

# Modelagem do Espalhamento de Doenças em Populações

Nuno Crokidakis

Grupo de Sistemas Complexos, IF-UFF

03 de Maio 2017



INSTITUTO DE FÍSICA  
Universidade Federal Fluminense

# Sumário

## 1 Introdução

# Sumário

① Introdução

② Modelo SI

# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelo SI
- 3 Modelo SIS

# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelo SI
- 3 Modelo SIS
- 4 Modelo SIR

# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelo SI
- 3 Modelo SIS
- 4 Modelo SIR
- 5 Modificações

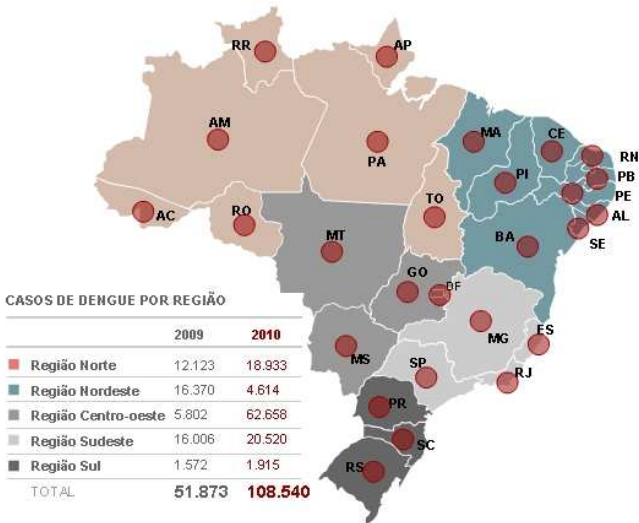
# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelo SI
- 3 Modelo SIS
- 4 Modelo SIR
- 5 Modificações

# Evolução de Epidemias: Dengue

## Casos de dengue no Brasil

 Passe o mouse no ícone para mais informações





# Evolução de Epidemias: Dengue

## EVOLUÇÃO DOS CASOS DE DENGUE ENTRE 1996 E 2007

TOTAL DE CASOS DE DENGUE NO PERÍODO 239.829

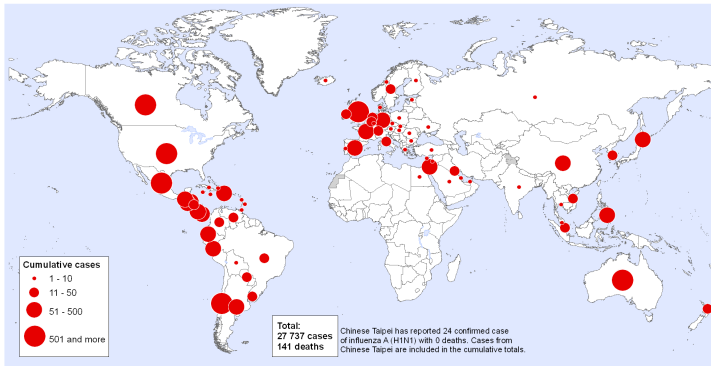


FONTE: Secretaria Municipal de Saúde do Rio de Janeiro

# Evolução de Epidemias: H1N1

New Influenza A (H1N1),  
Number of laboratory confirmed cases as reported to WHO

Status as of 10 June 2009  
06:00 GMT



The boundaries and names shown and the designations used on this map do not imply the expression of any opinion whatsoever on the part of the World Health Organization concerning the legal status of any country, territory, city or area or of its authorities, or concerning the delimitation of its frontiers or boundaries. Dotted lines on maps represent approximate border lines for which there may not yet be full agreement.

Map produced: 10 June 2009 10:22 GMT

Data Source: World Health Organization  
Map Production: Public Health Information  
and Geographic Information Systems (GIS)  
World Health Organization

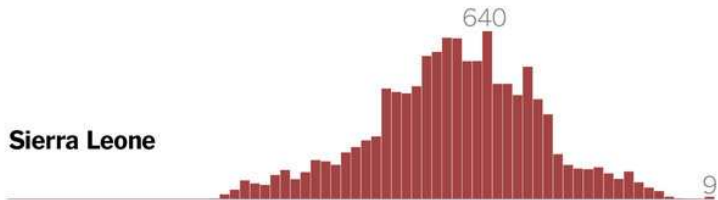
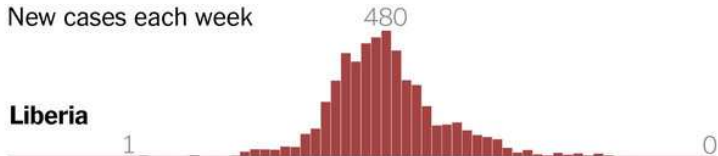


