférica: Por que seguir uma trajetória e não a outra?

**Condições Iniciais!**

# Papel das condições iniciais

- A atração gravitacional possui simetria esférica.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

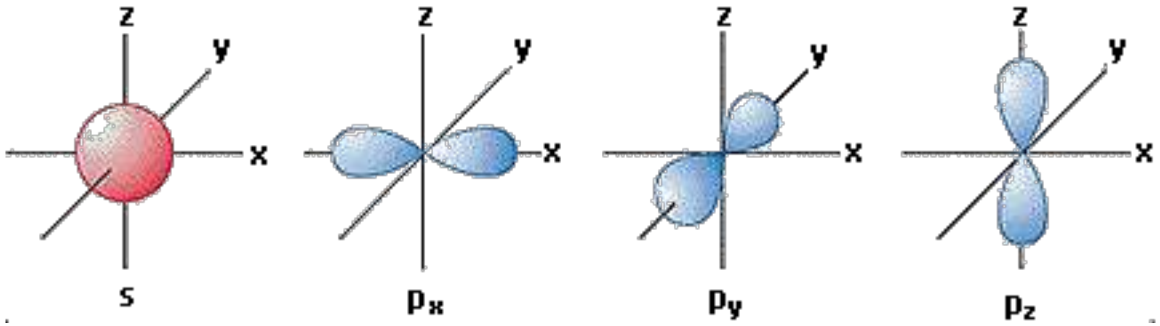


Dada a simetria esférica: Por que seguir uma trajetória e não a outra?

**Mas, por simetria, as órbitas ao lado têm a mesma energia!**

# Papel das condições iniciais

- O potencial Coulombiano tem simetria esférica.




https://www2.chemistry.msu.edu/faculty/reusch/virttxtjml/chapt2.htm

# Similaridade

- Suponha que façamos uma mudança de escala:

$$\begin{cases} r' = \alpha r \\ t' = \beta t \end{cases}$$

**Cuidado: Transformações de escala em geral não são operações de simetria!**

# Similaridade

- Suponha que façamos uma mudança de escala:

$$\begin{cases} r' = \alpha r \\ t' = \beta t \end{cases}$$

$$\begin{cases} F = ma \\ \end{cases}$$

# Similaridade

- Suponha que façamos uma mudança de escala:

$$\begin{cases} r' = \alpha r \\ t' = \beta t \end{cases}$$

$$\begin{cases} F = ma \\ a' = \dfrac{\alpha}{\beta^2} a \end{cases}$$

# Similaridade

- Suponha que façamos uma mudança de escala:

$$\begin{cases} r' = \alpha r \\ t' = \beta t \end{cases} \qquad \begin{cases} F = ma \\ a' = \dfrac{\alpha}{\beta^2} a \end{cases}$$

Suponha que $F$ seja uma função homogênea de ordem $k$:

$$F' = \alpha^k F$$

# Similaridade

- Suponha que façamos uma mudança de escala:

$$\begin{cases} r' = \alpha r \\ t' = \beta t \end{cases} \qquad \begin{cases} F = ma \\ a' = \dfrac{\alpha}{\beta^2} a \end{cases}$$

Suponha que $F$ seja uma função homogênea de ordem $k$:

$$F' = \alpha^k F$$

Para que a equação de movimento não seja alterada:

$$\alpha^k = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

# Similaridade

- Suponha que façamos uma mudança de escala:

$$\begin{cases} r' = \alpha r \\ t' = \beta t \end{cases} \qquad \begin{cases} F = ma \\ a' = \dfrac{\alpha}{\beta^2} a \end{cases}$$

Suponha que $F$ seja uma função homogênea de ordem $k$:

$$F' = \alpha^k F$$

Para que a equação de movimento não seja alterada:

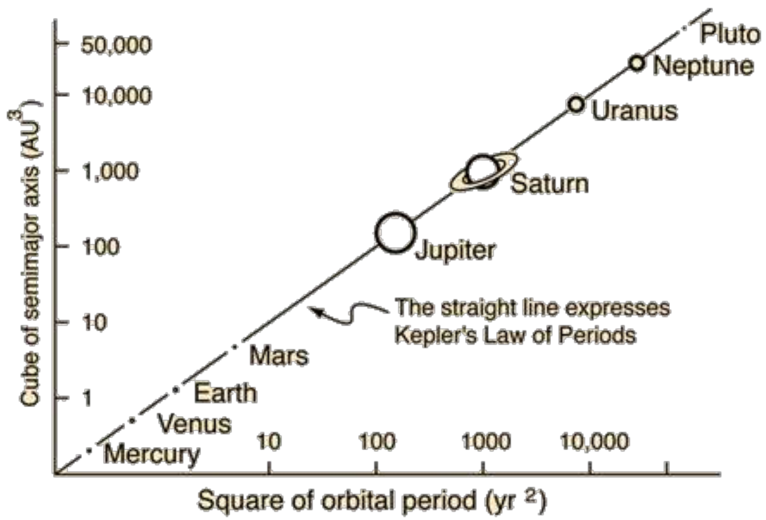
$$\alpha^k = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

$$k = -2:$$

Temos

$$\beta^2 = \alpha^3$$

# Similaridade




Para que a equação de movimento não seja alterada:

$$\alpha^k = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

$$k = -2 :$$

Temos

$$\beta^2 = \alpha^3$$

$$\Rightarrow$$

$$\left(\frac{t'}{t}\right)^2 = \left(\frac{l'}{l}\right)^3$$

# Similaridade


Para que a equação de movimento não seja alterada:

