Espalhamento Compton

Em 1923, Arthur Compton, na *Washington University,* fez incidir sobre um alvo de carbono um feixe de raios X monocromático de 71,1 pm. Tal feixe era espalhado depois de passar pelo alvo e medido o espectro em diversos ângulos com respeito a direção de incidência. Parte do resultado encontrado não tem suporte na física clássica, tendo amparo apenas se a luz for considerada como composta de partículas que transportam energia e momento linear.

A teoria clássica era, contudo, capaz de explicar os fenômenos de reflexão,absorção e espalhamento dos raios X verificados no experimento de Compton.

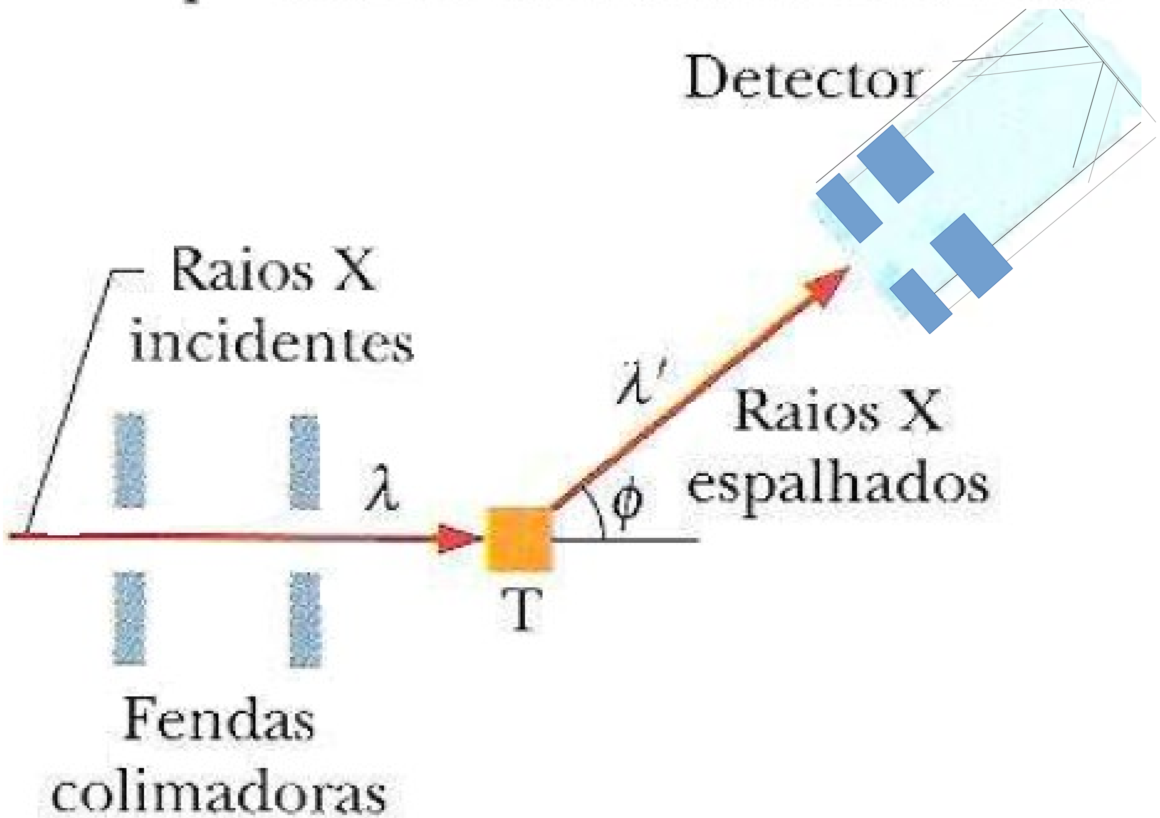
Este experimento faz parte da base experimental que fornece subsídios para se afirmar que a luz tem comportamento corpuscular, servindo de base a teoria da quântica que foi desenvolvida posteriormente.

Nesta aula discutiremos detalhadamente este experimento e análise do resultado encontrado.

Espalhamento Compton

Montagem usada para estudar o efeito Compton.