World Health  
Organization

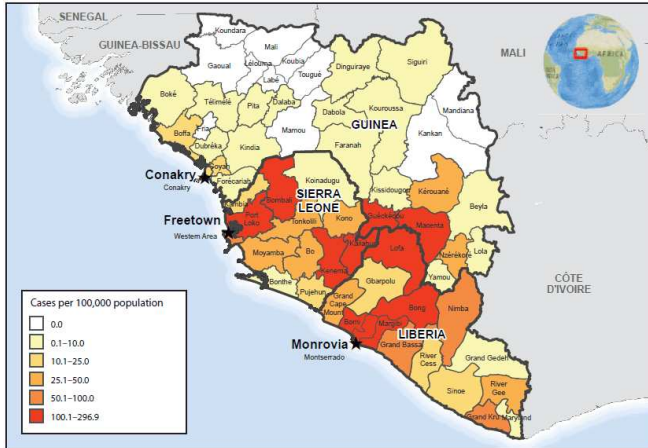
© WHO 2009. All rights reserved

# Evolução de Epidemias: Ebola

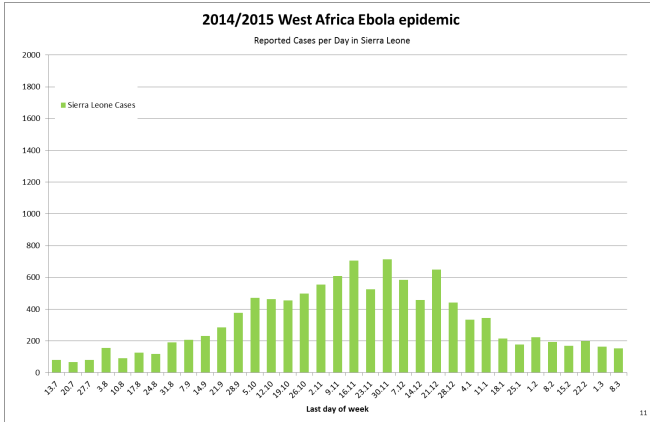
New cases each week



# Evolução de Epidemias: Ebola



# Evolução de Epidemias: Ebola





## Evolução de Epidemia: Zika



# Evolução de Epidemias

**Dengue**

 **Febre alta**

**Tontura**  
**Dor nas articulações**  
**Fraqueza**  
**Sangramento no nariz e na gengiva**

**Dor atrás dos olhos**  
**Manchas vermelhas**  
**Naúseas e vômitos**  
**Perda de peso**  
**Dor de cabeça**

**Chikungunya**

**Dores intensas nas articulações de pés e mãos**  
**Dor de cabeça**  
**Dor muscular**  
**Febre alta**

**Manchas vermelhas**



**Zika V**

 **Dor muscular**

**Dor de cabeça**  
**Febre baixa**

**Dor nas costas**  
**Olhos vermelhos**  
**Lesões com pontos brancos e vermelhos na pele**  
**Dor nas articulações**

Fonte: Ministério da Saúde



## Dinâmicas de Epidemias



## Doenças Transmitidas por Contato

- Gripe comum

## Doenças Transmitidas por Contato

- Gripe comum
- H1N1

## Doenças Transmitidas por Contato

- Gripe comum
- H1N1
- Herpes

## Doenças Transmitidas por Contato

- Gripe comum
- H1N1
- Herpes
- Tuberculose

## Doenças Transmitidas por Contato

- Gripe comum
- H1N1
- Herpes
- Tuberculose
- Conjuntivite

## Doenças Transmitidas por Contato

- Gripe comum
- H1N1
- Herpes
- Tuberculose
- Conjuntivite
- DST's

## Doenças Transmitidas por Contato

- Gripe comum
- H1N1
- Herpes
- Tuberculose
- Conjuntivite
- DST's
- ...



# Interesse na Modelagem de Epidemias

- Entendimento dos princípios/fundamentos por trás da dinâmica de espalhamento de doenças;

## Interesse na Modelagem de Epidemias

- Entendimento dos princípios/fundamentos por trás da dinâmica de espalhamento de doenças;
- Estudo de interações/dinâmicas sociais;

# Interesse na Modelagem de Epidemias

- Entendimento dos princípios/fundamentos por trás da dinâmica de espalhamento de doenças;
- Estudo de interações/dinâmicas sociais;
- Impacto das ações de cada indivíduo e interações entre indivíduos (**modelos baseados em agentes**) em diversos sistemas sociais (espalhamento de doenças, crenças e rumores, trânsito, debates públicos, eleições, ...);

## Interesse na Modelagem de Epidemias

- Entendimento dos princípios/fundamentos por trás da dinâmica de espalhamento de doenças;
- Estudo de interações/dinâmicas sociais;
- Impacto das ações de cada indivíduo e interações entre indivíduos (**modelos baseados em agentes**) em diversos sistemas sociais (espalhamento de doenças, crenças e rumores, trânsito, debates públicos, eleições, ...);
- Controle de Epidemias: isolamento, quarentena, ...

# Interesse na Modelagem de Epidemias

- Entendimento dos princípios/fundamentos por trás da dinâmica de espalhamento de doenças;
- Estudo de interações/dinâmicas sociais;
- Impacto das ações de cada indivíduo e interações entre indivíduos (**modelos baseados em agentes**) em diversos sistemas sociais (espalhamento de doenças, crenças e rumores, trânsito, debates públicos, eleições, ...);
- Controle de Epidemias: isolamento, quarentena, ...
- Interesse teórico: emergência de comportamento coletivo (prevalência ou extinção da doença, surtos, ...), ocorrência de correlações, leis de potência, transições de fase, ...

# Interesse na Modelagem de Epidemias

- Entendimento dos princípios/fundamentos por trás da dinâmica de espalhamento de doenças;
- Estudo de interações/dinâmicas sociais;
- Impacto das ações de cada indivíduo e interações entre indivíduos (**modelos baseados em agentes**) em diversos sistemas sociais (espalhamento de doenças, crenças e rumores, trânsito, debates públicos, eleições, ...);
- Controle de Epidemias: isolamento, quarentena, ...
- Interesse teórico: emergência de comportamento coletivo (prevalência ou extinção da doença, surtos, ...), ocorrência de correlações, leis de potência, transições de fase, ...
- Abordagem: equações diferenciais, equação mestra, simulações computacionais, ...

# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelo SI**
- 3 Modelo SIS
- 4 Modelo SIR
- 5 Modificações

## Modelo SI <sup>1</sup>

- Existem 2 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**) e Infectado (**I**);

---

<sup>1</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).