$$\alpha^k = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

$$k = 1 :$$

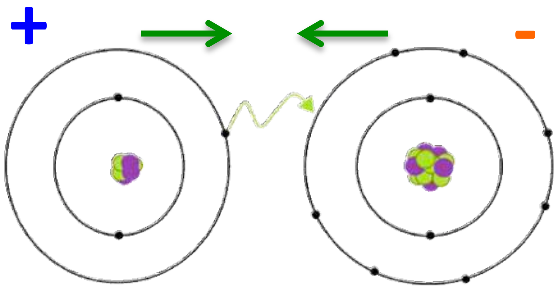
Temos

$$\beta^2 = \alpha^0$$

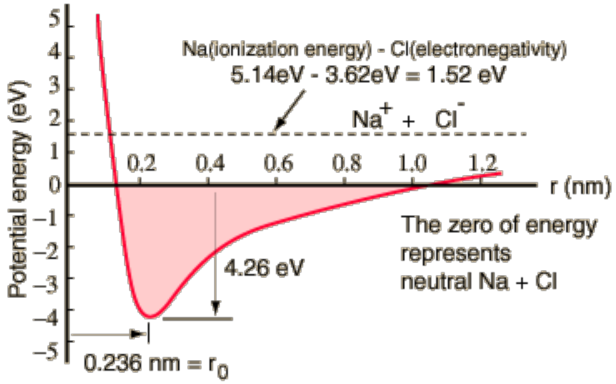
$$\Rightarrow$$

$$\left(\frac{t'}{t}\right)^2 = \left(\frac{l'}{l}\right)^0$$

# Ligações Químicas



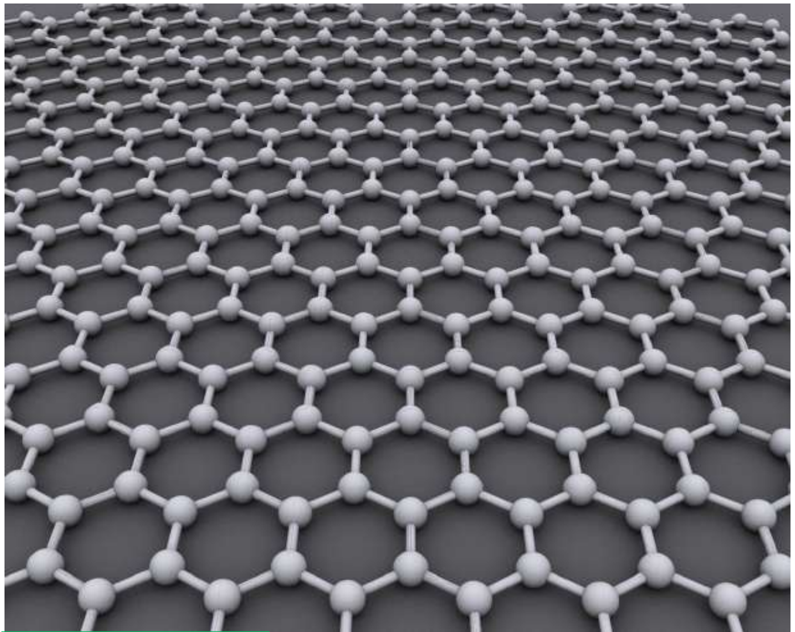

https://byjus.com/chemistry/ionic-bond-or-electrovalent-bond/




http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/molecule/NaCl.html

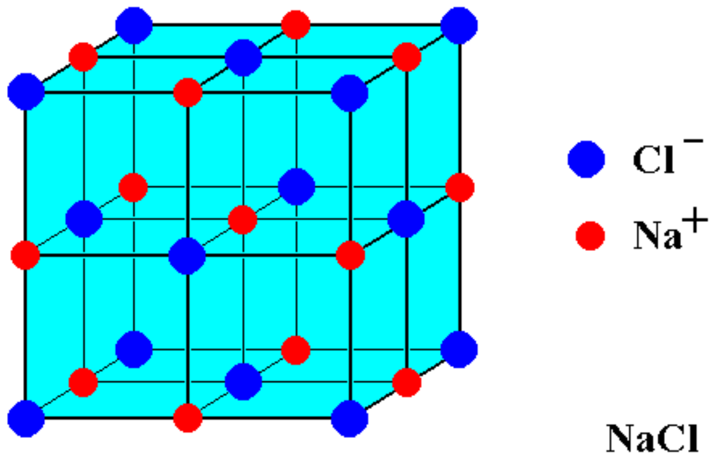
# Sólidos

**Cristais possuem simetria translacional discreta!**



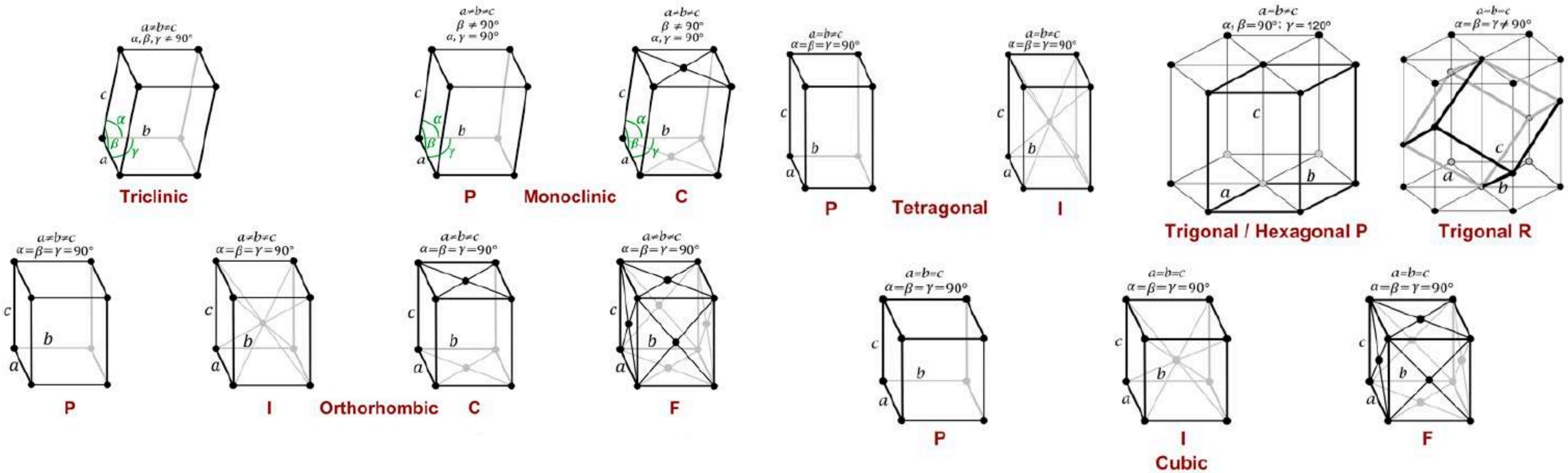
Grafeno

https://en.wikipedia.org/wiki/Graphene

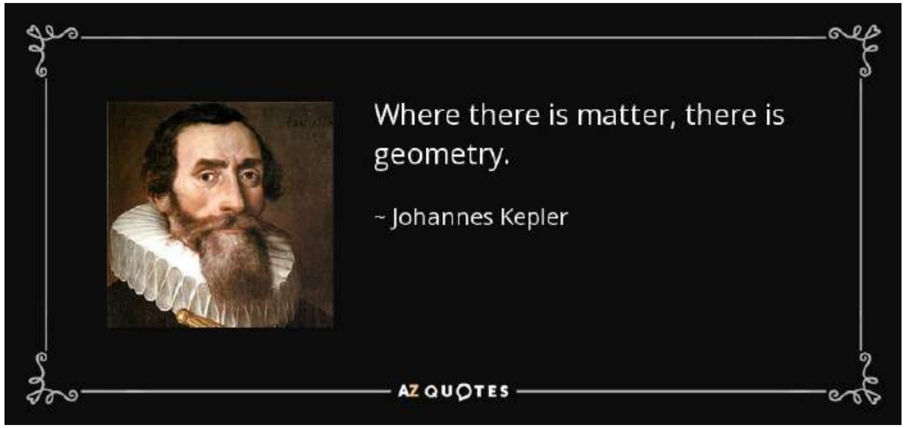


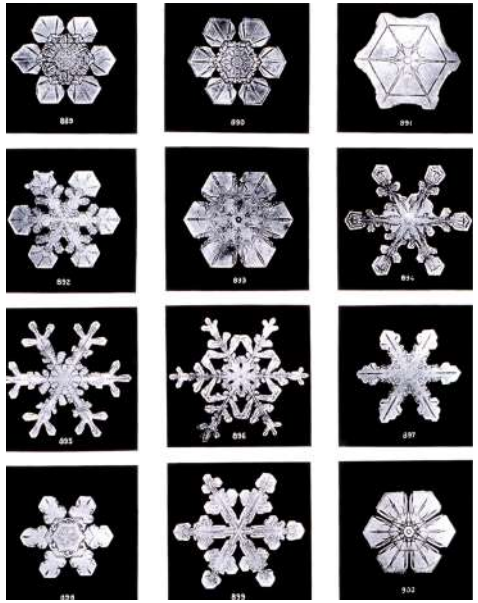
# Sólidos

Redes de Bravais!