Um feixe de raios X de comprimento de onda $\lambda = 71{,}1$ pm incide em um alvo de carbono T. Os raios X espalhados pelo alvo são observados em vários ângulos ϕ em relação à direção do feixe incidente. O detector mede tanto a intensidade como o comprimento de onda dos raios X espalhados.

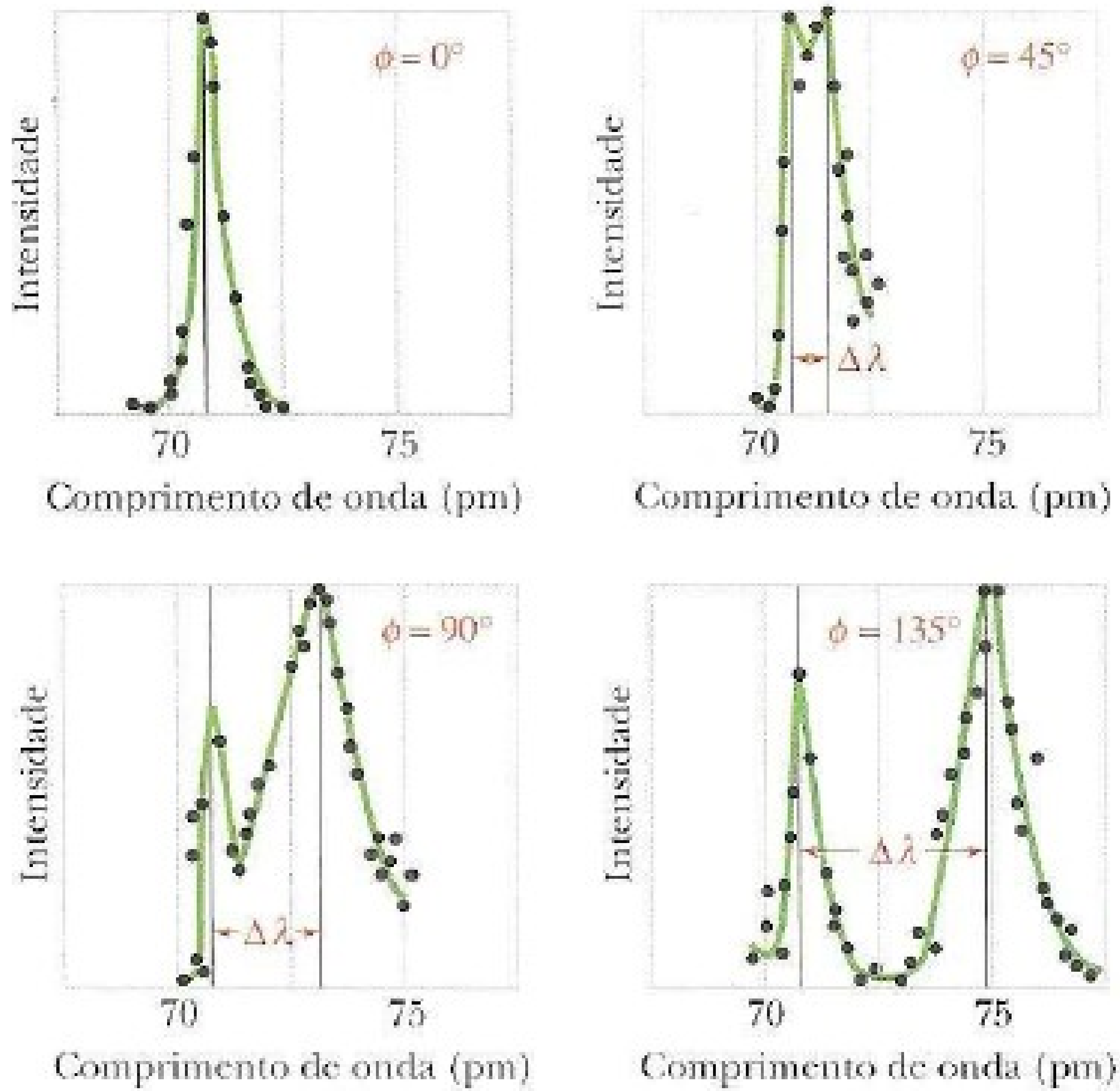


Espalhamento Compton

Na figura ao lado está exibido os resultados obtidos por Compton, onde se vê o espectro de raios X espalhados sob os ângulos de 0°, 45°, 90° e 135°. Nestas figuras fica nítido a existência de dois picos, um deles com o comprimento de onda igual ao do feixe de raios X incidente e outro, com comprimento de onda que varia em função do ângulo de espalhamento.