## Modelo SI <sup>1</sup>

- Existem 2 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**) e Infectado (**I**);
- A população é fixa, de modo que  $S + I = 1$ ;

---

<sup>1</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Modelo SI <sup>1</sup>

- Existem 2 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**) e Infectado (**I**);
- A população é fixa, de modo que  $S + I = 1$ ;
- Todos os agentes podem interagir entre si;

---

<sup>1</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Modelo SI <sup>1</sup>

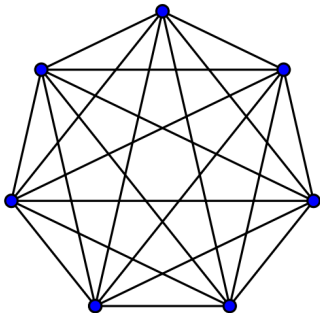
- Existem 2 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**) e Infectado (**I**);
- A população é fixa, de modo que  $S + I = 1$ ;
- Todos os agentes podem interagir entre si;
- Regras:



---

<sup>1</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

Ilustração: Rede completamente conectada



## Solução Analítica

Podemos descrever a evolução das populações **S** e **I** através de EDO's,

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\lambda S I \\ \frac{dI}{dt} &= \lambda S I\end{aligned}$$

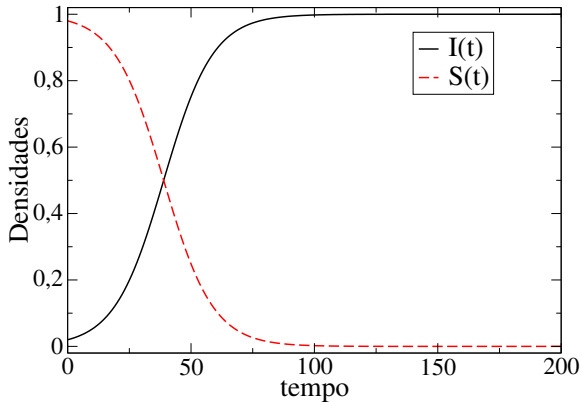
Como  $S + I = 1$ , podemos reduzir essas 2 equações a uma única:

$$\frac{dI}{dt} = \lambda I(1 - I)$$

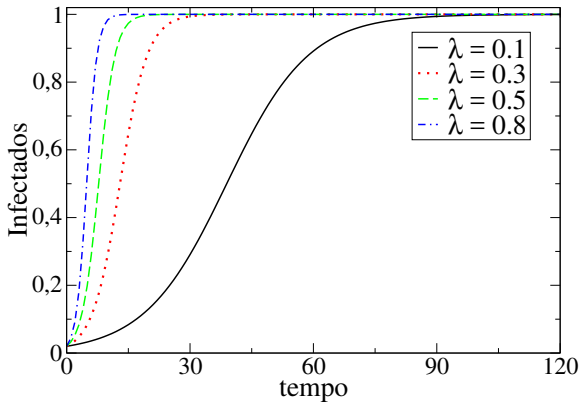
A solução dessa equação para a condição inicial  $I(0) = I_0$  é

$$I(t) = \frac{I_0 e^{\lambda t}}{1 - I_0 + I_0 e^{\lambda t}}$$

## Evolução temporal: $\lambda = 0.1$



## Evolução temporal: diferentes $\lambda$



# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelo SI
- 3 Modelo SIS**
- 4 Modelo SIR
- 5 Modificações



## Modelo SIS <sup>2</sup>

- Existem 2 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**) e Infectado (**I**);

---

<sup>2</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Modelo SIS <sup>2</sup>

- Existem 2 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**) e Infectado (**I**);
- A população é fixa, de modo que  $S + I = 1$ ;

---

<sup>2</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Modelo SIS <sup>2</sup>

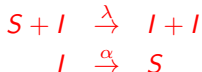
- Existem 2 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**) e Infectado (**I**);
- A população é fixa, de modo que  $S + I = 1$ ;
- Todos os agentes podem interagir entre si;

---

<sup>2</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Modelo SIS <sup>2</sup>

- Existem 2 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**) e Infectado (**I**);
- A população é fixa, de modo que  $S + I = 1$ ;
- Todos os agentes podem interagir entre si;
- Regras:



---

<sup>2</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Solução Analítica

Podemos descrever a evolução das populações **S** e **I** através de EDO's,

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \alpha I - \lambda S I \\ \frac{dI}{dt} &= -\alpha I + \lambda S I\end{aligned}$$

Como  $S + I = 1$ , podemos reduzir essas 2 equações a uma única:

$$\frac{dI}{dt} = (\lambda - \alpha) I - \lambda I^2$$

A solução geral dessa equação é

$$I(t) = \frac{\lambda - \alpha}{\lambda - c e^{-(\lambda - \alpha)t}}$$

## Solução Analítica

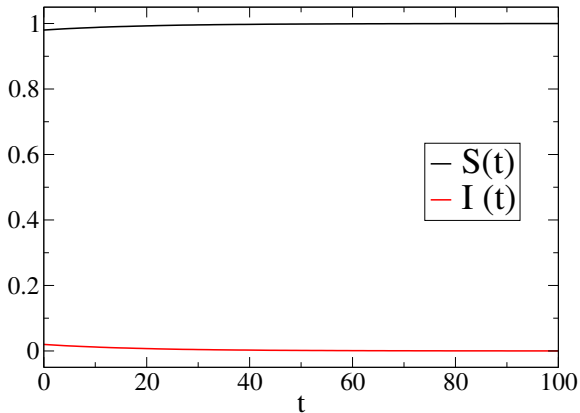
As soluções estacionárias (tempos longos) são simples de serem obtidas. No estado estacionário,  $dS/dt = dI/dt = 0$ , então além da solução trivial  $I = 0$  e  $S = 1$  obtemos

$$S = \frac{\alpha}{\lambda}$$
$$I = 1 - \frac{\alpha}{\lambda} = \frac{\lambda - \alpha}{\lambda}$$