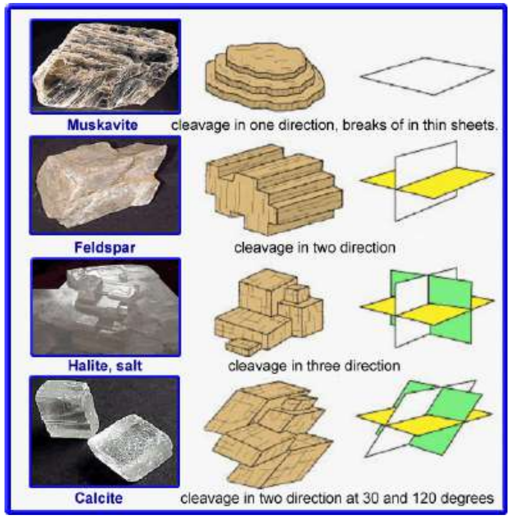
# Sólidos

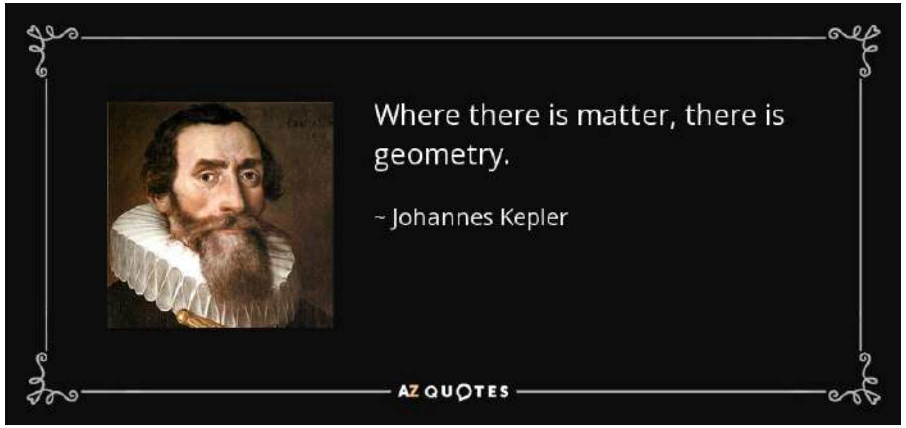


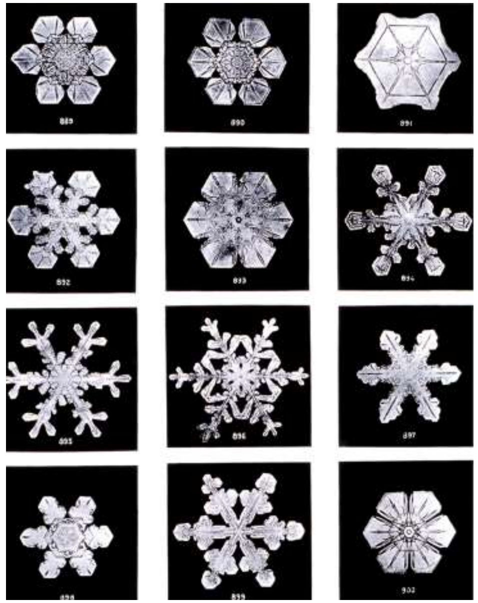



Em *Mathematici Strena Seu de Nive Sexangula*

# Sólidos



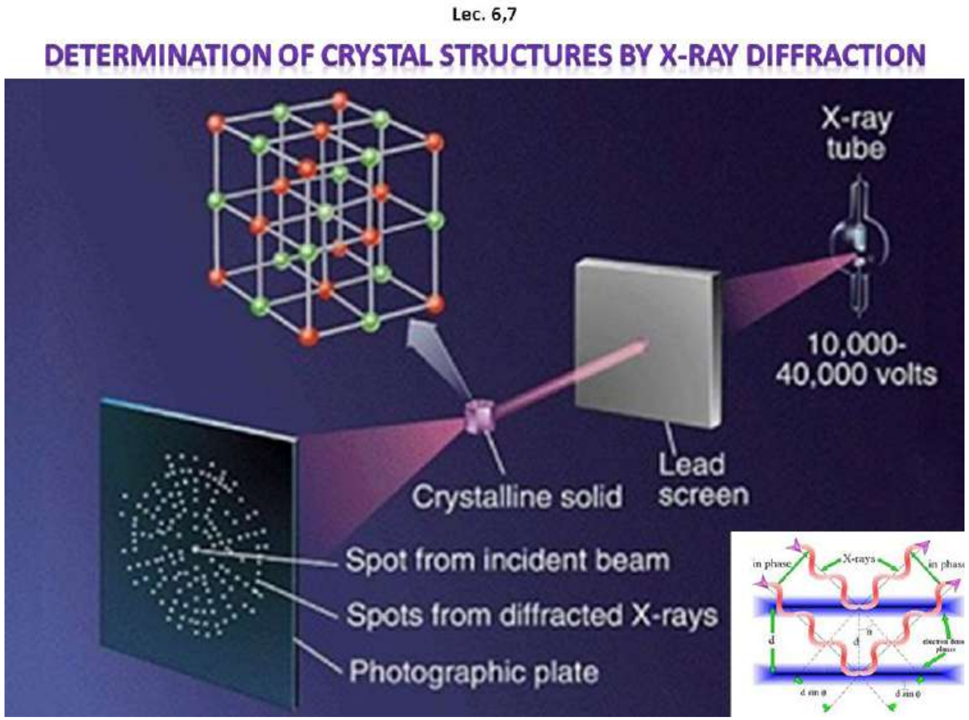



Em *Mathematici Strena Seu de Nive Sexangula*

# Sólidos

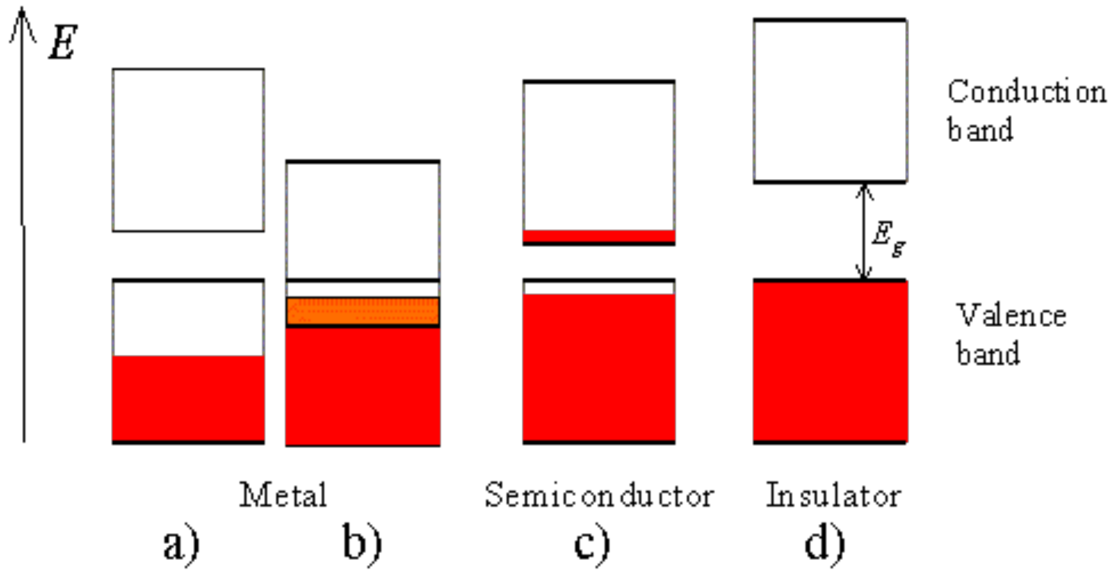
Tal simetria microscópica possibilita que entendamos muitas propriedades dos sólidos!



# Sólidos

Tal simetria microscópica possibilita que entendamos muitas propriedades dos sólidos!

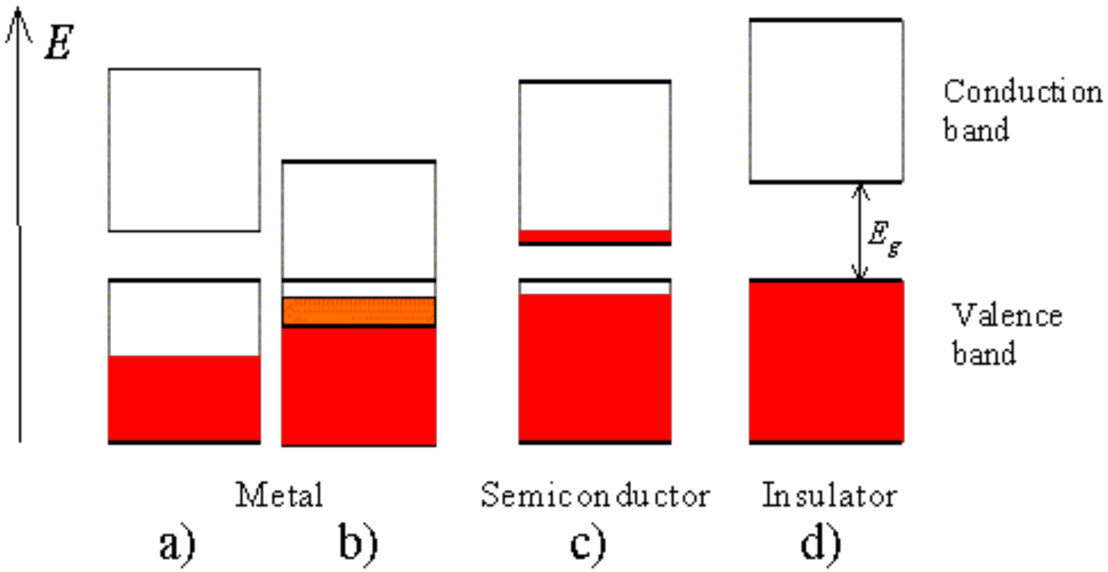
- Quais conduzem e quais são isolantes,
- Por que isolantes são transparentes,...




# Sólidos

Tal simetria microscópica possibilita que entendamos muitas propriedades dos sólidos!

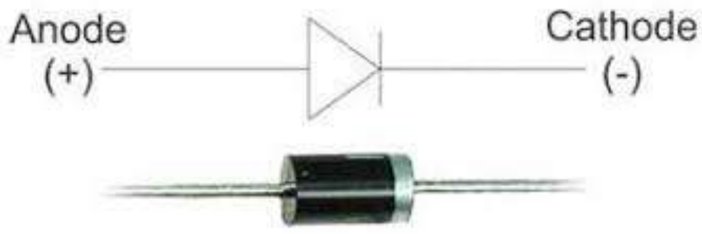
- Determinar as cores dos materiais

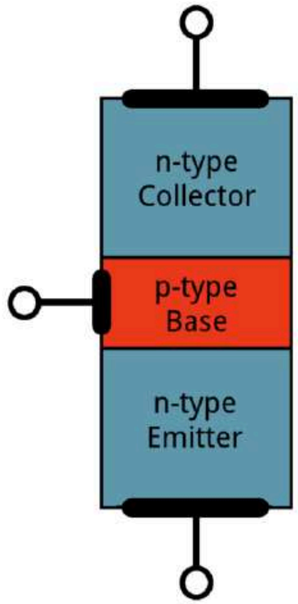



# Sólidos

Tal simetria microscópica possibilita que entendamos muitas propriedades dos sólidos!

- Criar novas tecnologias



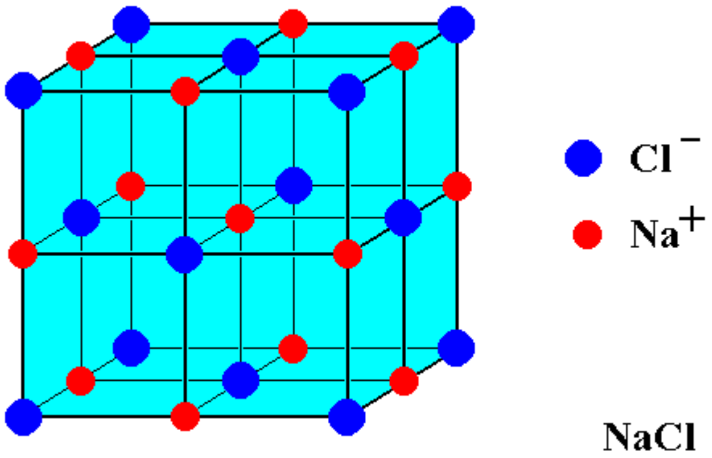





# Sólidos

Em suma, na teoria dos sólidos *simetria* entra
como um ingrediente (não demonstrado) da teoria!