De onde vêm o eixe com comprimento de onda diferente do incidente?ou seja, como ele surge?

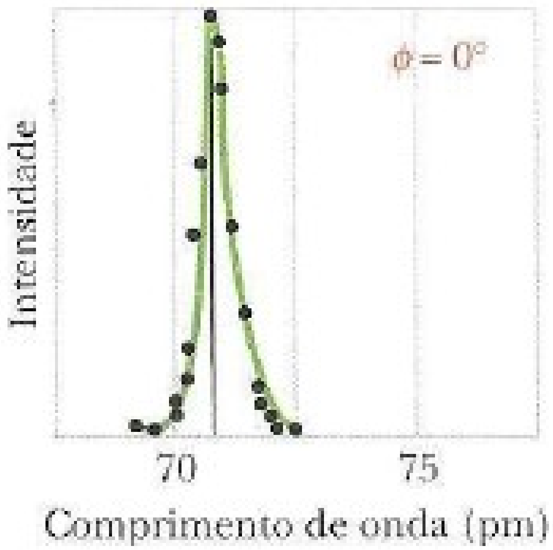
Mistério!!!!



Espalhamento Compton

Lembrando que o feixe de raios X incidente tinha comprimento de onda de 71,1 x 10^{-12} m, podemos nos indagar se o pico (onde se exibe um máximo) com menor comprimento de onda no espectro espalhado têm explicação clássica?

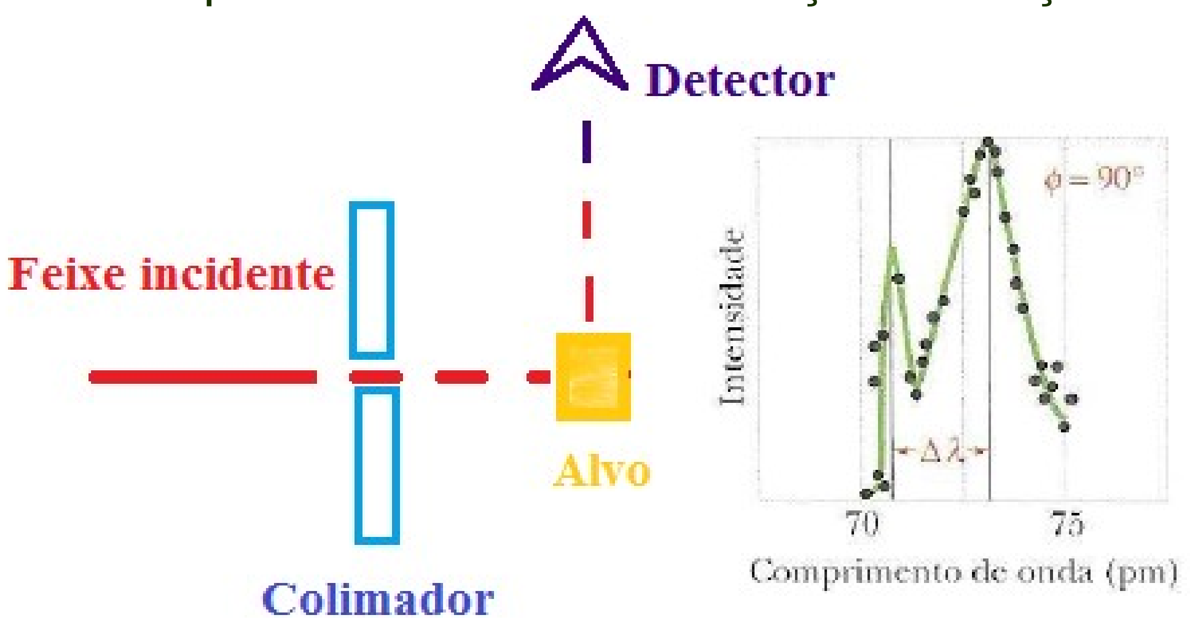
Detector no ângulo de espalhamento zero com relação a direção do feixe incidente



