

1ª LISTA DE ÓPTICA QUÂNTICA I
(2020-1)

1-) Considere um cristal uniaxial com índices de refração $n_1 = n_2 = n_O$ (ordinário) e $n_3 = n_E$ (extraordinário). Para qualquer direção de propagação no cristal, definimos o plano principal como sendo aquele formado pelo vetor de onda \vec{k} e o eixo óptico.

a-) Mostre que a onda ordinária é polarizada perpendicularmente ao plano principal, sendo a amplitude do campo elétrico da forma

$$\vec{E}_0^{(O)} = E_0 \left(\hat{x} - \frac{k_x}{k_y} \hat{y} \right).$$

b-) Mostre que a amplitude da onda extraordinária é da forma

$$\vec{E}_0^{(E)} = E_0 \left[\frac{(\gamma^2 - 1) k_z}{k_0^2 n_O^2 - k^2} (k_x \hat{x} + k_y \hat{y}) + \hat{z} \right],$$

onde $\gamma \equiv n_E/n_O$. Mostre ainda que a polarização da onda extraordinária é perpendicular à ordinária e, portanto, paralela ao plano principal.

c-) Seja θ o ângulo formado pela direção de propagação e o eixo óptico. Mostre que o índice de refração $n(\theta)$ correspondente à onda extraordinária é dado por

$$\frac{1}{n^2(\theta)} = \frac{\sin^2 \theta}{n_E^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_O^2}.$$

Mostre ainda que a velocidade de propagação da onda extraordinária é dada por

$$v^2(\theta) = v_E^2 \sin^2 \theta + v_O^2 \cos^2 \theta,$$

onde $v_O \equiv c/n_O$ e $v_E \equiv c/n_E$, sendo c a velocidade da luz no vácuo. Explique em poucas palavras o que ocorre quando $\theta = 0$.

2-) Mostre que o ângulo de walk-off (ângulo formado pelo vetor de onda \vec{k} e o vetor de Poynting \vec{S}) em um cristal uniaxial é dado por:

$$\cos \theta_W = \frac{\sin^2 \theta + \gamma^2 \cos^2 \theta}{\sqrt{\sin^2 \theta + \gamma^4 \cos^2 \theta}},$$

onde $\gamma = n_E/n_O$ e θ é o ângulo entre o vetor de onda \vec{k} e o eixo z .

3-) Um cristal uniaxial com índices n_O e n_E é cortado de modo que o eixo óptico seja perpendicular à face de entrada do cristal. Mostre que um feixe luminoso com polarização extraordinária é refratado de um ângulo ϕ_E dado por:

$$\tan \phi_E = \frac{n_E}{n_O} \frac{\sin \theta}{\sqrt{n_E^2 - \sin^2 \theta}},$$

onde θ é o ângulo de incidência no cristal.

4-) O tensor susceptibilidade elétrica associado a um meio que apresenta atividade óptica (açúcar, por exemplo) tem a seguinte forma:

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_{11} & i\chi_{12} & 0 \\ -i\chi_{12} & \chi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{33} \end{pmatrix}.$$

a-) Obtenha os possíveis valores do número de onda k de uma onda monocromática de frequência ω propagando-se neste meio ao longo de cada uma das direções dos eixos cristalinos x , y e z .

b-) Descreva o estado de polarização da onda associada a cada valor de k e o índice de refração correspondente.

c-) Considere uma onda plana de amplitude E_0 incidente neste meio ao longo do eixo z e linearmente polarizada ao longo do eixo x . Encontre o vetor campo elétrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$ associado e descreva a evolução do estado de polarização da onda no interior do meio.