- Assumimos que o potencial sentido pelos elétrons é periódico!

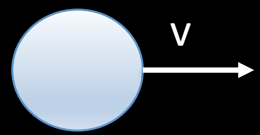


# Simetrias e grandezas conservadas

Comecemos com um exemplo bastante simples:

**Um corpo isolado**

**Princípio da inércia**: Sua velocidade é constante

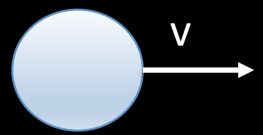


# Simetrias e grandezas conservadas

Comecemos com um exemplo bastante simples:

**Um corpo isolado**

**Princípio da inércia**: Sua velocidade é constante




Note que neste problema há simetria por translação!

# Simetrias e grandezas conservadas

Um segundo exemplo:

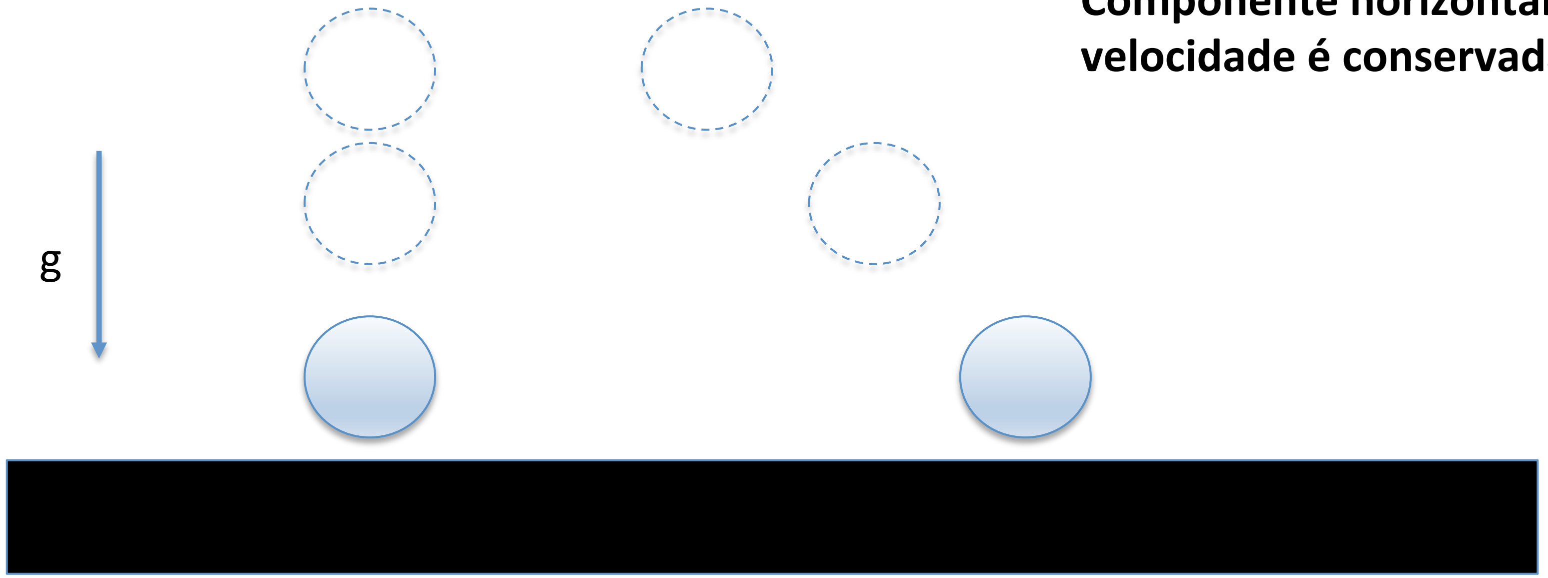
**Corpo em queda livre próximo**

# Simetrias e grandezas conservadas

Um segundo exemplo:

**Corpo em queda livre próximo**

**Componente horizontal da velocidade é conservada!**



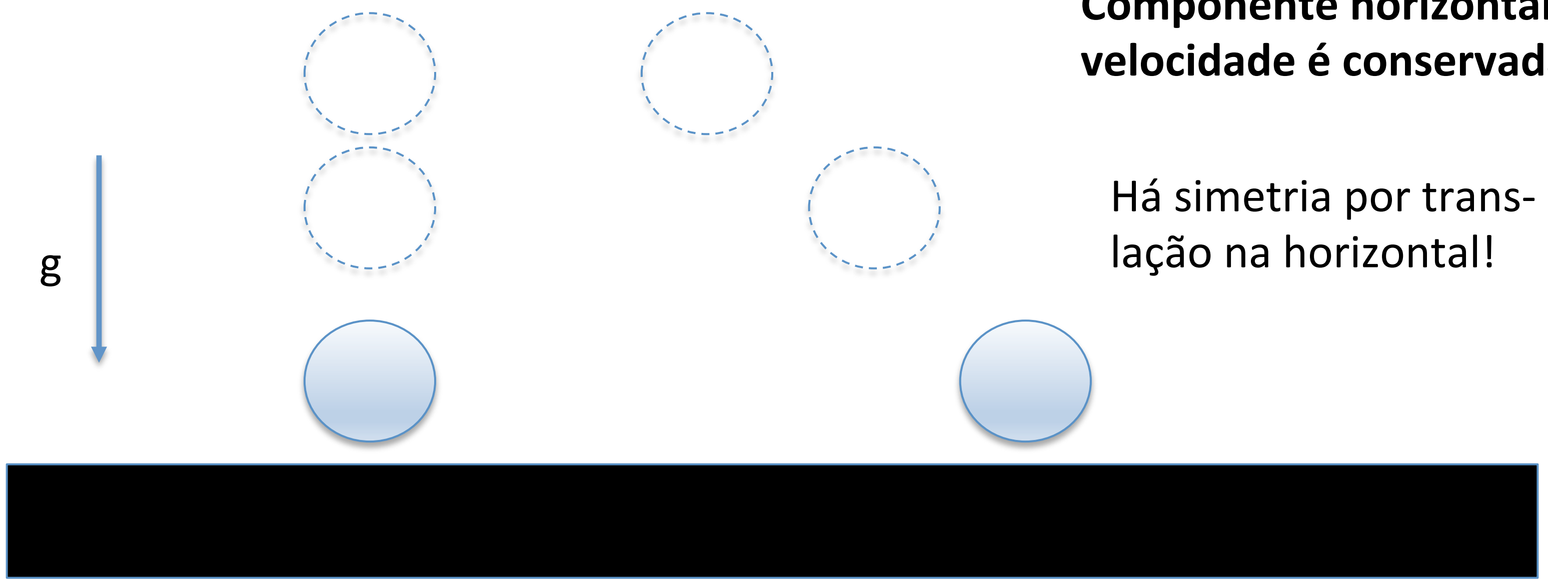
# Simetrias e grandezas conservadas

Um segundo exemplo:

**Corpo em queda livre próximo**

**Componente horizontal da velocidade é conservada!**

Há simetria por trans-
lação na horizontal!

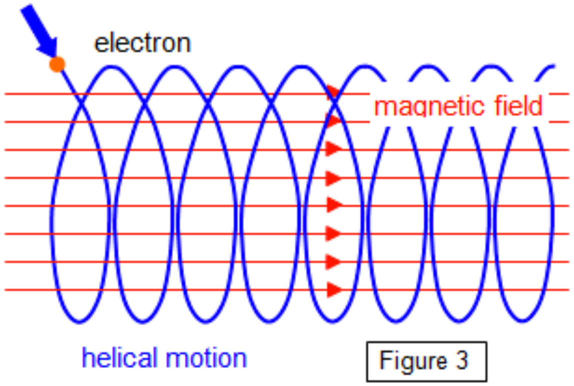


# Simetrias e grandezas conservadas

Um segundo exemplo:

**Carga se movendo no interior de um solenoide**

Solenoide



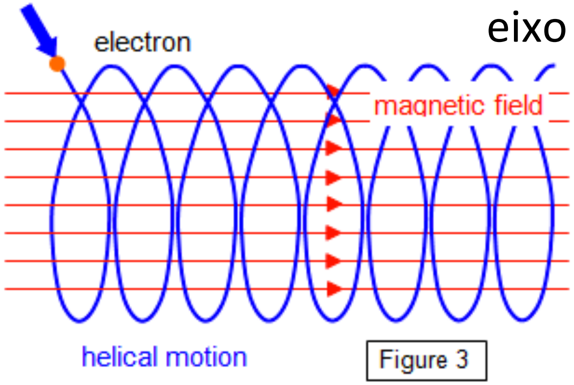
# Simetrias e grandezas conservadas

Um segundo exemplo:

**Carga se movendo no interior de um solenoide**

Há simetria por translação ao longo do eixo do solenoide (Longe das bordas)!