Espalhamento Compton

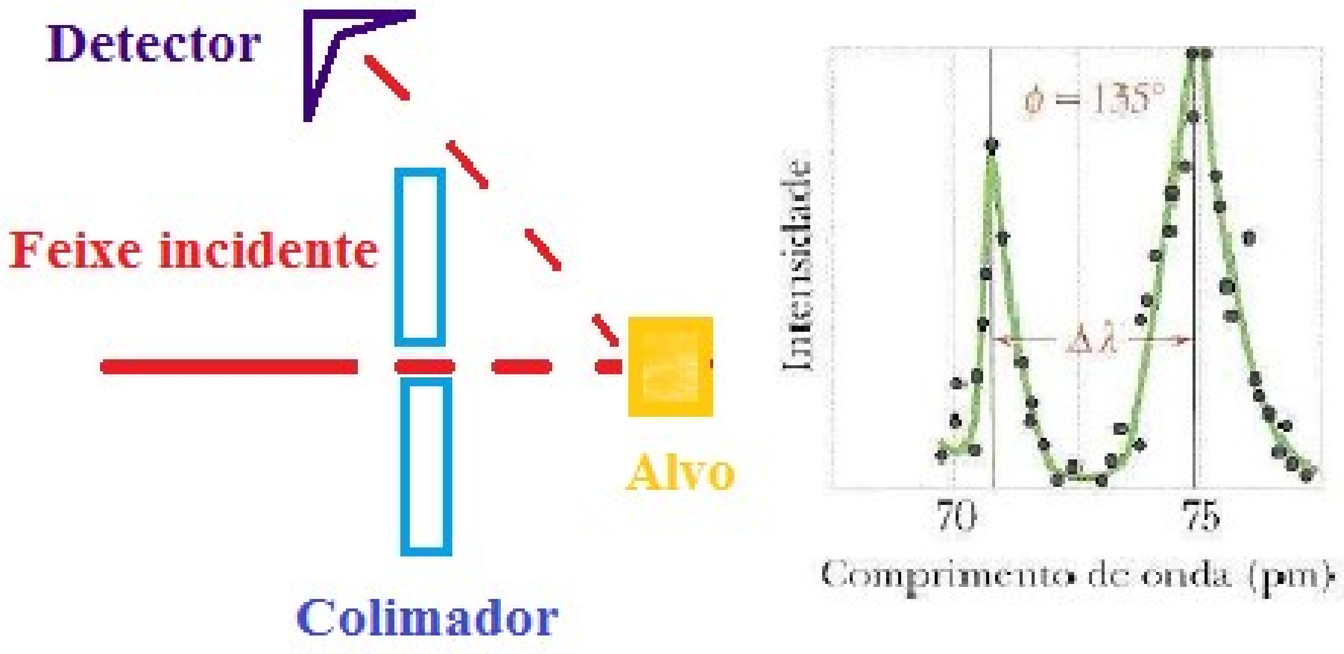
Detector no ângulo de espalhamento 45° com relação a direção do feixe incidente

Detector no ângulo de espalhamento 90° com relação a direção do feixe incidente



Espalhamento Compton

Detector no ângulo de espalhamento 135° com relação a direção do feixe incidente



Sim têm os picos, para cada ângulo de espalhamento, com com comprimento de onda igual ao do feixe incidente têm explicação clássica. Eles aparecem devido ao espalhamento deste pela ação dos elétrons fortemente ligados ao alvo, que oscilariam devido a ação do campo Elétrico do feixe incidente e, depois, reemitem a onda eletromagnética de mesma frequência.