Se  $\lambda < \alpha$ , vale a solução trivial, senão vale a outra. Isso define o chamado **limiar epidêmico**:

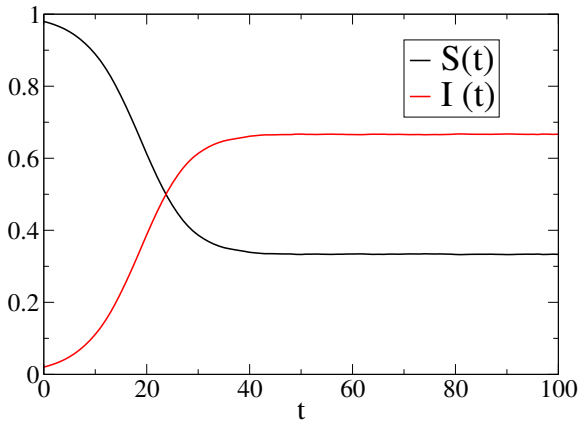
$$\lambda_c = \alpha$$

## Evolução temporal: $\lambda < \lambda_c$



$\Rightarrow \alpha = 0.1, \lambda = 0.05$

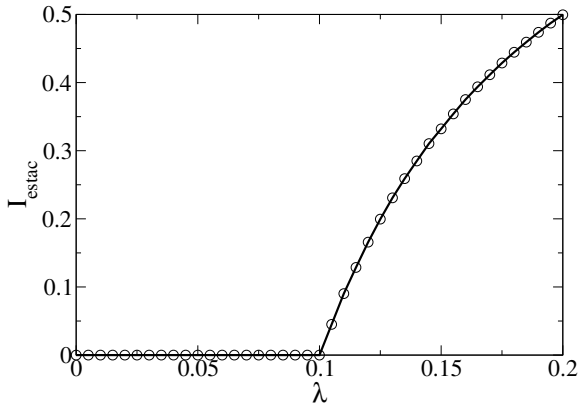
## Evolução temporal: $\lambda > \lambda_c$



$\Rightarrow \alpha = 0.1, \lambda = 0.3$



## Estados Estacionários



$\Rightarrow N = 10^4$  agentes,  $\alpha = 0.1$ , curva:  $(\lambda - \alpha) / \lambda$

# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelo SI
- 3 Modelo SIS
- 4 Modelo SIR**
- 5 Modificações

## Modelo SIR <sup>3</sup>

- Existem 3 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**), Infectado (**I**) e Recuperado (**R**);

---

<sup>3</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Modelo SIR <sup>3</sup>

- Existem 3 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**), Infectado (**I**) e Recuperado (**R**);
- A população é fixa, de modo que  $S + I + R = 1$ ;

---

<sup>3</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Modelo SIR <sup>3</sup>

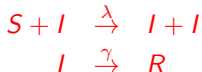
- Existem 3 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**), Infectado (**I**) e Recuperado (**R**);
- A população é fixa, de modo que  $S + I + R = 1$ ;
- Todos os agentes podem interagir entre si;

---

<sup>3</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Modelo SIR <sup>3</sup>

- Existem 3 tipos de indivíduos na população: Suscetível (**S**), Infectado (**I**) e Recuperado (**R**);
- A população é fixa, de modo que  $S + I + R = 1$ ;
- Todos os agentes podem interagir entre si;
- Regras:



---

<sup>3</sup>R. M. Anderson, R. M. May, *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control* (Oxford University Press, Oxford, 1991).

## Análise

Podemos descrever a evolução das populações **S**, **I** e **R** através de EDO's,

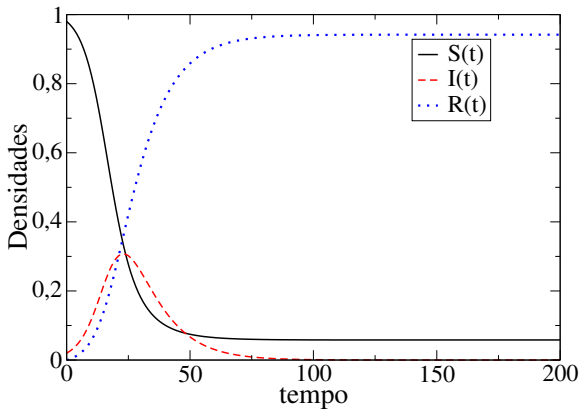
$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\lambda S I \\ \frac{dI}{dt} &= \lambda S I - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}$$

Haverá ou não uma epidemia nessa população?

$$\left. \frac{dI}{dt} \right|_{t=0} = I_0(\lambda S_0 - \gamma) = I_0 \lambda \left( S_0 - \frac{\gamma}{\lambda} \right)$$

Portanto, se  $S_0 > \gamma/\lambda$ , temos  $dI/dt > 0$  em  $t = 0$  e teremos um **surto epidêmico**. Por outro lado, se  $S_0 < \gamma/\lambda$ , temos  $dI/dt < 0$  em  $t = 0$  e a doença desaparecerá da população após um tempo.