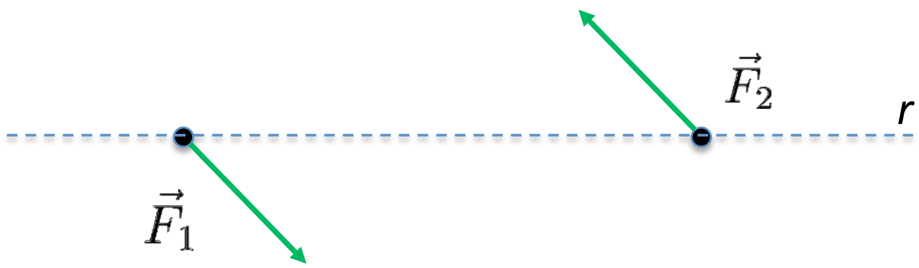
Solenoide




**Componente da velocidade ao longo do eixo é conservada**

# Simetrias e grandezas conservadas

Nem sempre é tão simples!



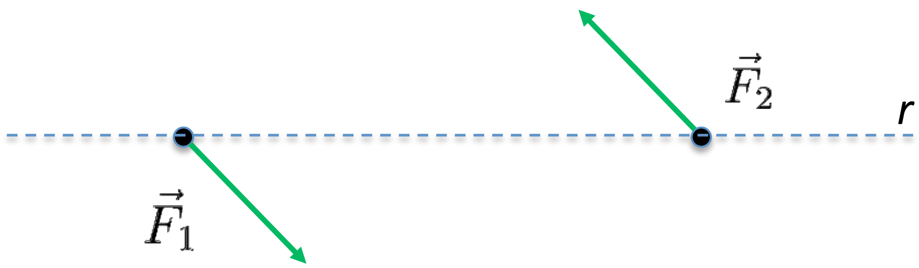

$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$

Não há simetria de translação para a partícula 1!

$v_1$ não se conserva!

# Simetrias e grandezas conservadas

Nem sempre é tão simples!

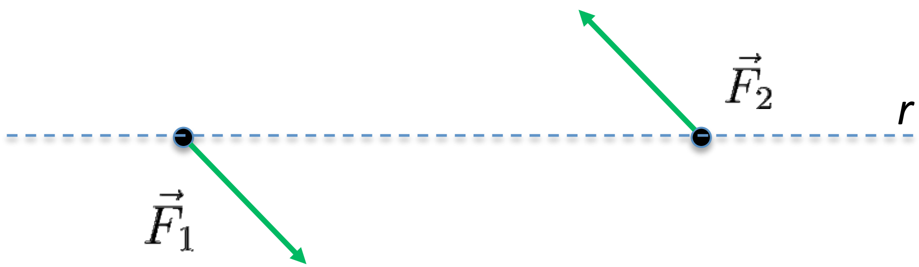



$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$

Há simetria por translação de 1 e 2 juntos!

# Simetrias e grandezas conservadas

Nem sempre é tão simples!



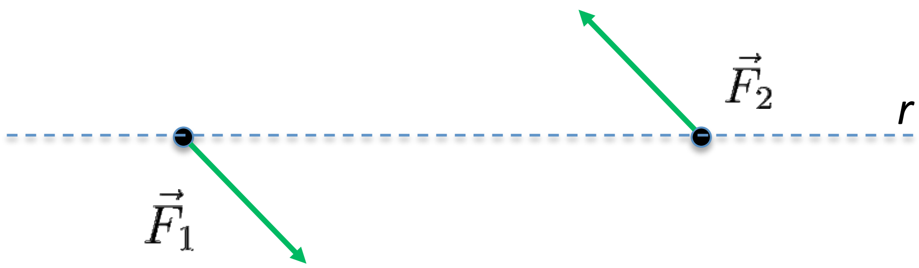

$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$

Há simetria por translação de 1 e 2 juntos!

$$m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 = 0 \Rightarrow m_1\frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} + m_2\frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t} = 0$$

# Simetrias e grandezas conservadas

Nem sempre é tão simples!



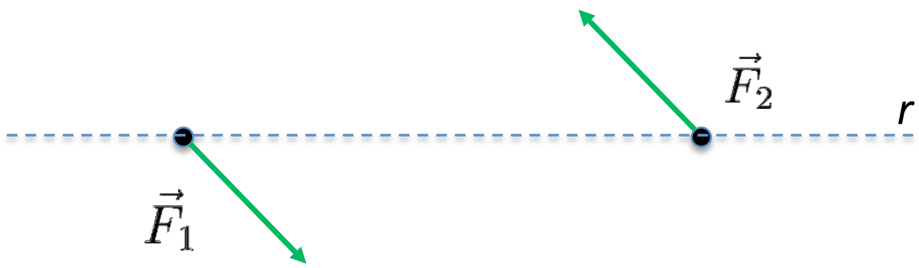

$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$

Há simetria por translação de 1 e 2 juntos!

$$m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t} = 0 \ \Rightarrow$$

# Simetrias e grandezas conservadas

Nem sempre é tão simples!




$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$

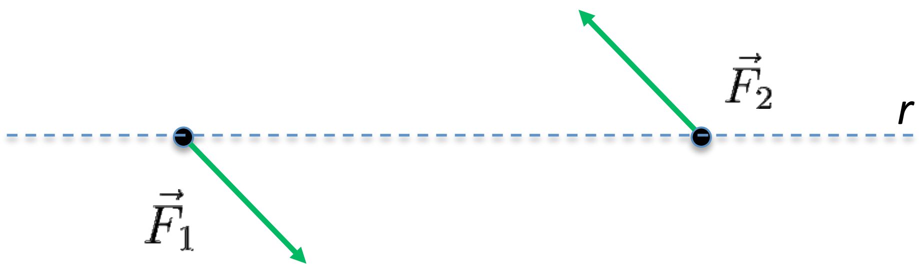
Há simetria por translação de 1 e 2 juntos!

$$m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\Delta(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2)}{\Delta t} = 0$$

# Simetrias e grandezas conservadas

Nem sempre é tão simples!

$\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ é conservado!



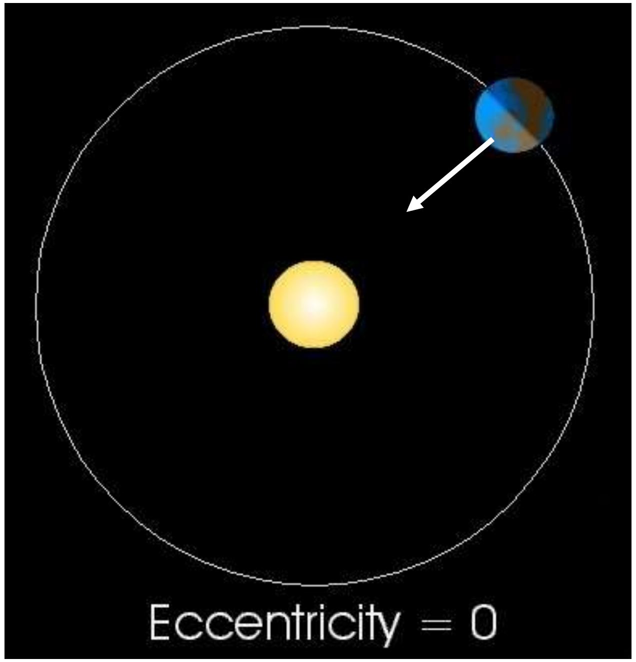

$$\boxed{\vec{F}_2 = -\vec{F}_1}$$

Há simetria por translação de 1 e 2 juntos!

$$m_1\frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} + m_2\frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\Delta(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)}{\Delta t} = 0$$

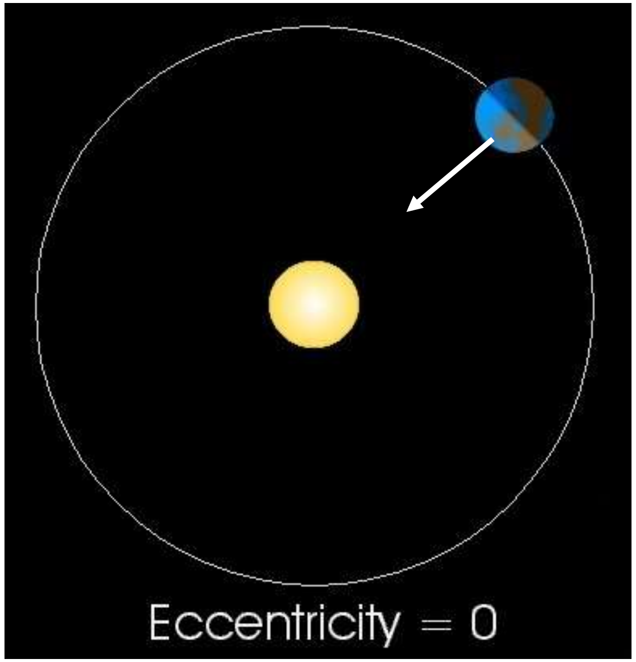
# Simetrias e grandezas conservadas

Consideremos agora simetria por rotação.