Espalhamento Compton

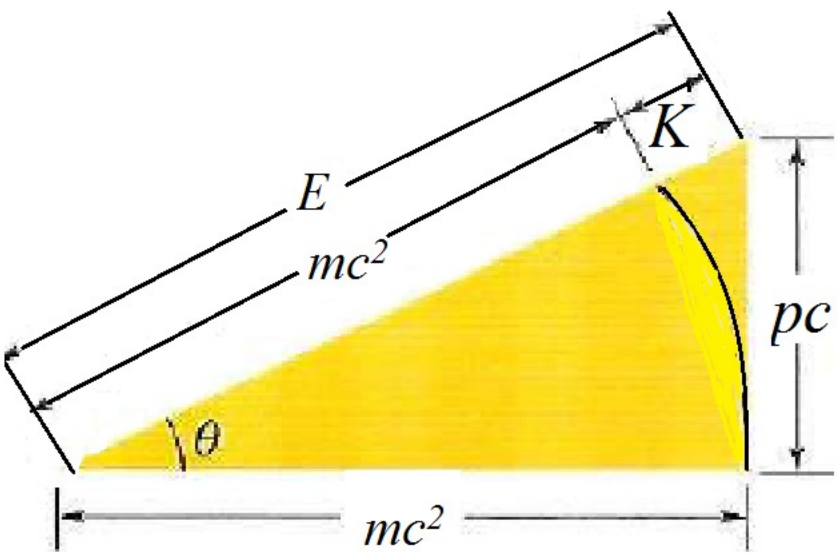
No espectro dos raios X espalhados, o pico de maior comprimento pode ser explicado classicamente? Detalhe sua resposta.

Como foi explicado, do ponto de vista clássico, há a oscilação forçada dos elétrons do alvo, que oscilam na frequência da onda incidente, ou seja, forçado a oscilar com o campo elétrico da onda incidente. Cada elétron forma um dipolo oscilante, trabalhando como antena transmissora. Já o sinal correspondente ao comprimento de onda de maior comprimento de onda não dá para explicar, muito menos que varie o comproimento de onda em função do ângulo de espalhamento.Em resumo, haver mudança da frequência do feixe espalhado em função do ângulo do observação do feixe espalhado foge ao escopo de possibilidades da interpretação ondulatória clássica.

Espalhamento Compton

Um pouco de Matéria!

Ao propor o fóton, einstein criou condições para que o fenômeno conhecido como deslocamento Compton fosse explicado. Como sabemos cada fóton transporta um ***quantum*** de energia ***hf***. Também transporta ***momentum***. Para chegar a expressão do momento linear transportado pelo fóton vamos lançar mão da equação relativística Momento-Energia:



$$E^2 = (pc)^2 + (mc)^2$$

ou para o fóton

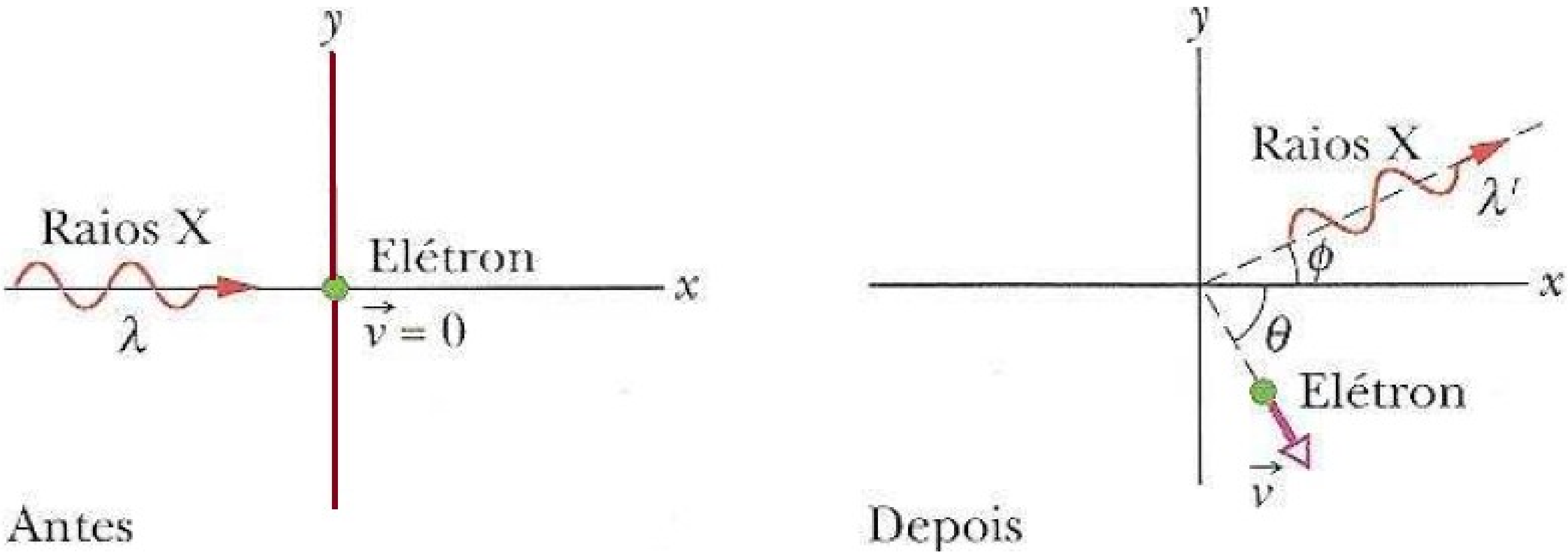
$$\boxed{hf = pc}$$

ou ainda

$$\boxed{p = h/\lambda}$$

Espalhamento Compton

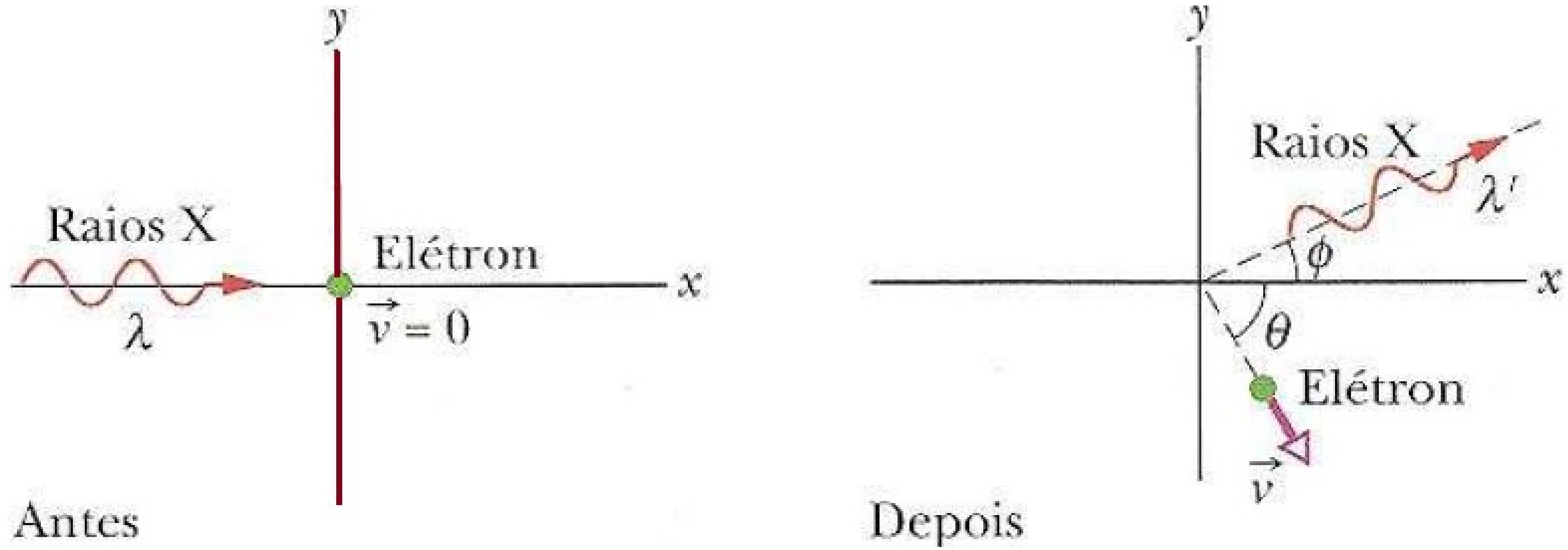
Vamos analisar agora a colisão do fóton com o elétron e aplicar a conservação do momento e da energia no processo.



Solucionando o mistério!!!!

Porque o comprimento de onda fóton incidente foi denotado por λ e do emergente λ'?

Espalhamento Compton



Continuando … o comprimento de onda do fóton emergente (após a colisão) tem notação diferente para permitir um mudança em seu valor caso haja variação da energia que este transporte.