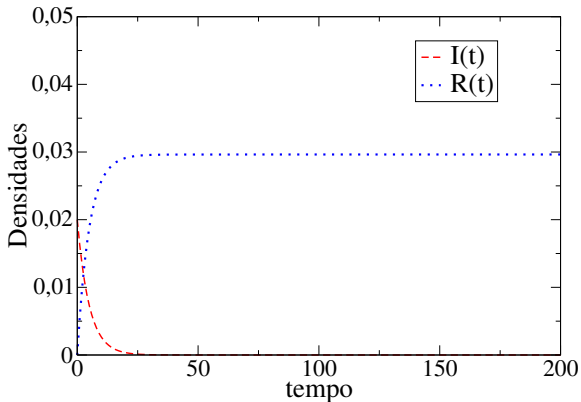
## Evolução temporal



$\Rightarrow \gamma = 0.1, \lambda = 0.3$



## Evolução temporal



$\Rightarrow \gamma = 0.3, \lambda = 0.1$

## Modelo SIS: redes complexas <sup>4</sup>

- A estrutura de conexões sociais é levada em conta;

---

<sup>4</sup>R. Pastor-Satorras, A. Vespignani, Phys. Rev. E 63, 066117 (2001).

## Modelo SIS: redes complexas <sup>4</sup>

- A estrutura de conexões sociais é levada em conta;
- Assim, os indivíduos são posicionados nos sítios de uma rede com uma certa distribuição de conectividades  $P(k)$ ;

---

<sup>4</sup>R. Pastor-Satorras, A. Vespignani, Phys. Rev. E 63, 066117 (2001).

## Modelo SIS: redes complexas <sup>4</sup>

- A estrutura de conexões sociais é levada em conta;
- Assim, os indivíduos são posicionados nos sítios de uma rede com uma certa distribuição de conectividades  $P(k)$ ;
- Um indivíduo no estado S se tornará Infectado com uma probabilidade  $\lambda$  se ele estiver em contato com um ou mais indivíduos Infectados;

---

<sup>4</sup>R. Pastor-Satorras, A. Vespignani, Phys. Rev. E 63, 066117 (2001).

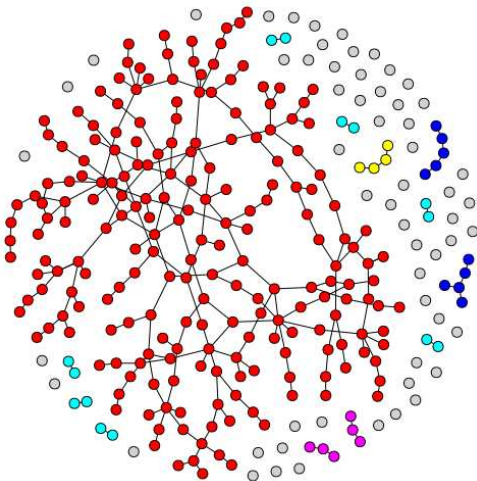
## Modelo SIS: redes complexas <sup>4</sup>

- A estrutura de conexões sociais é levada em conta;
- Assim, os indivíduos são posicionados nos sítios de uma rede com uma certa distribuição de conectividades  $P(k)$ ;
- Um indivíduo no estado S se tornará Infectado com uma probabilidade  $\lambda$  se ele estiver em contato com um ou mais indivíduos Infectados;
- Um indivíduo no estado I se recuperará da doença e se tornará Suscetível novamente com uma probabilidade  $\alpha$ .

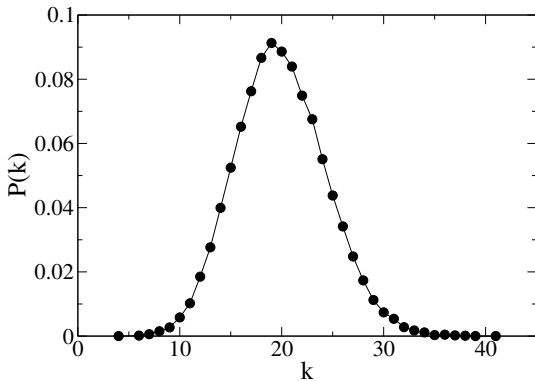
---

<sup>4</sup>R. Pastor-Satorras, A. Vespignani, Phys. Rev. E 63, 066117 (2001).

## Modelo SIS: Grafo de Erdős-Rényi



## Modelo SIS: Grafo de Erdős-Rényi



$\Rightarrow P(k) \sim e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!}$  : distribuição de Poisson (**estreita**)

## Modelo SIS: Grafo de Erdős-Rényi

- Como a conectividade na rede de Erdős-Rényi tem apenas flutuações muito pequenas ( $\langle k^2 \rangle \sim \langle k \rangle$ ), podemos considerar como primeira aproximação que cada sítio tem o mesmo número de vizinhos, isto é,  $k \approx \langle k \rangle$ .



## Modelo SIS: Grafo de Erdős-Rényi

- Como a conectividade na rede de Erdős-Rényi tem apenas flutuações muito pequenas ( $\langle k^2 \rangle \sim \langle k \rangle$ ), podemos considerar como primeira aproximação que cada sítio tem o mesmo número de vizinhos, isto é,  $k \approx \langle k \rangle$ .
- Equação Mestra:

$$\frac{dl}{dt} = -\alpha I + \lambda \langle k \rangle I (1 - I)$$

## Modelo SIS: Grafo de Erdős-Rényi

- Como a conectividade na rede de Erdős-Rényi tem apenas flutuações muito pequenas ( $\langle k^2 \rangle \sim \langle k \rangle$ ), podemos considerar como primeira aproximação que cada sítio tem o mesmo número de vizinhos, isto é,  $k \approx \langle k \rangle$ .
- Equação Mestra:

$$\frac{dI}{dt} = -\alpha I + \lambda \langle k \rangle I (1 - I)$$

- No estado estacionário  $\dot{I} = 0$ , de modo que obtemos (para  $\alpha = 1$ )

$$I [-1 + \lambda \langle k \rangle (1 - I)] = 0$$

## Modelo SIS: Grafo de Erdős-Rényi

- Como a conectividade na rede de Erdős-Rényi tem apenas flutuações muito pequenas ( $\langle k^2 \rangle \sim \langle k \rangle$ ), podemos considerar como primeira aproximação que cada sítio tem o mesmo número de vizinhos, isto é,  $k \approx \langle k \rangle$ .
- Equação Mestra:

$$\frac{dI}{dt} = -\alpha I + \lambda \langle k \rangle I (1 - I)$$

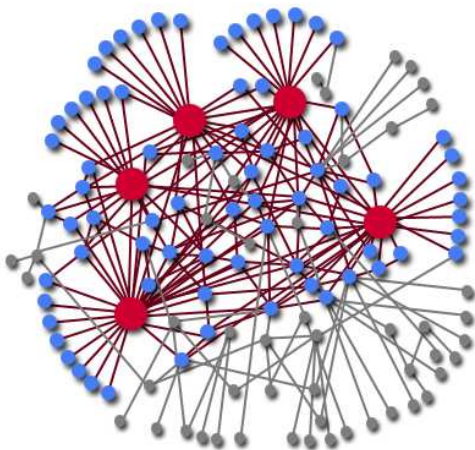
- No estado estacionário  $\dot{I} = 0$ , de modo que obtemos (para  $\alpha = 1$ )

$$I [-1 + \lambda \langle k \rangle (1 - I)] = 0$$

- Esta equação define o limiar epidêmico  $\lambda_c = \langle k \rangle^{-1}$ , e nos dá o comportamento

$$\Rightarrow \begin{cases} I = 0 & \text{se } \lambda \leq \lambda_c \\ I \sim \lambda - \lambda_c & \text{se } \lambda > \lambda_c \end{cases}$$

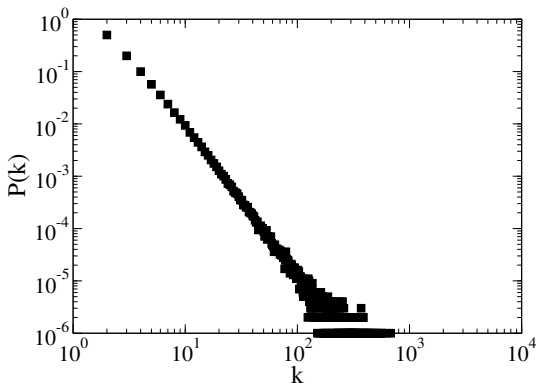
# Modelo SIS: Rede de Barabási



Netztopologie nach Albert-László Barabási:

5 Hubs (rot) reichen aus, um 60% der Knoten (blau) direkt zu erreichen.

## Modelo SIS: Rede de Barabási



$\Rightarrow P(k) \sim k^{-3}$ : distribuição lei de potência (**larga**)

## Modelo SIS: Rede de Barabási

- Agora não podemos mais fazer a aproximação homogênea considerada no caso do grafo de Erdős-Rényi, pois as flutuações na conectividade  $\langle k^2 \rangle$  na rede de Barabási são enormes.

## Modelo SIS: Rede de Barabási

- Agora não podemos mais fazer a aproximação homogênea considerada no caso do grafo de Erdős-Rényi, pois as flutuações na conectividade  $\langle k^2 \rangle$  na rede de Barabási são enormes.
- Equações:

$$\frac{dI_k}{dt} = -\alpha I_k + \lambda k (1 - I_k) \Theta(k, \lambda)$$
$$I = \sum_k I_k P(k)$$

## Modelo SIS: Rede de Barabási

- Agora não podemos mais fazer a aproximação homogênea considerada no caso do grafo de Erdős-Rényi, pois as flutuações na conectividade  $\langle k^2 \rangle$  na rede de Barabási são enormes.
- Equações:

$$\frac{dI_k}{dt} = -\alpha I_k + \lambda k (1 - I_k) \Theta(k, \lambda)$$
$$I = \sum_k I_k P(k)$$

- Podemos mostrar que no estado estacionário

$$I \sim e^{-1/\lambda}$$



## Modelo SIS: Rede de Barabási

- Agora não podemos mais fazer a aproximação homogênea considerada no caso do grafo de Erdős-Rényi, pois as flutuações na conectividade  $\langle k^2 \rangle$  na rede de Barabási são enormes.
- Equações:

$$\frac{dI_k}{dt} = -\alpha I_k + \lambda k (1 - I_k) \Theta(k, \lambda)$$
$$I = \sum_k I_k P(k)$$

- Podemos mostrar que no estado estacionário

$$I \sim e^{-1/\lambda}$$

- Ou seja: **não existe** um limiar epidêmico  $\lambda_c$ !