# Simetrias e grandezas conservadas

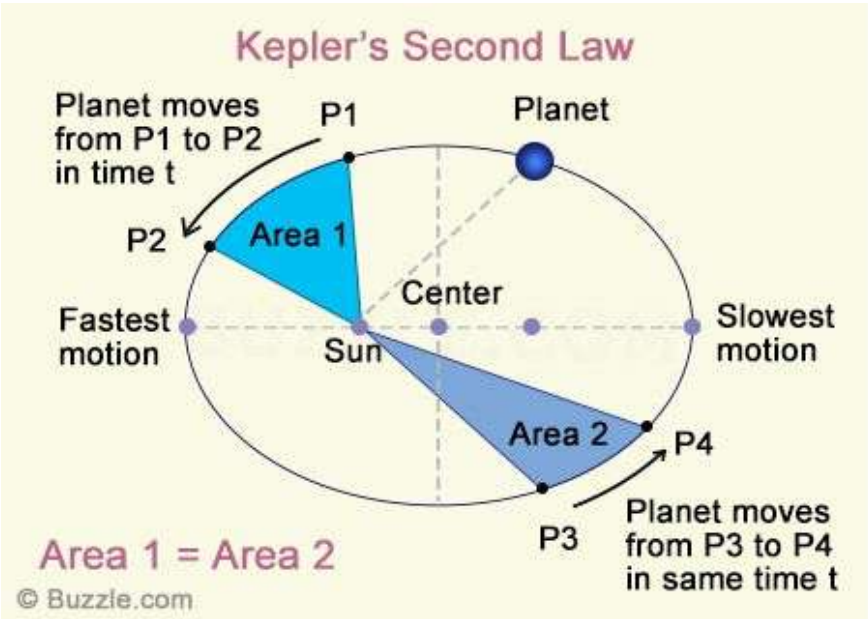
Consideremos agora simetria por rotação.




A velocidade angular é constante!

# Simetrias e grandezas conservadas

Para órbitas elípticas a análise é mais complicada!



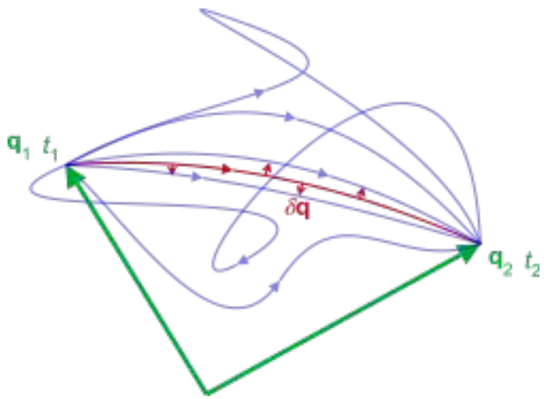

A grandeza conservada é a velocidade areolar!

# Teorema de Noether

Versão “ingênua”: A toda simetria contínua corresponde uma grandeza física conservada

# Teorema de Noether

Toda simetria diferenciável da ação de um sistema físico tenha uma correspondente lei de conservação.



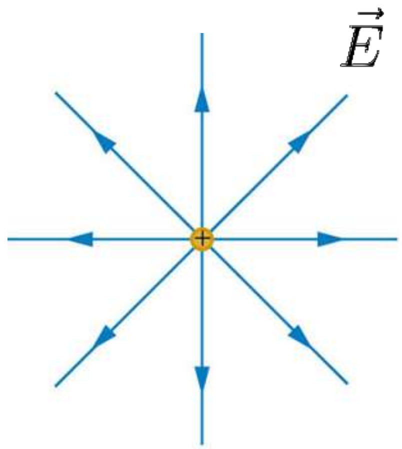

# Simetria de calibre

Até aqui estudamos apenas simetrias geométricas. No entanto, há outros tipos de simetria que **assumiram protagonismo no século XX**

# Simetria de calibre

Até aqui estudamos apenas simetrias geométricas. No entanto, há outros tipos de simetria que **assumiram protagonismo no século XX**

Comecemos com um exemplo introdutório:



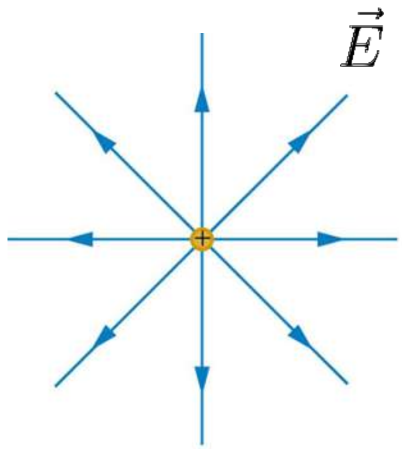
# Simetria de calibre

Até aqui estudamos apenas simetrias geométricas. No entanto, há outros tipos de simetria que **assumiram protagonismo no século XX**

Comecemos com um exemplo introdutório:

Podemos estudar a eletrostática através do potencial eletrostático em vez do campo

$$V = \frac{kq}{r} + C$$



# Simetria de calibre

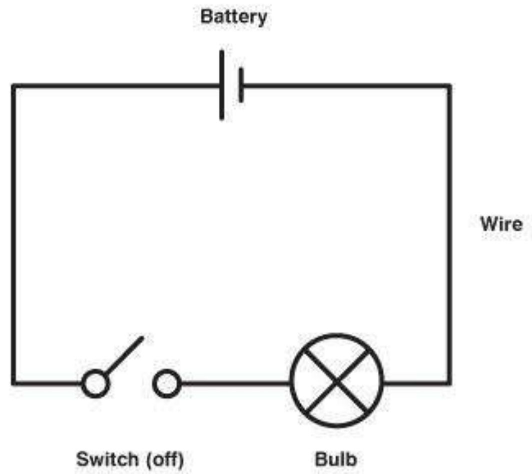
Até aqui estudamos apenas simetrias geométricas. No entanto, há outros tipos de simetria que **assumiram protagonismo no século XX**

Comecemos com um exemplo introdutório:

**Apenas diferença de potencial tem significado físico**

Podemos estudar a eletrostática através do potencial eletrostático em vez do campo

$$V = \frac{kq}{r} + C$$



# Simetria de calibre

Até aqui estudamos apenas simetrias geométricas. No entanto, há outros tipos de simetria que **assumiram protagonismo no século XX**

Há também um potencial associado ao campo magnético, o chamado potencial vetor $\vec{A}$.

# Simetria de calibre

Até aqui estudamos apenas simetrias geométricas. No entanto, há outros tipos de simetria que **assumiram protagonismo no século XX**

Há também um potencial associado ao campo magnético, o chamado potencial vetor $\vec{A}$.

Há infinitas escolhas possíveis de $(\vec{A}(r,\vec{t}), V(\vec{r},t))$ que produzem os mesmos campos elétrico e magnético!

# Simetria de calibre

Até aqui estudamos apenas simetrias geométricas. No entanto, há outros tipos de simetria que **assumiram protagonismo no século XX**

Há também um potencial associado ao campo magnético, o chamado potencial vetor $\vec{A}$.

Há infinitas escolhas possíveis de $(\vec{A}(\vec{r,t}), V(\vec{r},t))$ que produzem os mesmos campos elétrico e magnético!

A grandeza conservada associada a esta simetria é a **carga elétrica**.

# Eletrodinâmica Quântica

Para quantizar uma teoria (ex. eletromagnetismo) precisamos conhecer a ação da teoria!

$$\hbar \approx 10^{-34} \text{ J.s}$$

tem dimensão de ação

# Eletrodinâmica Quântica

Para quantizar uma teoria (ex. eletromagnetismo) precisamos conhecer a ação da teoria!

$$S_{int} = -qV - \mathbf{j} \cdot \mathbf{A}$$

A ação envolve os potenciais eletromagnéticos!

$$\hbar \approx 10^{-34} \text{ J.s}$$

tem dimensão de ação

# Eletrodinâmica Quântica

Para quantizar uma teoria (ex. eletromagnetismo) precisamos conhecer a ação da teoria!