Aplicando a conservação de energia teremos:

$$hf + mc^2 = hf' + mc^2 + K$$

m e K se referem ao elétron

Espalhamento Compton

Simplificando a conservação de energia para este caso nos fornece:

$$hf = hf' + K$$

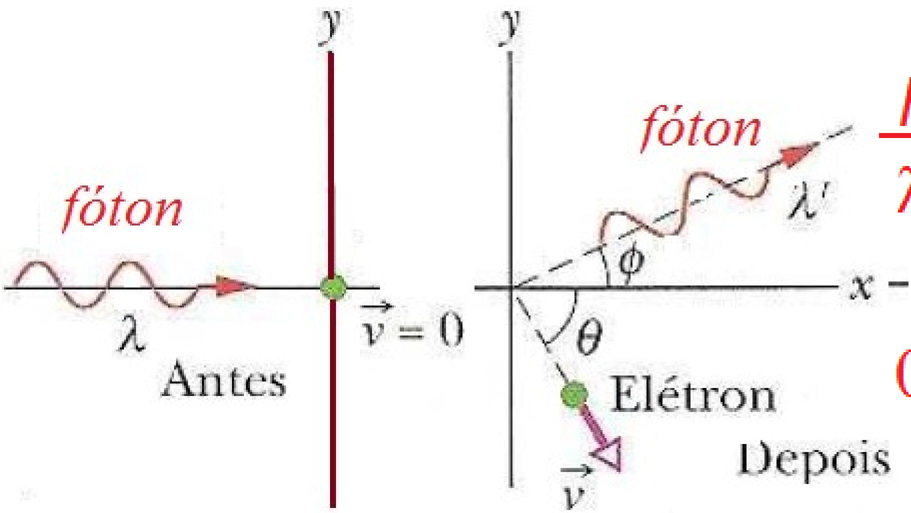
A energia cinética do elétron é igual a energia total dele menos a de repouso, ou seja:

$$K = E - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2 = mc^2(\gamma - 1)$$

Usando que c = λf e juntando o resultado anterior na equação do início do slide teremos:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc(\gamma - 1) \qquad (I)$$

Relembrando a colisão:



E aplicando a conservação do momento:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\phi + \gamma mv\cos\theta \qquad (x)$$

$$0 = \frac{h}{\lambda'}\operatorname{sen}\phi - \gamma mv\operatorname{sen}\theta \qquad (y)$$

Espalhamento Compton

Podemos reescrever as equações (I) como (x) e (y) de forma a eliminar v e θ na forma:

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc(\gamma-1) \quad (\mathrm{I}) \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda\,\lambda'} = \frac{mc}{h}(\gamma-1)$$

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\phi + \gamma m v \cos\theta \quad (x) \quad \Rightarrow \quad (\gamma m v)^2\cos^2\theta = \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'}\cos\phi\right)^2$$

$$0 = \frac{h}{\lambda'}\operatorname{sen}\phi - \gamma m v \operatorname{sen}\theta \quad (y) \quad \Rightarrow \quad (\gamma m v)^2\operatorname{sen}^2\theta = \left(\frac{h}{\lambda'}\operatorname{sen}\phi\right)^2$$

Somando as duas últimas teremos:

$$(\gamma m v)^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - 2\frac{h}{\lambda}\frac{h}{\lambda'}\cos\phi + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{\gamma m v}{h}\right)^2 = \frac{\lambda^2 + \lambda'^2}{(\lambda\,\lambda')^2} - \frac{2\cos\phi}{\lambda\,\lambda'}$$

Notando ainda que:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \Rightarrow \Delta\lambda^2 = \lambda'^2 + \lambda^2 - 2\lambda\lambda' \text{ e } \lambda'^2 + \lambda^2 = \Delta\lambda^2 + 2\lambda\lambda'$$

Então:

$$\left(\frac{\gamma m v}{h}\right)^2 = \frac{\Delta\lambda^2 + 2\lambda\lambda'}{(\lambda\,\lambda')^2} - \frac{2\cos\phi}{\lambda\,\lambda'} = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda\,\lambda'}\right)^2 + 2\frac{(1-\cos\phi)}{\lambda\,\lambda'}$$