# Sumário

- 1 Introdução
- 2 Modelo SI
- 3 Modelo SIS
- 4 Modelo SIR
- 5 Modificações**

# Taxa de Infecção Decrescente no Tempo

**J**ournal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment  
An IOP and SISSA journal

## Critical behavior of the SIS epidemic model with time-dependent infection rate

**Nuno Crokidakis and Marcio Argollo de Menezes**

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense and National Institute of Science and Technology for Complex Systems, Avenida Litorânea s/n, 24210-340 Niterói, Rio de Janeiro, Brazil  
E-mail: [nuno@if.uff.br](mailto:nuno@if.uff.br) and [marcio@if.uff.br](mailto:marcio@if.uff.br)

Received 29 March 2012

Accepted 20 April 2012

## Taxa de Infecção Decrescente no Tempo

- Considerar efeitos de idade na taxa de infecção de algumas doenças (por exemplo: gripe);

---

<sup>5</sup>C. A. Gilligan, S. Gubbins, S. A. Simons, *Phyl. Trans. R. Soc. Lond. B* **352**, 353 (1997)

<sup>6</sup>N. K. Vaidya, R. N. Ribeiro, C. J. Miller, A. S. Perelson, *Journal of Virology* **84**, 4302 (2010)

## Taxa de Infecção Decrescente no Tempo

- Considerar efeitos de idade na taxa de infecção de algumas doenças (por exemplo: gripe);
- Estudar os efeitos de uma taxa de infecção dependente do tempo na transição de fase do modelo SIS na rede aleatória;

---

<sup>5</sup>C. A. Gilligan, S. Gubbins, S. A. Simons, *Phyl. Trans. R. Soc. Lond. B* **352**, 353 (1997)

<sup>6</sup>N. K. Vaidya, R. N. Ribeiro, C. J. Miller, A. S. Perelson, *Journal of Virology* **84**, 4302 (2010)

## Taxa de Infecção Decrescente no Tempo

- Considerar efeitos de idade na taxa de infecção de algumas doenças (por exemplo: gripe);
- Estudar os efeitos de uma taxa de infecção dependente do tempo na transição de fase do modelo SIS na rede aleatória;
- Doenças em plantas <sup>5</sup> (câncer) e em macacos <sup>6</sup> (Vírus da Imunodeficiência Símia) apresentam taxas de infecção que caem com o tempo;

---

<sup>5</sup>C. A. Gilligan, S. Gubbins, S. A. Simons, *Phyl. Trans. R. Soc. Lond. B* **352**, 353 (1997)

<sup>6</sup>N. K. Vaidya, R. N. Ribeiro, C. J. Miller, A. S. Perelson, *Journal of Virology* **84**, 4302 (2010)

# Resultados Experimentais conhecidos: plantas <sup>7</sup>

## Analysis and fitting of an *SIR* model with host response to infection load for a plant disease

CHRISTOPHER A. GILLIGAN, SIMON GUBBINS  
AND SARAH A. SIMONS\*

*Department of Plant Sciences, University of Cambridge, Downing Street, Cambridge CB2 3EA, UK*

### SUMMARY

We reformulate a model for botanical epidemics into an *SIR* form for susceptible (*S*), infected (*I*) and removed (*R*) plant organs, in order to examine the effects of different models for the effect of host responses to the load of infection on the production of susceptible tissue. The new formulation also allows for a decline in host susceptibility with age. The model is analysed and tested for the stem canker disease of potatoes, caused by the soil-borne fungus, *Rhizoctonia solani*. Using a combination of model fitting to field data and analysis of model behaviour, we show that a function for host response to the amount (load) of parasite infection is critical in the description of the temporal dynamics of susceptible and infected stems in epidemics of *R. solani*. Several different types of host response to infection are compared including two that allow for stimulation of the plant to produce more susceptible tissue at low levels of disease and inhibition at higher levels. We show that when the force of infection decays with time, due to increasing resistance of the host, the equilibrium density of susceptible stems depends on the parameters and initial conditions. The models differ in sensitivity to small changes in disease transmission with some showing marked qualitative changes leading to a flush of susceptible stems at low levels of disease transmission. We conclude that there is no evidence to reject an *SIR* model with a simpler linear term for the effect of infection load on the production of healthy tissue, even though biological considerations suggest greater complexity in the relationship between disease and growth. We show that reduction in initial inoculum density, and hence in the force of infection, is effective in controlling disease when the simple model applies.

---

<sup>7</sup>C. A. Gilligan, S. Gubbins, S. A. Simons, Phyl. Trans. R. Soc. Lond. B 352, 353 (1997).

# Resultados Experimentais conhecidos: macacos <sup>8</sup>

JOURNAL OF VIROLOGY, May 2010, p. 4302–4310  
0022-538X/10/\$12.00 doi:10.1128/JVI.02284-09  
Copyright © 2010, American Society for Microbiology. All Rights Reserved.

Vol. 84, No. 9

## Viral Dynamics during Primary Simian Immunodeficiency Virus Infection: Effect of Time-Dependent Virus Infectivity<sup>∇</sup>

Naveen K. Vaidya,<sup>1</sup> Ruy M. Ribeiro,<sup>1</sup> Christopher J. Miller,<sup>2</sup> and Alan S. Perelson<sup>1\*</sup>

*Theoretical Biology and Biophysics Group, MS K710, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico 87545,<sup>1</sup> and California National Primate Research Center, University of California, Davis, California 95616<sup>2</sup>*

Received 28 October 2009/Accepted 3 February 2010

A recent experiment involving simian immunodeficiency virus (SIV) infection of macaques revealed that the infectivity of this virus decreased over the first few months of infection. Based on this observation, we introduce a viral dynamic model in which viral infectivity varies over time. The model is fit to viral load data from eight (donor) monkeys infected by intravaginal inoculation of SIVmac251, three monkeys infected by intravenous inoculation of virus isolated from the donors during the ramp-up phase of acute infection, and three monkeys infected by intravenous inoculation of virus isolated at the viral set-point. Although we only analyze data from 14 monkeys, the new model with time-dependent infectivity seems to fit the data significantly better than a

---

<sup>8</sup>N. K. Vaidya, R. N. Ribeiro, C. J. Miller, A. S. Perelson, *Journal of Virology* 84, 4302 (2010).