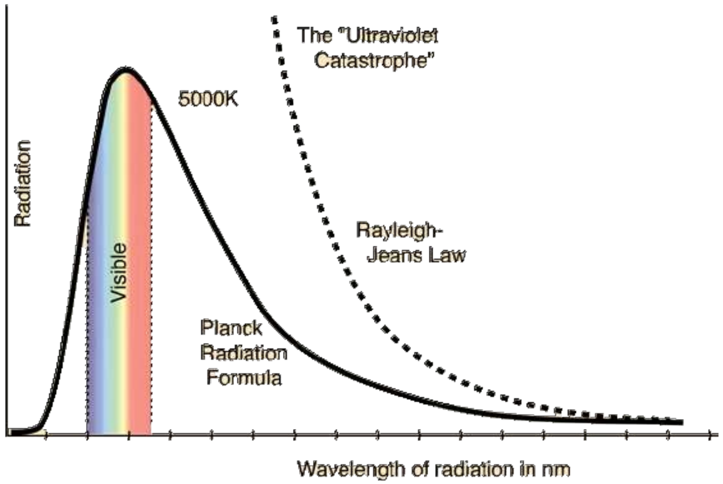
$$S_{int} = -qV - \mathbf{j} \cdot \mathbf{A}$$

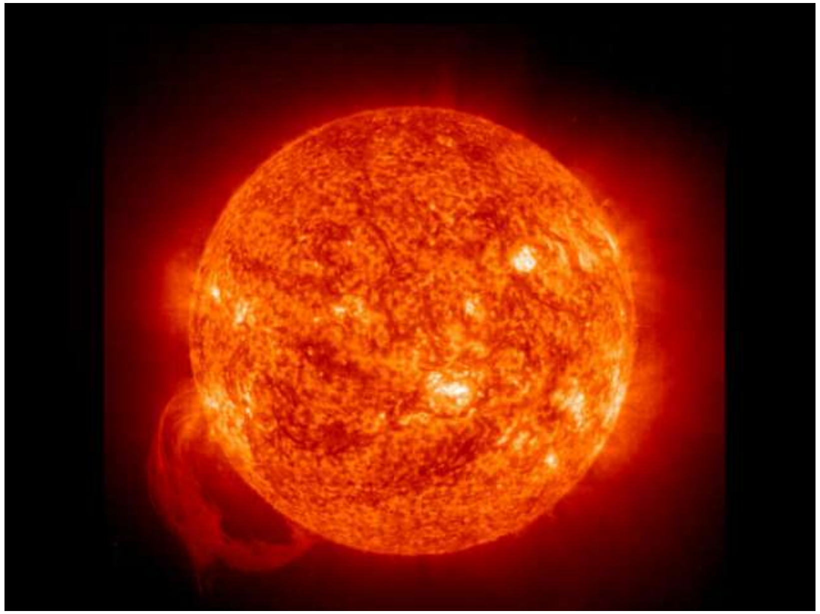
Esta ação pode ser determinada por princípios de simetria (*S* deve ser um escalar)

$$\hbar \approx 10^{-34}\ \mathrm{J.s}$$

tem dimensão de ação

# Eletrodinâmica Quântica



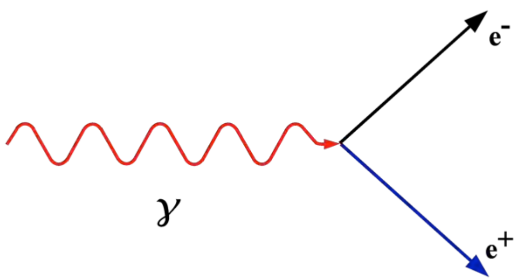



**Radiação de corpo negro**

# Eletrodinâmica Quântica

$$E = mc^2$$ Relatividade

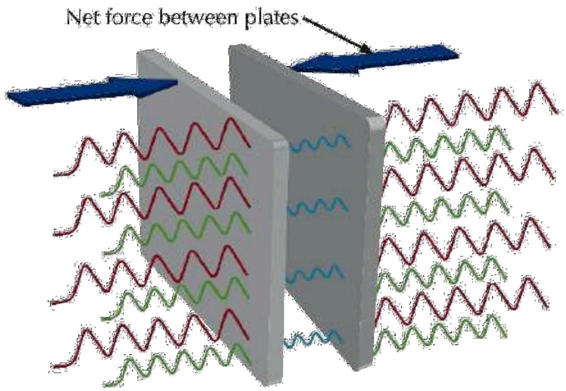
$$\Delta E \Delta t \sim \hbar$$ Quântica




**Produção de pares**

# Eletrodinâmica Quântica

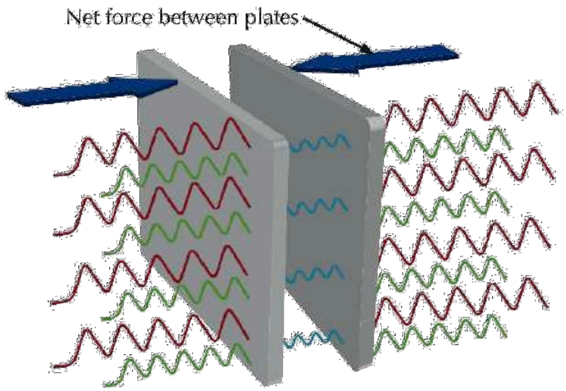
**Efeitos do vácuo**
**(ex. Efeito Casimir)**




https://inspirehep.net/record/805446/plots

# Eletrodinâmica Quântica

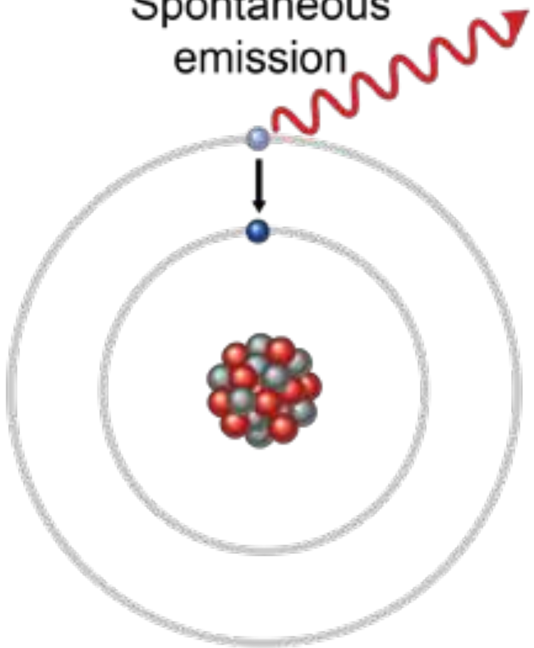
**Efeitos do vácuo**
**(ex. Efeito Casimir)**




https://inspirehep.net/record/805446/plots

# Eletrodinâmica Quântica

**Emissão Espontânea!**



# Eletrodinâmica Quântica

**A eletrodinâmica quântica é uma das teorias mais bem sucedidas da história!**

Fator giromagnético do elétron – Precisão de uma parte em um trilhão!

g/2 = 1.001 159 652 180 85 (76)

# Comentários Finais

1

$$-\tfrac{1}{2}\partial_\nu g^a_\mu \partial_\nu g^a_\mu - g_s f^{abc}\partial_\mu g^a_\nu g^b_\mu g^c_\nu - \tfrac{1}{4} g_s^2 f^{abc} f^{ade} g^b_\mu g^c_\nu g^d_\mu g^e_\nu + \tfrac{1}{2} i g_s^2 (\bar{q}^\sigma_i \gamma^\mu q^\sigma_j) g^a_\mu + \bar{G}^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc}\partial_\mu \bar{G}^a G^b g^c_\mu$$