Espalhamento Compton

O primeiro termo da ultima equação é o momento linear do eletron e pela teoria da relatividade sabemos que:

$$(cp)^2 = E^2 - (mc^2)^2 = (\gamma mc^2)^2 - (mc^2)^2 = m^2c^4(\gamma^2 - 1)$$

E portanto:

$$(\gamma m v)^2 = m^2c^2(\gamma^2 - 1)$$

Usando o resultado da equação (I) teremos por outro lado que:

$$\left(\frac{\gamma m v}{h}\right)^2 = \left(\frac{mc}{h}(\gamma - 1)\right)^2 + 2\,\frac{(1-\cos\phi)}{\lambda\,\lambda'}$$

Reunindo os dois últimos resultados teremos:

$$\left(\frac{mc}{h}\right)^2(\gamma^2 - 1) = \left(\frac{mc}{h}\right)^2(\gamma - 1)^2 + 2\,\frac{(1-\cos\phi)}{\lambda\,\lambda'}$$

A última equação implica que:

$$2(\gamma - 1)\left(\frac{mc}{h}\right)^2 = 2\,\frac{(1-\cos\phi)}{\lambda\,\lambda'}$$

Espalhamento Compton

Usando recursivamente o resultado da equação (I) que

$$\frac{1}{\lambda\ \lambda'} = \frac{mc}{\Delta\lambda\ h}(\gamma - 1)$$

Na última equação do slide anterior, teremos:

$$(\gamma - 1)\left(\frac{mc}{h}\right)^2 = (1 - \cos\phi)\frac{mc}{\Delta\lambda\ h}(\gamma - 1)$$

O que fornece finalmente a equação para o deslocamento Compton:

$$\boxed{\Delta\lambda = (1 - \cos\phi)\frac{h}{mc}}$$

Espalhamento Compton

5 - O que é o comprimento de onda de Compton?

É a grandeza expressa por h/mc, onde m é a massa de repouso do elétron. Seu valor é de 0,0243 °A (angstrons – 10^{-10} m)

Questões Adicionais:

1- Na expressão obtida para o deslocamento Compton o que se está quantificando é a diferença entre o comprimento de onda do feixe incidente e espalhado. Contudo existem dois comprimentos de onda pronunciado no feixe espalhado. A qual deles se refere a expressão para $\Delta\lambda$?

Resp. De fato se refere ao que tem maior comprimento de onda.

2- Como explicar então o pico de menor comprimento de onda no espectro espalhado?

Resp, Se refere ao processo de colisão com elétrons fortemente ligados ao material, e por esta razão tem massa efetiva muito grande (infinita comparado com a do elétron livre. Neste caso o comprimento de onda de Compton tende a zero e o espectro espalhado tem mesmo comprimento de onda do feixe incidente.

Espalhamento Compton

TESTE 3 Compare o espalhamento de Compton de raios X ($\lambda \approx 20$ pm) e de luz visível ($\lambda \approx 500$ nm) para um mesmo ângulo de espalhamento. Em qual dos dois casos (a) o deslocamento de Compton é maior; (b) o deslocamento relativo do comprimento de onda é maior; (c) a variação relativa da energia dos fótons é maior; (d) a energia transferida para os elétrons é maior?

Questão- Calcule o deslocamento Compton para

Um feixe de raios X de comprimento de onda $\lambda = 22$ pm (energia dos fótons = 56 keV) espalhado por um alvo de carbono, e o feixe espalhado é detectado a 85° com o feixe incidente.

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$$

$$= \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s})(1 - \cos 85°)}{(9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})(3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})}$$

$$= 2{,}21 \times 10^{-12}\ \mathrm{m} \approx 2{,}2\ \mathrm{pm}.$$

Espalhamento Compton

(b) Que porcentagem da energia dos fótons incidentes é transferida para os elétrons espalhados a 85°?

Vamos definir:

$$R = \frac{\text{perda de energia}}{\text{energia inicial}} = \frac{E - E'}{E}.$$

Então:

$$R = \frac{hf - hf'}{hf} = \frac{c/\lambda - c/\lambda'}{c/\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}$$

Ou:

$$R = \frac{2{,}21\text{ pm}}{22\text{ pm} + 2{,}21\text{ pm}} = 0{,}091, \text{ ou } 9{,}1\%.$$