## Resultados Experimentais conhecidos: macacos <sup>9</sup>

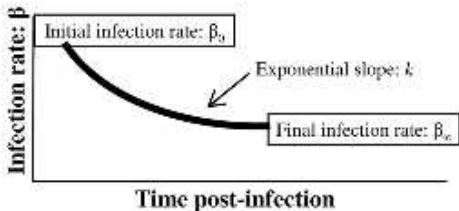


FIG. 1. Time-dependent infection rate  $\beta$ .

---

<sup>9</sup>N. K. Vaidya, R. N. Ribeiro, C. J. Miller, A. S. Perelson, *Journal of Virology* 84, 4302 (2010).

## Mapas de Cidades: RJ



FIG. 8. Chosen regions that will be the vertices of the network: Administrative region of Botafogo ( $n_1$ ), administrative region of Copacabana ( $n_2$ ), administrative region of Lagoa ( $n_3$ ), neighborhood of Barra da Tijuca ( $n_4$ ), center neighborhood (C), and favela Rocinha (F). We isolate these regions from the rest of the city.

⇒ L. Stolerman et. al., SIAM Journal of Applied Mathematics (2016).

# Mapas de Cidades: RJ

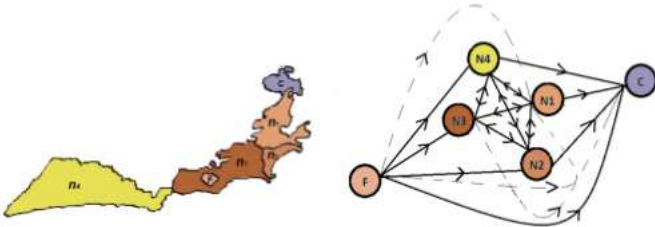


FIG. 9. A conceptual network is created from the real one.

⇒ L. Stolerman et. al., SIAM Journal of Applied Mathematics (2016).

# Auto-isolamento de indivíduos

**J**ournal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment  
An IOP and SISSA journal

## Probing into the effectiveness of self-isolation policies in epidemic control

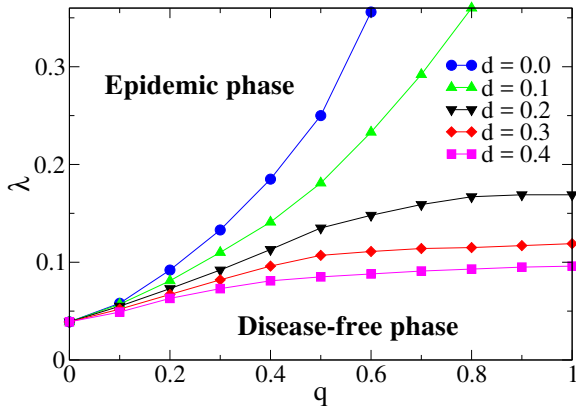
**Nuno Crokidakis<sup>1,2</sup> and Sílvio M Duarte Queirós<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Departamento de Física, PUC-Rio and National Institute of Science and Technology for Complex Systems, Rua Marquês de São Vicente 225, 22451-900 Rio de Janeiro-RJ, Brazil

<sup>2</sup> Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, Avenida Litorânea s/n, 24210-340 Niterói-RJ, Brazil

<sup>3</sup> Istituto dei Sistemi Complessi, CNR, Via dei Taurini 19, 00185 Rome, Italy  
E-mail: [nuno.crokidakis@fis.puc-rio.br](mailto:nuno.crokidakis@fis.puc-rio.br) and [sdqueiro@gmail.com](mailto:sdqueiro@gmail.com)

## Auto-isolamento de indivíduos



⇒ N. Crokidakis, S. M. D. Queirós, Journal of Statistical Mechanics P06003 (2012).

# Vacinação e Dinâmica de Opiniões

Physica A 467 (2017) 167–179



Contents lists available at [ScienceDirect](#)

Physica A

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/physa](http://www.elsevier.com/locate/physa)



## Dynamics of epidemic spreading with vaccination: Impact of social pressure and engagement



Marcelo A. Pires, Nuno Crokidakis\*

*Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, Niterói - Rio de Janeiro, Brazil*

### HIGHLIGHTS

- Epidemic spreading with vaccination under the impact of opinion dynamics.
- Vaccine can give permanent or temporary immunization to the individuals.
- We determine the conditions for the occurrence of outbreaks.
- Detailed analysis of the stationary states.

# Conferência Recente


Home | Conference on Mathematical Modelling and Control of Communicable Diseases - Chromium


Entrada: nuno@mat.fgv.br | Nuno Crokidakis [Completo] | Modelagem matemática c... | Home | Conference on M... |

math.epidemics.emap.fgv.br


arXiv.org | Lattes | Gmail - UFF | JSTAT | Status - PRE - LUMPB | gnuplot | EMAP/FGV | WEB | EPL | Importado do F... | Tradutor | EES Physica A | Novo Kernel 3.8... | EES PLA

Sites FGV

 CONFERENCE ON MATHEMATICAL MODELING AND CONTROL OF COMMUNICABLE DISEASES

 FGV SCHOOL OF APPLIED MATHEMATICS

[Home](#) | [Call for Submissions](#) | [Committees](#) | [Invited Speakers](#) | [Program](#) | [Registration](#) | [Student Award](#) | [Travel Information](#)



**Rio de Janeiro, Brazil,  
January 11-14, 2016**

[The Conference](#)

**IMPORTANT DATES**

Obrigado!