2

$$-\partial_\nu W^+_\mu \partial_\nu W^-_\mu - M^2 W^+_\mu W^-_\mu - \tfrac{1}{2}\partial_\nu Z^0_\mu \partial_\nu Z^0_\mu - \tfrac{1}{2c_w^2} M^2 Z^0_\mu Z^0_\mu - \tfrac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - \tfrac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H -$$
$$\tfrac{1}{2} m_h^2 H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - M^2 \phi^+ \phi^- - \tfrac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \tfrac{1}{2c_w^2} M \phi^0 \phi^0 - \beta_h [\tfrac{2M^2}{g^2} +$$
$$\tfrac{2M}{g} H + \tfrac{1}{2}(H^2 + \phi^0\phi^0 + 2\phi^+\phi^-)] + \tfrac{2M^4}{g^2}\alpha_h - igc_w[\partial_\nu Z^0_\mu (W^+_\mu W^-_\nu -$$
$$W^+_\nu W^-_\mu) - Z^0_\nu (W^+_\mu \partial_\nu W^-_\mu - W^-_\mu \partial_\nu W^+_\mu) + Z^0_\mu (W^+_\nu \partial_\nu W^-_\mu -$$
$$W^-_\nu \partial_\nu W^+_\mu)] - igs_w[\partial_\nu A_\mu (W^+_\mu W^-_\nu - W^+_\nu W^-_\mu) - A_\nu (W^+_\mu \partial_\nu W^-_\mu -$$
$$W^-_\mu \partial_\nu W^+_\mu) + A_\mu (W^+_\nu \partial_\nu W^-_\mu - W^-_\nu \partial_\nu W^+_\mu)] - \tfrac{1}{2} g^2 W^+_\mu W^-_\mu W^+_\nu W^-_\nu +$$
$$\tfrac{1}{2} g^2 W^+_\mu W^-_\nu W^+_\mu W^-_\nu + g^2 c_w^2 (Z^0_\mu W^+_\mu Z^0_\nu W^-_\nu - Z^0_\mu Z^0_\mu W^+_\nu W^-_\nu) +$$
$$g^2 s_w^2 (A_\mu W^+_\mu A_\nu W^-_\nu - A_\mu A_\mu W^+_\nu W^-_\nu) + g^2 s_w c_w [A_\mu Z^0_\nu (W^+_\mu W^-_\nu -$$
$$W^+_\nu W^-_\mu) - 2 A_\mu Z^0_\mu W^+_\nu W^-_\nu] - g\alpha [H^3 + H\phi^0\phi^0 + 2H\phi^+\phi^-] -$$
$$\tfrac{1}{8} g^2 \alpha_h [H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+\phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2\phi^+\phi^- + 4H^2\phi^+\phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2] -$$
$$gMW^+_\mu W^-_\mu H - \tfrac{1}{2} g \tfrac{M}{c_w^2} Z^0_\mu Z^0_\mu H - \tfrac{1}{2} ig [W^+_\mu (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) -$$
$$W^-_\mu (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)] + \tfrac{1}{2} g [W^+_\mu (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) - W^-_\mu (H \partial_\mu \phi^+ -$$
$$\phi^+ \partial_\mu H)] + \tfrac{1}{2} g \tfrac{1}{c_w} (Z^0_\mu (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) - ig \tfrac{s_w^2}{c_w} M Z^0_\mu (W^+_\mu \phi^- - W^-_\mu \phi^+) +$$
$$igs_w M A_\mu (W^+_\mu \phi^- - W^-_\mu \phi^+) - ig \tfrac{1-2c_w^2}{2c_w} Z^0_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) +$$
$$igs_w A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \tfrac{1}{4} g^2 W^+_\mu W^-_\mu [H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+\phi^-] -$$
$$\tfrac{1}{4} g^2 \tfrac{1}{c_w^2} Z^0_\mu Z^0_\mu [H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+\phi^-] - \tfrac{1}{2} g^2 \tfrac{s_w^2}{c_w} Z^0_\mu \phi^0 (W^+_\mu \phi^- +$$
$$W^-_\mu \phi^+) - \tfrac{1}{2} ig^2 \tfrac{s_w^2}{c_w} Z^0_\mu H (W^+_\mu \phi^- - W^-_\mu \phi^+) + \tfrac{1}{2} g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W^+_\mu \phi^- +$$
$$W^-_\mu \phi^+) + \tfrac{1}{2} ig^2 s_w A_\mu H (W^+_\mu \phi^- - W^-_\mu \phi^+) - g^2 \tfrac{s_w}{c_w} (2c_w^2 - 1) Z^0_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- -$$
$$g^1 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^-$$

3

$$-\bar{e}^\lambda (\gamma\partial + m_e^\lambda) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda \gamma\partial \nu^\lambda - \bar{u}^\lambda_j (\gamma\partial + m_u^\lambda) u^\lambda_j -$$
$$\bar{d}^\lambda_j (\gamma\partial + m_d^\lambda) d^\lambda_j + igs_w A_\mu [-(\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \tfrac{2}{3}(\bar{u}^\lambda_j \gamma^\mu u^\lambda_j) - \tfrac{1}{3}(\bar{d}^\lambda_j \gamma^\mu d^\lambda_j)] +$$
$$\tfrac{ig}{4c_w} Z^0_\mu [(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1+\gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{u}^\lambda_j \gamma^\mu (\tfrac{4}{3} s_w^2 -$$
$$1 - \gamma^5) u^\lambda_j) + (\bar{d}^\lambda_j \gamma^\mu (1 - \tfrac{8}{3} s_w^2 - \gamma^5) d^\lambda_j)] + \tfrac{ig}{2\sqrt{2}} W^+_\mu [(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1+\gamma^5) e^\lambda) +$$
$$(\bar{u}^\lambda_j \gamma^\mu (1+\gamma^5) C_{\lambda\kappa} d^\kappa_j)] + \tfrac{ig}{2\sqrt{2}} W^-_\mu [(\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (1+\gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}^\kappa_j C^\dagger_{\lambda\kappa} \gamma^\mu (1 +$$
$$\gamma^5) u^\lambda_j)] +$$

4

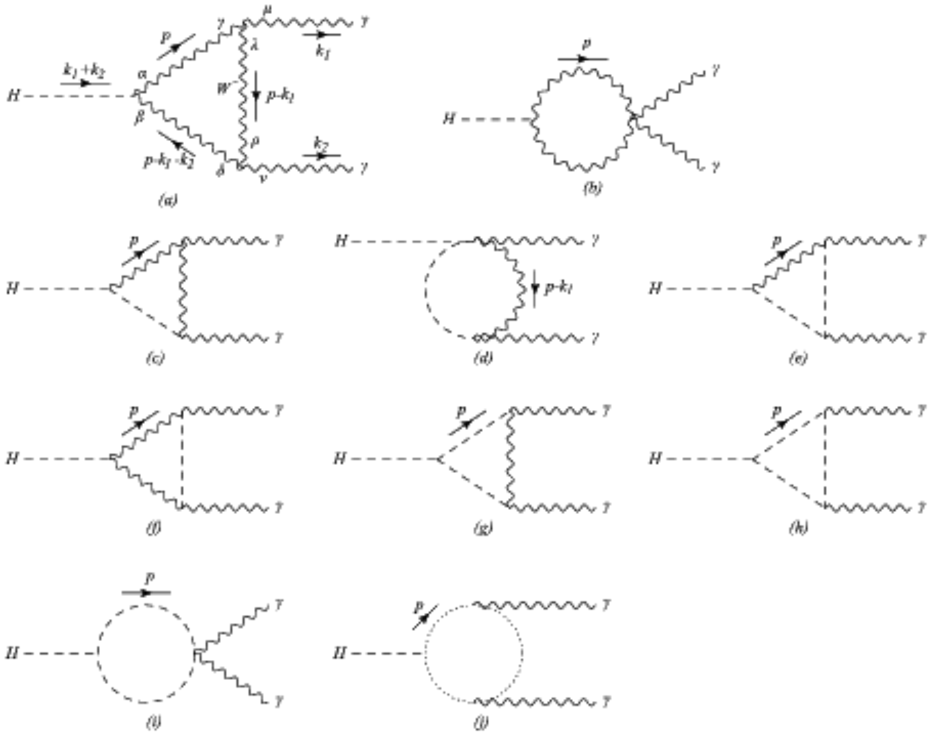
$$\tfrac{ig}{2\sqrt{2}} \tfrac{m_e^\lambda}{M} [-\phi^+ (\bar{\nu}^\lambda (1-\gamma^5) e^\lambda) + \phi^- (\bar{e}^\lambda (1+\gamma^5) \nu^\lambda)] -$$
$$\tfrac{g}{2} \tfrac{m_e^\lambda}{M} [H (\bar{e}^\lambda e^\lambda) + i\phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda)] + \tfrac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ [-m_d^\kappa (\bar{u}^\lambda_j C_{\lambda\kappa} (1-\gamma^5) d^\kappa_j) +$$
$$m_u^\lambda (\bar{u}^\lambda_j C_{\lambda\kappa} (1+\gamma^5) d^\kappa_j] + \tfrac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- [m_d^\lambda (\bar{d}^\lambda_j C^\dagger_{\lambda\kappa} (1+\gamma^5) u^\kappa_j) - m_u^\kappa (\bar{d}^\lambda_j C^\dagger_{\lambda\kappa} (1 -$$
$$\gamma^5) u^\kappa_j] - \tfrac{g}{2} \tfrac{m_u^\lambda}{M} H (\bar{u}^\lambda_j u^\lambda_j) - \tfrac{g}{2} \tfrac{m_d^\lambda}{M} H (\bar{d}^\lambda_j d^\lambda_j) + \tfrac{ig}{2} \tfrac{m_u^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{u}^\lambda_j \gamma^5 u^\lambda_j) -$$
$$\tfrac{ig}{2} \tfrac{m_d^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{d}^\lambda_j \gamma^5 d^\lambda_j) +$$

5

$$\bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 -$$
$$\tfrac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + igc_w W^+_\mu (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + igs_w W^+_\mu (\partial_\mu \bar{Y} X^- -$$
$$\partial_\mu \bar{X}^+ Y) + igc_w W^-_\mu (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + igs_w W^-_\mu (\partial_\mu \bar{X}^- Y -$$
$$\partial_\mu \bar{Y} X^+) + igc_w Z^0_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \partial_\mu \bar{X}^- X^-) + igs_w A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ -$$
$$\partial_\mu \bar{X}^- X^-) - \tfrac{1}{2} gM [\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \tfrac{1}{c_w^2} \bar{X}^0 X^0 H] +$$
$$\tfrac{1-2c_w^2}{2c_w} igM [\bar{X}^+ X^0 \phi^+ - \bar{X}^- X^0 \phi^-] + \tfrac{1}{2c_w} igM [\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-] +$$
$$igMs_w [\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-] + \tfrac{1}{2} igM [\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0]$$

Lagrangiano do modelo padrão

# Obrigado pela presença!




Contato:
reinaldo@if.uff.br